



波浪作用下高桩码头-海床系统动力 响应特性研究*

解立波¹, 苏雷¹, 王建峰¹, 王远欣¹, 毕建巍^{1,2}, 凌贤长^{1,3}

(1. 青岛理工大学土木工程学院, 山东 青岛 266520; 2. 烟台业达建工有限公司, 山东 烟台 264000;

3. 哈尔滨工业大学土木工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090)

摘要: 波浪是深水高桩码头的主要环境荷载。研究波浪作用下高桩码头-海床系统的动力响应是深水港工程动力设计的基础。采用 ADINA 建立波浪-高桩码头-海床的三维有限元模型, 获得波浪作用下桩周海床孔压、海床加速度、甲板位移和桩身动水压力时程, 分析高桩码头-海床系统的动力响应特性, 探讨波浪周期变化对该系统动力响应的影响。数值模拟研究表明: 1) 波浪作用下桩周海床孔压未发生累积效应; 2) 中间桩所受的动水压力显著大于边桩; 3) 桩周海床孔压、海床加速度、桩身动水压力的幅值沿波浪传播方向衰减, 波浪周期越小, 衰减效应越显著。本研究涉及的建模技术可为波浪作用下类似高桩码头数值模拟提供参考, 研究成果可为高桩码头-海床系统动力设计提供支持。

关键词: 波浪作用; 高桩码头; 海床; 动力响应; 数值模拟

中图分类号: U656.1+13

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2025)02-0027-09

Dynamic response characteristics of pile-supported wharf-seabed system under wave action

XIE Libo¹, SU Lei¹, WANG Jianfeng¹, WANG Yuanxin¹, BI Jianwei^{1,2}, LING Xianzhang^{1,3}

(1. School of Civil Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, China;

2. Yantai Yeda Construction Engineering Co., Ltd., Yantai 264000, China;

3. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

Abstract: Wave is the main environmental load for pile-supported wharf (PSW) in deep water area. Investigating the dynamic response characteristics of PSW-seabed system under wave action is the basis of dynamic design for deep water port. In this paper, a 3D finite element model of wave-PSW-seabed is established by ADINA. Pore water pressure and acceleration of seabed around pile, deck displacement, as well as dynamic water pressure time history of pile shaft under wave action are obtained. The dynamic response characteristics of the PSW-seabed system are analyzed, and the influence of the changing wave period on the dynamic response of this system is discussed. The numerical simulation results show that: 1) there is no cumulative effect on pore pressure around pile under wave action; 2) Dynamic water pressure of middle pile is significantly greater than that of the side pile; 3) Amplitudes of seabed pore pressure, seabed acceleration, and dynamic water pressure attenuate along the wave propagation, and the smaller wave period, the more significant the attenuation effect. The modeling technique involved in this study can provide reference for similar PSW numerical simulation under wave action, and the investigation results can provide support for dynamic design of PSW-seabed system.

Keywords: wave action; pile-supported wharf; seabed; dynamic response; numerical simulation

收稿日期: 2024-04-30

*基金项目: 国家自然科学基金项目(42072310, 51808307)

作者简介: 解立波(1984—), 男, 博士研究生, 从事波浪荷载下高桩码头动力特性研究。

通信作者: 苏雷(1986—), 男, 博士, 教授, 从事土动力学及岩土地震工程研究。E-mail: sulei@qut.edu.cn

近年来,针对深水海域中波浪作用下的高桩码头-海床动力响应的研究受到广泛关注,涉及的研究方法主要有物理模型试验和数值仿真分析。如吴雷晔等^[1-2]通过离心模型试验观测到波浪作用下海底管道的存在会加快管顶及管侧土层的孔压累积; Zhang et al.^[3]利用波浪水槽试验发现桩的迎浪侧孔压大于背浪侧孔压,不规则波引起的海床响应大于规则波; Wang et al.^[4]通过单桩周围海床孔压响应试验发现波高变化对桩侧海床孔压影响显著; 毕建巍等^[5-6]利用波流水槽试验分析波浪作用下高桩码头的群桩效应; 金小凯等^[7]进行波浪-单桩-海床试验,讨论了桩径与桩周孔压的关系; Qi et al.^[8-9]利用水槽试验观测波流作用下桩周孔压响应。上述模型试验揭示了波浪作用下结构和海床的动力响应的宏观现象和相互作用特性,为类似试验研究提供了很好的借鉴。

数值仿真分析作为物理模型试验研究的有力补充,可以高效地研究波浪-海床或波浪-结构-海床相互作用的细节。刘小丽等^[10]基于 OpenFOAM 研究余弦波对近岸区海床的影响; 王岳等^[11]通过改进 Mat-DEM,实现了海床孔压累积过程模拟; 崔嵩等^[12]建立多孔介质弹塑性海床模型,对比分析不同渗透性砂质海床在波流作用下的响应规律; Ye et al.^[13]采用基于有效应力的有限元法分析砂质海床的动力响应; 刘逸凡等^[14]通过 ABAQUS 发现波致单桩振动会引起海床孔压响应的显著波动; Chen et al.^[15]利用 RANS 方程和 Biot 弹性孔隙理论研究波浪-结构-海床相互作用; Liang et al.^[16]讨论了波流共同作用下单桩及周围土体的动力响应特性。上述数值建模技术及研究成果值得借鉴。然而对于高桩码头-海床系统,波浪参数的变化与其动力响应特征的相关性仍需深入研究。

本文采用 ADINA 建立波浪-高桩码头-海床数值模型,通过 FSI 求解器实现流固耦合求解,获得了高桩码头-海床系统的动力响应。

1 数值建模方法

1.1 流体及海床的控制方程

在 ADINA 中,流体的动力学描述可以采用

ALE 方法^[17],采用 Biot 多孔弹性方程描述海床动力响应^[18]。ALE 描述流体某一物理量的导数为:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_x + \frac{\partial f}{\partial x} c_i \quad (1)$$

式中: f 为流体某一物理量; c_i 为对流速度, $c_i = u_i - w_i$ 其中 u_i 为流体质点的速度, w_i 为参考坐标系下的网格速度; x 为参考坐标系。

1.2 流固耦合控制方程

选用 FSI 求解器进行流固耦合求解。在流固耦合界面上,流体和固体需同时满足运动学平衡方程和动力学平衡方程^[19-20],分别为:

$$d_f = d_s \quad (2)$$

$$n\tau_f = n\tau_s \quad (3)$$

式中: d_f 和 d_s 分别为流体和固体的边界位移; τ_f 和 τ_s 为流体和固体的不同方向应力; n 为流体运动方向。

1.3 仿物理造波控制方程

选用仿物理造波法^[21]制造数值波浪,设置造波板的速度控制方程为:

$$\begin{cases} U(t) = \frac{t}{2T} \cdot \frac{X_0 \omega}{2} \cos(\omega t) & (t \leq 2T) \\ U(t) = \frac{X_0 \omega}{2} \cos(\omega t) & (t > 2T) \end{cases} \quad (4)$$

式中: T 为波浪周期; t 为时间; X_0 为造波板冲程; ω 为圆频率。

1.4 模型参数及边界条件设置

设置水体为不可压缩流体(八节点六面体单元),密度为 1000 kg/m^3 ,动力黏滞系数为 $1.05 \text{ g/(m}\cdot\text{s)}$,体积模量为 100 EPa ;设置海床为多孔介质(实体单元),弹性模量为 8.6 MPa ,泊松比为 0.3 ,密度为 1680 kg/m^3 ,渗透系数为 $2.4 \times 10^{-5} \text{ m/s}$;设置桩(Shell 单元)和配重螺栓及甲板(实体单元)的弹性模量为 6.9 GPa ,泊松比为 0.27 ,密度为 2700 kg/m^3 。设置造波板为刚体,底部仅 x 方向平动;设置造波板、海床及桩与流体的接触面为流固耦合边界;设置海床底面为不透水刚性边界,海床四周采用固定约束,自由水体上表面为自由液面。

2 数值模型可靠性验证

通过波浪-单桩-海床数值计算结果与课题组完

成的单桩波浪水槽模型试验对比, 验证建模方法的可靠性。图 1a)~c) 所示, 在波浪水槽中固定一个装满饱和砂层的土箱, 土箱中设有单桩并布置了传感器。该单桩的相似设计与 3.1 节高桩码头模型桩身设计相同。试验参数为: 波高 2.5 cm、周期 1.0 s、水深 15 cm、海床深度 60 cm、桩外径 3 cm、壁厚 4 mm、桩长 0.7 m、入土深度 45 cm, 试验现场如图 1d) 所示。图 2a) 显示数值波浪传播稳定, 说明仿物理造波有效。图 2b) 为数值波浪与试验波浪的波面时程曲线对比, 表明数值波浪

与试验波浪吻合程度高。图 3 为海床孔压对比, 可以发现数值与试验结果存在一定的差异但整体吻合较好。图 4 为桩顶加速度时程对比, 可以看出, 随着波浪作用的持续, 数值与试验的桩顶加速度吻合程度逐渐提高, 说明数值模型可以很好地再现单桩所受动水压力的变化。上述分析可知, 采用 ADINA 建立的波浪-单桩-海床数值模型能够较好地反映波浪作用下单桩及周围土体的动力响应, 即该数值模拟方法可用于建立波浪-高桩码头-海床数值模型。

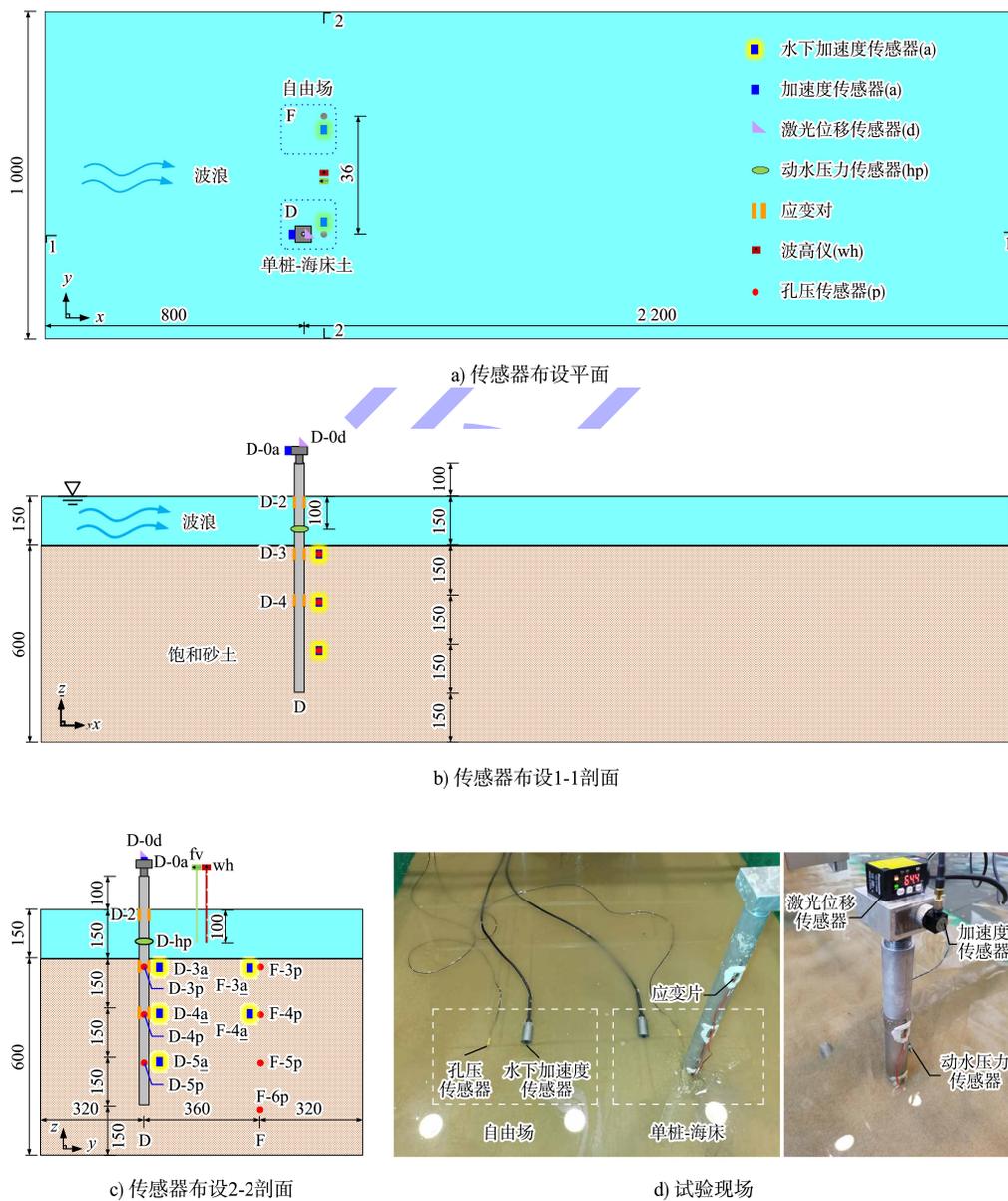


图 1 单桩-海床动力响应试验 (单位: mm)

Fig. 1 Single pile-seabed dynamic response test (unit: mm)

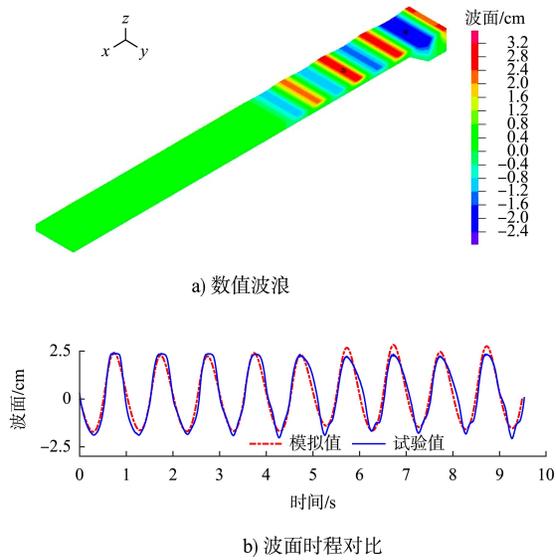


图 2 试验与模拟结果

Fig. 2 Test and numerical simulation results

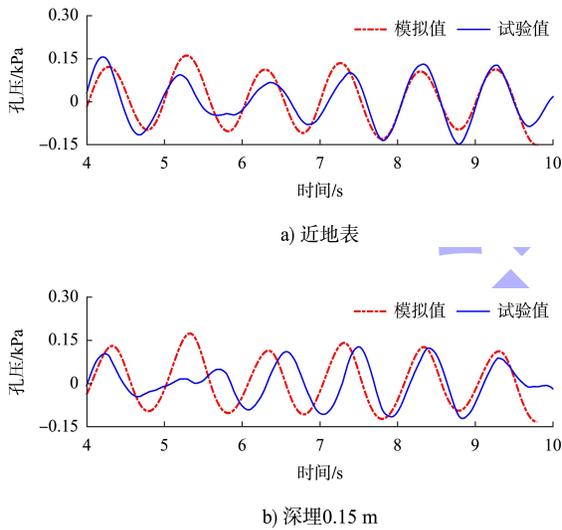


图 3 孔压-时程

Fig. 3 Pore pressure with time history

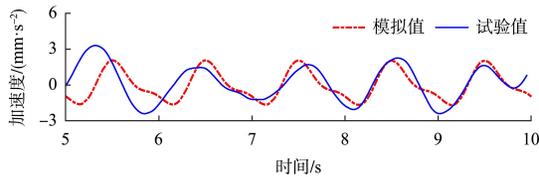


图 4 桩顶-加速度时程

Fig. 4 Pile top acceleration with time history

3 波浪-高桩码头-海床动力响应数值分析

根据波浪守恒，波浪从深水区进入浅水区其波周期保持不变。波浪周期变化对高桩码头-海床动力响应影响的研究还缺乏共性结论。根据拟开

展的波浪水槽试验，采用上述建模方法建立波浪-高桩码头-海床数值模型，设置波高 $H=2.5\text{ cm}$ 不变，探索波浪周期 T 分别为 1.0、1.5、2.0 s 时海床和高桩码头结构的动力响应特性。

3.1 码头原型与数值模型

原型码头位于倾斜场地如图 5a)、b) 所示，将原型复杂地层倾斜场地简化为匀质饱和砂层水平场地。根据试验用土箱的深度(0.6 m)、桩身的平均长度(35 m)和桩基的平均埋深(22.5 m)，将码头模型和原型的几何相似比(n)设为 1:50。采用抗弯刚度相似原则，基于公式(5)进行模型桩身的设计；采用质量相似原则，基于公式(6)，进行甲板设计。

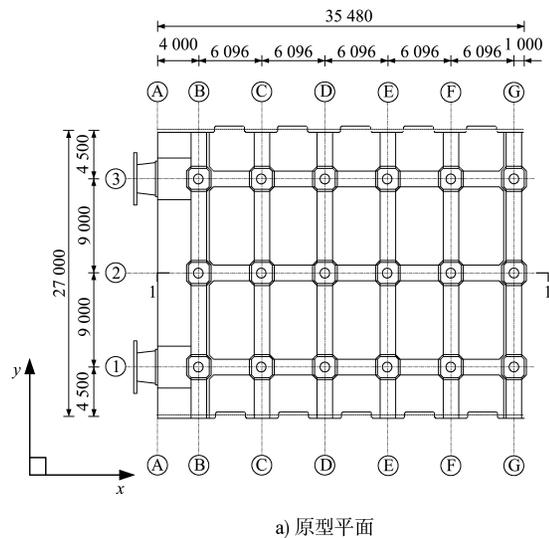
$$E_p I_p / E_m I_m = n^{-3.5} \quad (5)$$

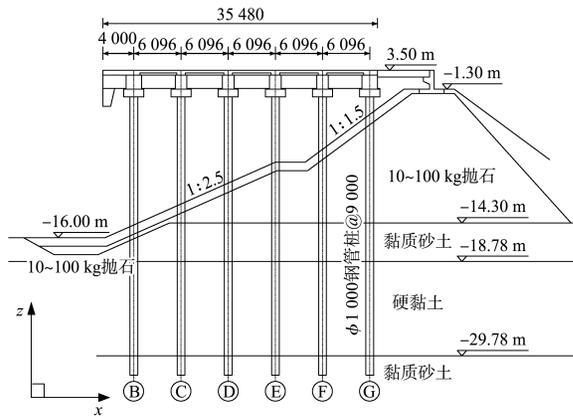
$$m_p / m_m = n^{-3} \quad (6)$$

式中： E 为桩的弹性模量； I 为桩的惯性矩； m 为甲板的质量；下标 p 和 m 分别代表原型和模型。

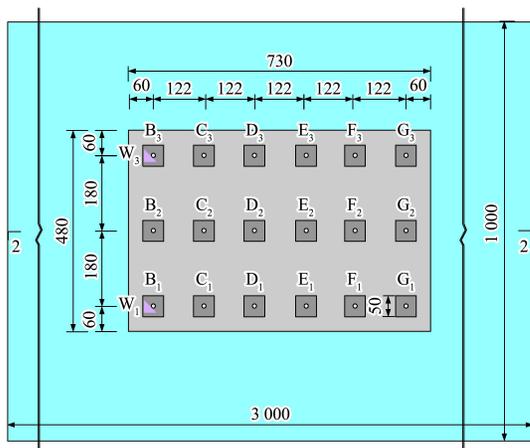
试验模型如图 5c)、d) 所示，高桩码头结构模型包含 1 块甲板和 18 根桩，甲板与桩采用配重螺栓连接，桩的尺寸、材性与单桩模型相同。为方便后续分析，对 18 根桩进行编号，在甲板标出位移记录点 W_1 和 W_3 。

图 6a) 为建立的高桩码头-海床数值模型，图 6b) 为装配的波浪-海床模型。在图 6b) 中，整个流体划分为造波区、计算区和消波区^[22]。其中，在消波区，采用渐进式网格和增大流体动力黏滞系数 2 种方法进行消波。

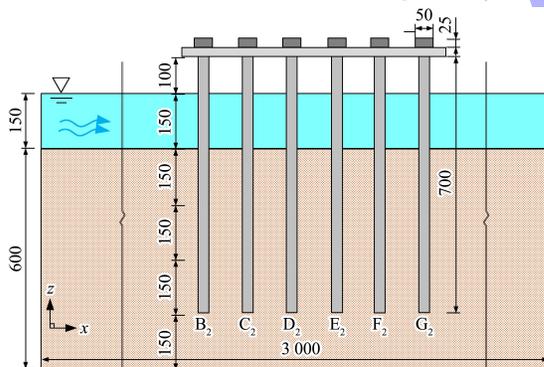




b) 原型 1-1 剖面



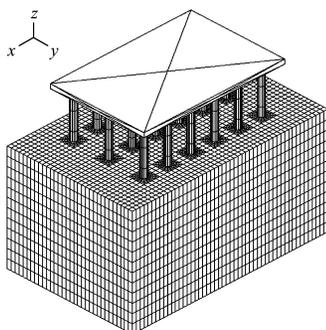
c) 模型平面



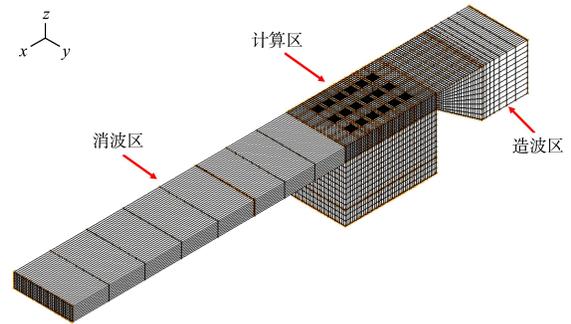
d) 模型 2-2 剖面

图 5 高桩码头 (单位: mm)

Fig. 5 Pile-supported wharf (unit: mm)



a) 高桩码头-海床



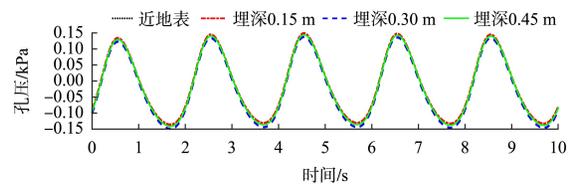
b) 波浪-海床

图 6 数值模型

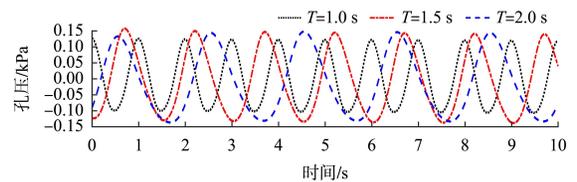
Fig. 6 Numerical models

3.2 海床孔压

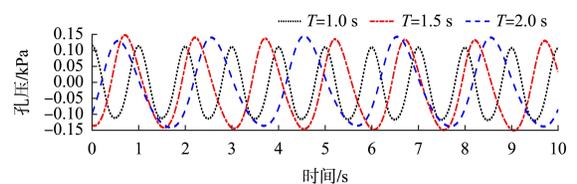
如图 7a) 所示, 桩周围海床孔压受波浪直接影响, 其幅值受埋深影响很小。由图 7b) ~ d) 可以看出, 埋深 0.15 m 处各桩周围海床孔压随波浪波动且无累积效应, 各时程之间存在明显的相位差, 且沿波浪传播方向其幅值逐渐减小, 这说明波浪在群桩中传播存在能量损失。此外, 周期越小各孔压幅值均越低, 这是由于小周期波浪, 波长短, 作用在海床波浪压力小。相对于长周期波浪, 短周期波浪 ($T = 1.0$ s) 经过群桩 (由桩 B_2 至桩 F_2) 后, 桩周围海床孔压幅值衰减显著。说明短周期波浪在群桩中传播能量损失更为明显。



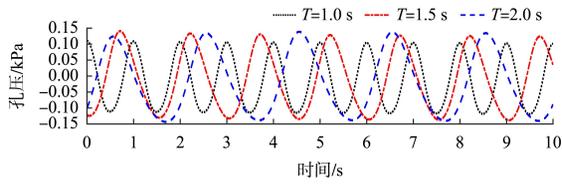
a) 桩 B_2 不同埋深处



b) 桩 B_2 埋深 0.15 m 处



c) 桩 D_2 埋深 0.15 m 处



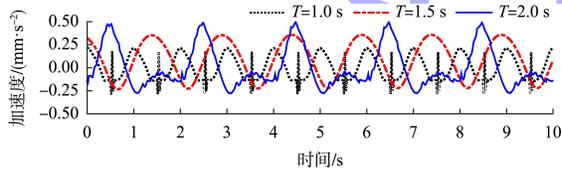
d) 桩F₂埋深0.15 m处

图 7 桩周围海床孔压时程

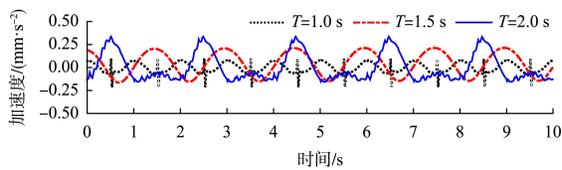
Fig. 7 Pore pressure of seabed around pile with time history

3.3 海床加速度

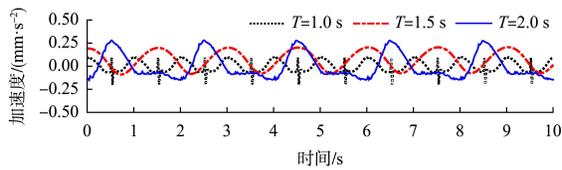
各桩周围海床加速度响应如图 8 所示。不同周期波浪作用下，海床加速度峰值在桩 B₂ 周围处均最大，桩 F₂ 处均最小，这说明波浪对前列桩周围海床的动力作用更强。此外，周期越小，海床加速度峰值越低，降低幅度随埋深增大而逐渐降低。对比图 8，将波浪周期为 2.0 s 时的海床加速度峰值视为基准，在周期分别为 1.5、1.0 s 时，桩 B₂ 周围海床加速度峰值分别下降了 26.5% 和 44.4%，桩 D₂ 分别下降了 29.0% 和 50.0%，桩 F₂ 分别下降了 53.8% 和 66.7%。这表明随着波浪周期的减小，沿波浪传播方向，桩周围海床加速度峰值的减小幅度逐渐增大。即群桩对周期较小波浪传播的阻碍作用更明显。



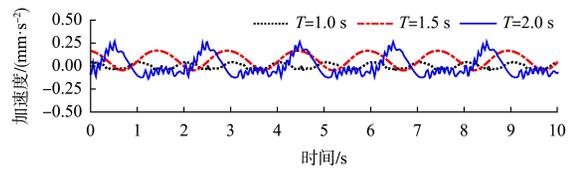
a) 桩B₂近地表



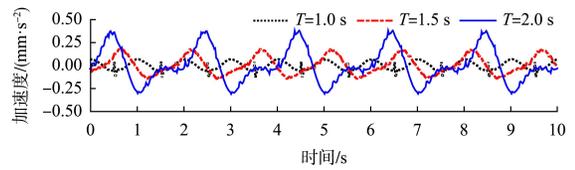
b) 桩B₂埋深0.15 m



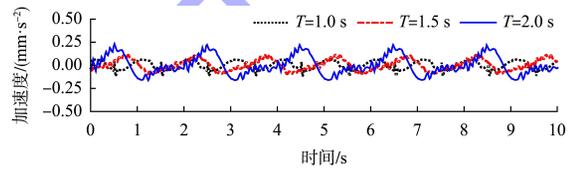
c) 桩B₂埋深0.30 m



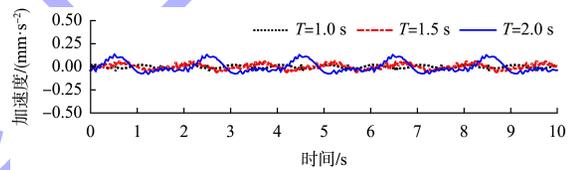
d) 桩B₂埋深0.45 m



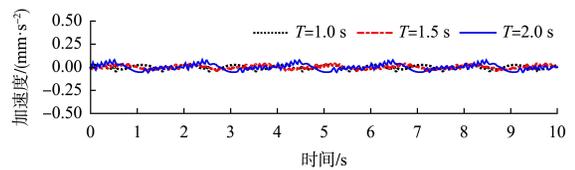
e) 桩D₂近地表



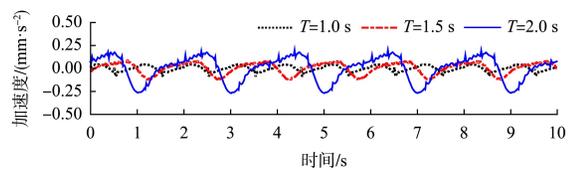
f) 桩D₂埋深0.15 m



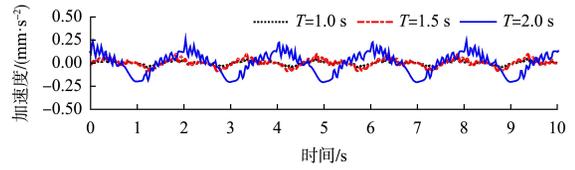
g) 桩D₂埋深0.30 m



h) 桩D₂埋深0.45 m



i) 桩F₂近地表



j) 桩F₂埋深0.15 m

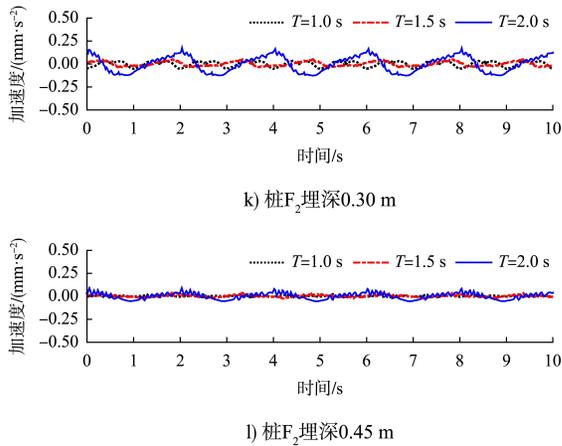


图 8 桩周围海床加速度时程

Fig. 8 Acceleration of seabed around pile with time history

3.4 甲板位移

如图 9 所示, 波浪作用下甲板两侧位移响应同步, 这说明高桩码头结构并未产生扭转。其中, 周期 $T=1.0$ s 时, 甲板位移累积速度最快, 累积位移最大, 其次是 $T=2.0$ s 时, 而 $T=1.5$ s 时最小, 这说明波浪周期 $T \in [1.0 \text{ s}, 2.0 \text{ s}]$ 时, 高桩码头甲板的累积位移与波浪周期的关系呈非线性。

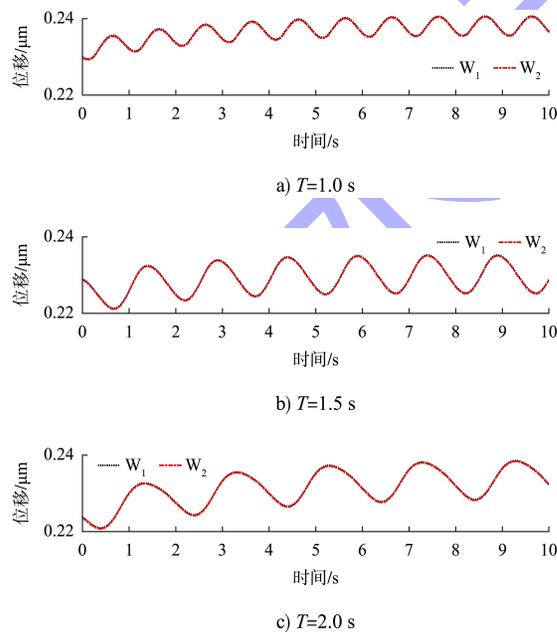


图 9 甲板位移时程

Fig. 9 Deck displacement with time history

3.5 桩身动水压力

图 10 为在波高为 2.5 cm, 周期 2.0 s 的波浪作用下, 桩 $B_1 \sim B_3$ 所受动水压力。其中, 桩 B_2 所

受动水压力幅值最大, 这是由于桩 B_1 和 B_3 处产生的波浪绕流叠加作用于中间桩 B_2 造成的。

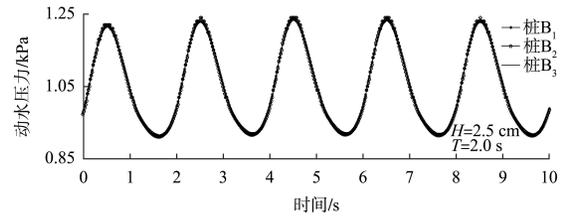
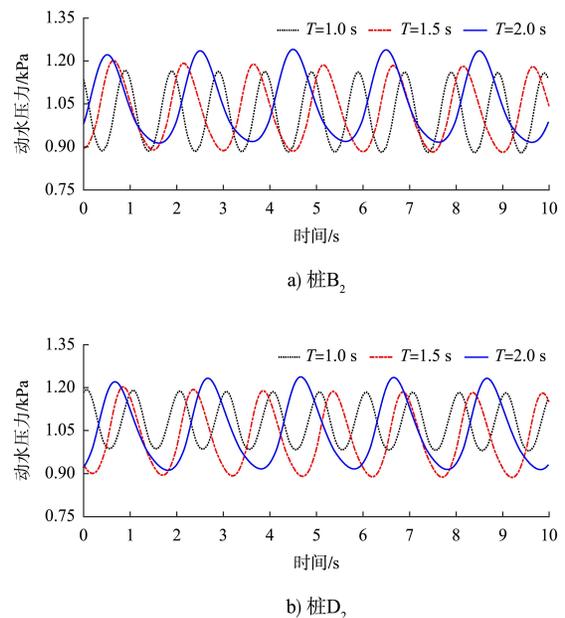


图 10 桩 B_1 、 B_2 、 B_3 动水压力时程

Fig. 10 Hydrodynamic pressure of pile B_1 , B_2 and B_3 with time history

图 11 为桩 B_2 、 D_2 和 F_2 动水压力时程, 可以发现, 与周期 2.0 s 相比, 周期为 1.5、1.0 s 时, 桩 B_2 所受动水压力幅值分别降低了 8.8% 和 9.0%, 桩 D_2 分别降低了 9.4% 和 27.6%; 桩 F_2 分别降低了 11.0% 和 44.0%。说明桩所受的动水压力幅值随波浪周期的减小而降低。对比图 11 桩 B_2 、 D_2 和 F_2 , 当周期为 2.0 s 时, 与桩 B_2 相比, 桩 D_2 和 F_2 所受的动水压力最大值分别下降了 0.8% 和 2.5%; 当周期为 1.5 s 时, 分别下降了 1.0% 和 3.0%; 当波浪周期为 1.0 s 时, 分别下降了 2.0% 和 4.0%。由此可知, 沿波浪传播方向上, 各桩所受的动水压力幅值逐渐减小, 且波浪周期越小, 减小的幅度越大。



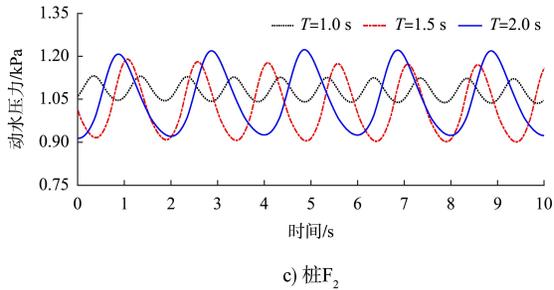


图 11 桩 B₂、D₂ 和 F₂ 动水压力时程

Fig. 11 Hydrodynamic pressure of pile B₂, D₂ and F₂ with time history

4 结论

1) 波浪是桩周海床孔压产生波动的直接因素,波浪作用下桩周海床孔压未发生累积效应。因此,当海床透水性好且仅考虑常规波浪作用时,可以不考虑潜在波致桩周海床液化的问题。

2) 沿波浪传播方向,海床孔压、海床加速度、桩身动水压力的幅值均显著降低;中间桩所受的动水压力明显大于边桩。因此,在高桩码头动力设计时,应重点关注波浪对前列中间排桩的动力作用。

3) 波浪周期越小,海床孔压、海床加速度、桩身动水压力的幅值越低,沿传播方向幅值衰减越快;相对于长周期波浪,短周期波浪在高桩码头群桩传播的能量损失更为显著。因此,在高桩码头动力设计时,应主要考虑长周期波浪对海床和桩基的动力作用。

参考文献:

- [1] 吴雷晔,朱斌,陈仁朋,等.波浪-海床-结构物相互作用离心模型试验及数值模拟[J].土木工程学报,2019,52(S2):186-192.
WU L Y, ZHU B, CHEN R P, et al. Centrifuge test and numerical simulation of wave-seabed-structure interaction[J]. China civil engineering journal, 2019, 52(S2): 186-192.
- [2] 吴雷晔,万佳怡,孔德琼,等.波浪作用下软黏土海床动力响应离心模型试验[J].中南大学学报(自然科学版),2022,53(8):3040-3051.
WU L Y, WAN J Y, KONG D Q, et al. Centrifuge test on

dynamic response of soft clay seabed under wave action[J]. Journal of Central South University (Science and technology), 2022, 53(8): 3040-3051.

- [3] ZHANG Q B, ZHAI H L, WANG P D, et al. Experimental study on irregular wave-induced pore-water pressures in a porous seabed around a mono-pile [J]. Applied ocean research, 2020, 95(C): 102041.
- [4] WANG S H, WANG P D, ZHAI H L, et al. Experimental study for wave-induced pore-water pressures in a porous seabed around a mono-pile[J]. Journal of marine science and engineering, 2019, 7(7): 237.
- [5] 毕建巍,苏雷,解立波,等.波浪作用下液化场地高桩码头动力响应试验研究[J].上海交通大学学报,2023,57(11):1442-1454.
BI J W, SU L, XIE L B, et al. Experimental investigation of dynamic response of pile-supported wharf in liquefiable ground under wave action [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 57(11): 1442-1454.
- [6] 毕建巍,苏雷,解立波,等.波流作用下高桩码头动力响应试验研究[J].水运工程,2023(2):37-43,73.
BI J W, SU L, XIE L B, et al. Experimental investigation of dynamic response of pile-supported wharf under wave-current action[J]. Port & waterway engineering, 2023, (2): 37-43, 73.
- [7] 金小凯,陈锦剑,廖晨聪.波浪荷载对单桩承载力影响的水槽模拟试验研究[J].上海交通大学学报,2021,55(4):365-371.
JIN X K, CHEN J J, LIAO C C. Wave flume simulation experiment on influence of wave load on bearing capacity of monopile[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2021, 55(4): 365-371.
- [8] QI W G, GAO F P. Physical modeling of local scour development around a large-diameter monopile in combined waves and current [J]. Coastal engineering, 2014, 83: 72-81.
- [9] QI W G, GAO F P, HAN X T, et al. Local scour and pore-water pressure around a monopile foundation under combined waves and currents [C]// Proceedings of the Twenty-second (2012) International offshore and polar

- engineering conference, Rhodes: International Society of Offshore and Polar Engineers (ISOPE), 2012: 159-165.
- [10] 刘小丽, 刘洪睿. 椭圆余弦波作用下海床响应特征的有限体积法数值分析[J]. 中国海洋大学学报(自然科学版), 2021, 51(10): 101-106.
- LIU X L, LIU H R. Numerical simulation of cnoidal wave-induced seabed response by finite volume method [J]. Periodical of Ocean University of China (Natural science edition), 2021, 51(10): 101-106.
- [11] 王岳, 刘春, 刘晓磊, 等. 波浪作用下海床孔压累积过程离散元数值模拟[J]. 海洋学报, 2021, 43(11): 88-95.
- WANG Y, LIU C, LIU X L, et al. Discrete element numerical simulation of accumulation process of wave-induced pore water pressure in the seabed [J]. Acta oceanologica, 2021, 43(11): 88-95.
- [12] 崔嵩, 郑东生, 叶冠林, 等. 波流共同作用下砂质海床动力响应[J]. 上海交通大学学报, 2012, 46(10): 1553-1557.
- CUI S, ZHENG D S, YE G L, et al. Dynamic response of sandy seabed to combined wave and current loading[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2012, 46(10): 1553-1557.
- [13] YE G L, LENG J, JENG D S. Numerical testing on wave-induced seabed liquefaction with a poro-elastoplastic model[J]. Soil dynamics and earthquake engineering, 2018, 105, 150-159.
- [14] 刘逸凡, 刘红军, 刘灿, 等. 极端海况下单桩周围土体瞬时孔压响应分析[J]. 海洋湖沼通报, 2022, 44(3): 7-15.
- LIU Y F, LIU H J, LIU C, et al. Transient pore pressure response of soil around mono-pile under extreme sea conditions[J]. Transactions of oceanology and limnology, 2022, 44(3): 7-15.
- [15] CHEN L Y, JENG D S, LIAO C C, et al. Wave-induced seabed response around a dumbbell cofferdam in non-homogeneous anisotropic seabed [J]. Journal of marine science and engineering, 2019, 7(6): 189.
- [16] LIANG Z D, JENG D S. The instantaneous seabed liquefaction around offshore pile-type foundation and seabed protection under combined wave and current loading[J]. Ocean engineering, 2022, 257: 111649.
- [17] 岳戈. ADINA 流体与流固耦合功能的高级应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2010.
- GE Y. Advanced applications of ADINA fluid and fluid-structure coupling capabilities [M]. Beijing: China Communications Press, 2010.
- [18] 王安庆. 基于流固耦合的海上风机桩基础受力性能分析[J]. 电工技术, 2022(23): 19-23.
- WANG A Q. Mechanical performance analysis of offshore wind turbine pile foundation based on fluid structure interaction[J]. Electric engineering, 2022(23): 19-23.
- [19] 董泽蛟, 谭忆秋, 曹丽萍, 等. 水-荷载耦合作用下沥青路面孔隙水压力研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007(10): 1614-1617.
- DOND Z J, TAN Y Q, CAO L P, et al. Pore pressure with in a sphalt pavement under coupled moisture-loading action [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2007(10): 1614-1617.
- [20] 田树刚, 张爱军, 任文渊, 等. 基于流-固耦合的近海风电基础地震反应分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(1): 155-165.
- TIAN S G, ZHANG A J, REN W Y, et al. Seismic response of offshore structure of wind turbine and foundation considering fluid-structure coupling [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(1): 155-165.
- [21] 朱庆杰, 任瑞, 贾海波, 等. 基于 ADINA 的多孔介质流固耦合分析[J]. 常州大学学报(自然科学版), 2015, 27(1): 81-85.
- ZHU Q J, REN R, JIA H B, et al. Coupling analysis of fluid structure interaction in porous media based on ADINA [J]. Journal of Changzhou University (Natural science edition), 2015, 27(1): 81-85.
- [22] 王伟. 波浪对桥墩动力作用机理及数值模拟[D]. 成都: 西南交通大学, 2015.
- WANG W. Dynamic mechanism and numerical simulation of waves on bridge piers [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2019.