



高桩码头桩基动力损伤识别方法

李 肖¹, 苏静波¹, 吉同元², 秦网根²

(1. 河海大学 港口海岸与近海工程学院, 江苏 南京 210098;

2. 江苏省交通规划设计院股份有限公司, 江苏 南京 210014)

摘要: 结构的损伤对其动力特性会产生一定的影响, 利用结构损伤前后的模态参数的变化来进行结构的损伤识别是行之有效的方法。然而结构在完整状态下的模态参数很难得到, 损伤程度更是难以确定。针对上述问题, 提出一种基于损伤状态下的拟合曲率模态的损伤识别方法: 首先通过损伤后的位移模态拟合出无损伤位移模态, 然后根据拟合出的位移模态得到拟合曲率模态, 基于损伤后的真实曲率模态相对于拟合曲率模态的突变来判别损伤位置; 引入曲率相对改变量、损伤位置参数和模态阶数作为损伤样本的特征向量, 通过支持向量机判断结构损伤程度。实例分析表明该方法能够对高桩码头排架结构的损伤进行识别。

关键词: 曲率模态; 拟合曲率模态; 支持向量机; 高桩码头; 损伤识别

中图分类号: U 656.1⁺13

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2015)10-0057-06

Identification method for pile foundation's dynamic damage of piled wharf

LI Xiao¹, SU Jing-bo¹, JI Tong-yuan², QIN Wang-gen²

(1. College of Harbor, Coastal and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Jiangsu Province Communications Planning and Design Institute Co., Ltd., Nanjing 210014, China)

Abstract: The structural damage has a certain effect on structural dynamic characteristics, and it is an effective method to use the change between the modal parameters of damaged structure and undamaged structure. However, it is difficult to obtain the modal parameters of structures which in intact state, and the damage degree is more difficult to determine. To counter the above problem, we putting forward a damage identification method based on the fitting curvature of damaged state, I. e. fitting displacement modal of intact state from displacement modal of damaged state firstly, then getting curvature modal from the fitting displacement modal, judging the damage location based on mutations of real modal curvature relative to the fitting curvature modal; introducing relative change of curvature, the damage location parameters and modal order as the feature vector of damage sample, determining structure damage degree through the support vector machine. The instance analysis shows that the proposed method can detect the damage of pile foundation of the piled wharf.

Keywords: curvature modal; fitting curvature modal; support vector machine; piled wharf; damage identification

高桩码头是我国码头的主要形式之一, 高桩码头在使用过程中不可避免地会出现损伤, 病态的高桩码头会成为我国国民经济的重大隐患。

近年来应用于损伤检测的结构动力参数有固有频率、位移模态和曲率模态等。曲率模态是承弯结构弯曲振动的特殊动力参数, 其本质为位移

振型的二阶导数。1991 年 Pandey 对悬臂梁和简支梁式结构模型进行分析, 第一次提出运用曲率模态对结构损伤位置进行识别的方法^[1]。Lee Eun-Taik 提出了从测量点处位移数据导出损伤结构全部位移数据的方法, 再运用曲率模态检测损伤, 并通过对悬臂梁模型的计算验证了所提方法的有效

收稿日期: 2015-01-28

作者简介: 李肖 (1990—), 男, 硕士研究生, 研究方向为工程结构与介质的相互作用。

性^[2]。李功宇等对悬臂梁进行多种工况的损伤模拟,并进行曲率模态分析,验证了曲率模态对结构损伤位置进行识别的可行性,并提出应用曲率模态振型幅值突变系数对损伤程度的识别的方法^[3]。Mohamed Abdel-Basset Abdo^[4]对应用曲率模态技术检测损伤的可靠性进行了分析,并通过一个双跨连续梁结构的数值计算得出应用曲率模态可有效进行损伤识别的结论。Radzieński M^[5]对多种损伤检测方法进行了对比分析,通过对一个铝板进行损伤试验研究,得出应用曲率模态指标能够正确识别损伤的结论。吴志龙等^[6]对高桩码头排架桩基的多种工况的损伤进行数值模拟,通过数值模拟的结果,分析了频率、位移模态、曲率模态对于损伤的灵敏性,得到频率和位移模态对桩基损伤不敏感、曲率模态对桩基损伤敏感、损伤程度可通过曲线的突变程度得到反映的结论。杨志明等^[7]对某工程高桩码头进行数值模拟,得出曲率模态对高桩码头局部损伤比较敏感、能够识别出损伤位置,而位移模态对高桩码头局部损伤不敏感的结论。然而目前基于曲率模态进行损伤检测的方法大多需要结构损伤前的模态,而结构损伤前的模态很难得到,因此在实际工程中应用不便。研究直接使用高桩码头损伤状态下的模态参数进行损伤识别的方法具有重要的意义。

众多学者在模态损伤方面的研究发现位移模态对损伤不敏感^[6-8],损伤前后同一结构的位移模态变化不大,且不同损伤位置 and 不同阶次的模态使得曲率模态对损伤程度的表现也不同,本文拟将损伤后的位移模态通过最小二乘多项式拟合得到结构健康状态下的拟合位移模态,然后经过位移模态与曲率模态之间的关系得到拟合曲率模态,通过拟合曲率模态进行结构的损伤位置的识别;将损伤位置参数和模态阶次引入损伤程度的特征向量,利用支持向量回归机进行损伤程度的确定。

1 基于拟合曲率模态的损伤位置识别方法

对损伤不敏感的位移模态,可由振动理论得到。对于一个多自由度系统,其运动方程可以表示为^[9]:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \mathbf{x} = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}$ 为结构刚度矩阵; $\mathbf{C}$ 为阻尼矩阵; $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵; $\mathbf{x}$ 、 $\dot{\mathbf{x}}$ 、 $\ddot{\mathbf{x}}$ 分别为各自由度位移向量、速度向量、加速度向量,记 $\mathbf{x} = \mathbf{X}e^{j\omega t}$, 则以上系统的无阻尼自由振动规律可以表示为:

$$-\omega^2 \mathbf{M} \mathbf{X} + \mathbf{K} \mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (2)$$

即:

$$\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{X} = \omega^2 \mathbf{X} \quad (3)$$

式(3)的特征方程为: $\det(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{I}) = 0$, 由此式可得 ω_r , $r=1, 2, 3, \dots, N$ 。将 ω_r 代入式(3)便能得到相应的特征向量 $\boldsymbol{\varphi}_r$, $r=1, 2, 3, \dots, N$, 即得到位移模态。若结构是有损伤的, 即得到损伤状态下的位移模态。

取损伤状态下 z 方向的位移模态进行分析, 即给定一组数据点 (x_i, z_i) ($i=0, 1, 2, \dots, m$), 其中 x_i 为第 i 个节点的位置坐标, 用最小二乘多项式拟合的方法对损伤状态下的位移模态数据进行拟合, 即取 $\psi_n(x) = \sum_{k=0}^n \alpha_k x^k \in \phi$, 使得:

$$I = \sum_{i=0}^m [\psi_n(x_i) - z_i]^2 = \sum_{i=0}^m \left(\sum_{k=0}^n \alpha_k x_i^k - z_i \right)^2 = \min \quad (4)$$

式中: ϕ 为所有次数不超过 n ($n \leq m$) 的多项式组成的一类基函数; I 为多元函数; $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 为未知量, 因此上述问题为求 $I(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 的极值问题, 其求解的必要条件为:

$$\frac{\partial I}{\partial \alpha_j} = 2 \sum_{i=0}^m \left(\sum_{k=0}^n \alpha_k x_i^k - z_i \right) x_i^j = 0 \quad j=0, 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

即

$$\begin{bmatrix} m+1 & \sum_{i=0}^m x_i & \cdots & \sum_{i=0}^m x_i^n \\ \sum_{i=0}^m x_i & \sum_{i=0}^m x_i^2 & \cdots & \sum_{i=0}^m x_i^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^m x_i^n & \sum_{i=0}^m x_i^{n+1} & \cdots & \sum_{i=0}^m x_i^{2n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^m z_i \\ \sum_{i=0}^m x_i z_i \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^m x_i^n z_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)中的系数矩阵为正定矩阵, 则 $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]$ 存在唯一的解, 即可得到:

$$\psi_n(x) = \sum_{k=0}^n \alpha_k x^k \quad (7)$$

得到拟合位移模态。其拟合程度可由下式确定^[10-11]:

$$\alpha_i = \left| \frac{\varepsilon_i}{z_i} \right| \quad (8)$$

$$R = 1 - \sqrt{\frac{\sum [z_i - \psi_n(x)]^2}{\sum z_i^2}} \quad (9)$$

式中: ε_i 为拟合值与真实值之间的残差; α_i 为残差占真实值得比值, 实际应用中可取各点对应 α_i 的平均值来检查拟合程度; R 为拟合优度指标。 α_i 的平均值越小而 R 越大, 表示拟合程度越好。

当测点之间的间距相同时, 可由实际损伤位移模态经差分得到实际损伤曲率模态, 由拟合位移模态得到拟合曲率模态, 结构第 j 阶第 i 个节点的曲率模态为^[12]:

$$\varphi''_{i,j} = \frac{\varphi_{i-1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i+1,j}}{d^2} \quad (10)$$

并用式(11)估算第 1 个节点和最后 1 个节点的曲率值。

$$\begin{cases} \varphi''_{1,j} = 2\varphi''_{2,j} - \varphi''_{3,j} \\ \varphi''_{n,j} = 2\varphi''_{n-1,j} - \varphi''_{n-2,j} \end{cases} \quad (11)$$

定义曲率相对改变量 L 为:

$$L = \frac{\phi''_{i,j} - \varphi''_{i,j}}{\max(\varphi''_{i,j})} \quad (12)$$

式中: $\phi''_{i,j}$ 、 $\varphi''_{i,j}$ 分别为实际损伤的曲率模态和拟合曲率模态。

2 基于支持向量机的损伤程度识别方法

支持向量回归机是基于统计学习理论的机器学习方法, 其基本理论是先将输入向量 x 映射到特征空间, 再寻找决策函数式(13), 使

$$\begin{aligned} f(x, \omega) : x \in R^n \rightarrow y \\ f(x, \omega) = \omega \cdot \psi(x) + b \end{aligned} \quad (13)$$

式中: ω 是权重向量; b 为偏置项; y 为输出向量; 输入向量 x 通常为训练样本或测试样本的特征向量^[13], 对基于曲率模态的高桩码头损伤检测,

损伤位置和模态阶次都会影响曲率模态对损伤程度的反映, 因此样本特征向量由损伤位置参数、模态阶次和曲率相对改变量组成。

求优化的回归问题即为求最小的 $\|\omega\|$ ^[13], 考虑到样本的回归误差可能大于给定的最大残差 ε 的情况引入松弛系数 ξ^- 和 ξ^+ , 引入参数 C 以平衡最大间隔和回归误差, 于是对于有 L 个样本求最小 $\|\omega\|$ 的问题转化为如下问题:

$$\begin{aligned} \min_{\omega, b, \xi^-, \xi^+} \quad & \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + \frac{C}{L} \sum_{i=1}^L (\xi^- + \xi^+) \\ \text{s. t} \quad & y_i - \omega^T \cdot \psi(x_i) - b \leq \varepsilon + \xi_i^+ \\ & -y_i + \omega^T \cdot \psi(x_i) + b \leq \varepsilon + \xi_i^- \\ & \xi_i^- \geq 0, \xi_i^+ \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (14)$$

构造上式的拉格朗日函数, 并将其转换为对偶函数即可求出最优解时对应于 ξ^+ 、 ξ^- 的拉格朗日乘子 α 、 α^* , 从而得到决策函数

$$f(x) = \sum_{i=1}^L (\alpha_i^* - \alpha_i) K(x_i, x_j) + b \quad (15)$$

其中:

$$K(x_i, x_j) = \psi(x_i) \cdot \psi(x_j) \quad (16)$$

为核函数, 对于 b , 可选择处于 $(0, \frac{C}{L})$ 的 α_j 或 α_k^* ,

按下式计算:

$$b = y_j - \sum_{i=1}^L (\alpha_i^* - \alpha_i) K(x_i, x_j) + \varepsilon \quad (17)$$

或

$$b = y_k - \sum_{i=1}^L (\alpha_i^* - \alpha_i) K(x_i, x_k) - \varepsilon \quad (18)$$

用训练样本得到决策函数后即可输入检测样本的特征向量求出损伤程度的计算值。

3 典型实例有限元计算分析

3.1 模型的建立

为了便于分析, 取典型高桩码头排架结构作为分析对象。桩的截面为长宽均为 0.58 m 的方桩, 桩材料的密度为 2 500 kg/m³, 材料泊松比为 0.2, 结构的弹性模量为 32.5 GPa, 并以减少单元的刚度来进行损伤的模拟。考虑桩的固结深度后, 桩的计算深度处位移实际为零, 因此桩的底端简化为固定端, 桩的计算桩长为 23.1 m, 由于桩帽刚度较大, 桩顶与桩帽底端简化为固接, 应用有

限元软件 ANSYS13.0 的 SOLID185 实体单元建立横梁与桩帽,用 BEAM188 单元来建立桩,共划分了 800 个梁单元,在桩顶与桩帽的连接处设立刚性区,传递梁单元上的弯矩,以达到梁单元与实体单元位移的协调条件。其无损伤的有限元计算模型及拟进行损伤的位置见图 1。

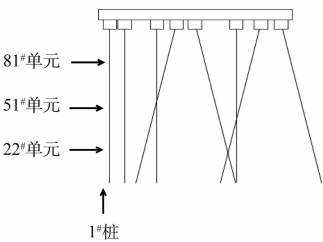


图 1 有限元计算模型及拟进行损伤的位置

3.2 损伤位置识别

对高桩码头排架模拟分两种工况：在距桩底

端约 1/5 桩长的 22#单元、处于中间位置的 51#单元和距桩底端 4/5 桩长的 81#单元均做损伤程度为 40%、60% 的损伤。提取桩在各工况下前 3 阶 z 方向的位移,并对各损伤工况的前 3 阶位移模态进行最小二乘多项式拟合。当拟合次数从 1 到 9 变化时,拟合指标 α 平均值和 R 的值见表 1。由表 1 可知,当工况 1 的 1 阶、2 阶、3 阶位移模态的拟合次数分别为 5、5、6 时,工况 2 的 1 阶、2 阶、3 阶位移模态的拟合次数分别为 6、6、6 时,拟合指标 α 平均值均能达到 0.05 以下,且再增加拟合次数 α 平均值降低的幅度不大,拟合优度指标 R 能达到 0.998 以上,表明拟合程度较好,即对工况 1 的 1 阶、2 阶、3 阶位移模态分别采用 5、5、6 次进行拟合,对工况 2 的 1 阶、2 阶、3 阶位移模态分别采用 6、6、6 次进行拟合。

表 1 两种工况下各阶位移模态不同拟合次数的拟合指标 α 的平均值与拟合指标 R

拟合次数	拟合指标 α 的平均值						拟合指标 R					
	3 处损伤 40%			3 处损伤 60%			3 处损伤 40%			3 处损伤 60%		
	1 阶	2 阶	3 阶	1 阶	2 阶	3 阶	1 阶	2 阶	3 阶	1 阶	2 阶	3 阶
1	54.564 1	7.246 5	10.696 8	56.302 5	7.415 5	10.794 7	0.823 0	0.940 9	0.575 1	0.821 8	0.940 0	0.573 4
2	1.136 1	7.954 7	8.461 6	1.214 1	8.168 2	8.610 1	0.995 8	0.941 2	0.859 8	0.995 5	0.940 3	0.858 6
3	0.229 4	0.557 5	1.913 5	0.241 5	0.553 9	1.953 6	0.999 0	0.994 6	0.956 9	0.998 7	0.994 5	0.955 9
4	0.078 8	0.100 6	0.170 8	0.126 2	0.128 0	0.198 8	0.999 6	0.999 2	0.996 9	0.999 3	0.999 0	0.996 2
5	0.020 7	0.022 8	0.055 7	0.050 5	0.051 6	0.085 8	0.999 7	0.999 7	0.998 3	0.999 3	0.999 3	0.997 1
6	0.016 2	0.013 6	0.002 5	0.036 9	0.031 1	0.009 3	0.999 7	0.999 7	0.999 1	0.999 3	0.999 4	0.998 0
7	0.018 5	0.006 0	0.012 0	0.041 3	0.013 5	0.026 3	0.999 7	0.999 8	0.999 2	0.999 3	0.999 7	0.998 3
8	0.010 5	0.003 6	0.001 1	0.023 4	0.008 1	0.002 4	0.999 8	0.999 9	0.999 5	0.999 5	0.999 7	0.998 8
9	0.008 3	0.001 9	0.001 2	0.018 8	0.004 2	0.002 6	0.999 8	0.999 9	0.999 5	0.999 5	0.999 7	0.998 8

得到位移模态的拟合次数后,利用最小二乘法进行拟合得到拟合位移模态,将拟合位移模态和实际损伤位移模态进行差分计算得到拟

合曲率模态和实际损伤曲率模态。3 处损伤为 40%、60% 时各阶拟合曲率模态与实际损伤曲率模态见图 2、3。

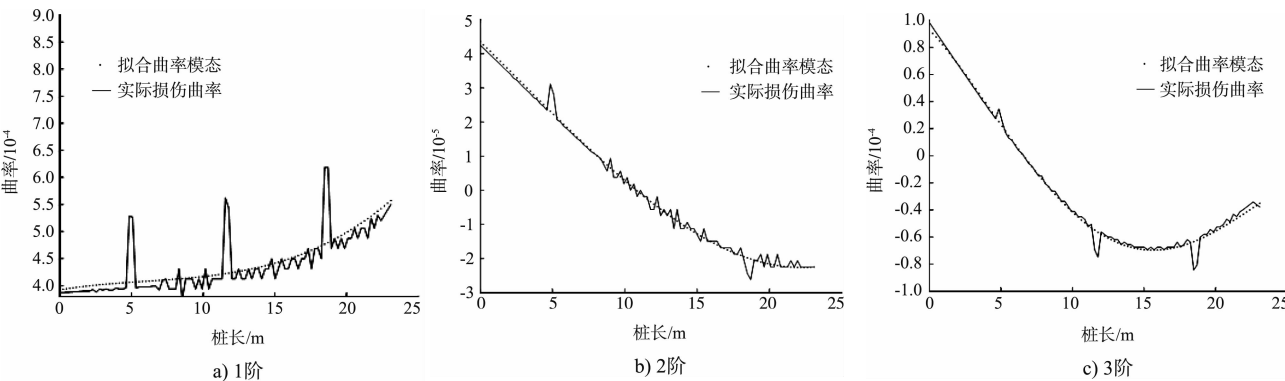


图 2 3 处损伤均为 40% 工况下各阶损伤曲率和拟合曲率

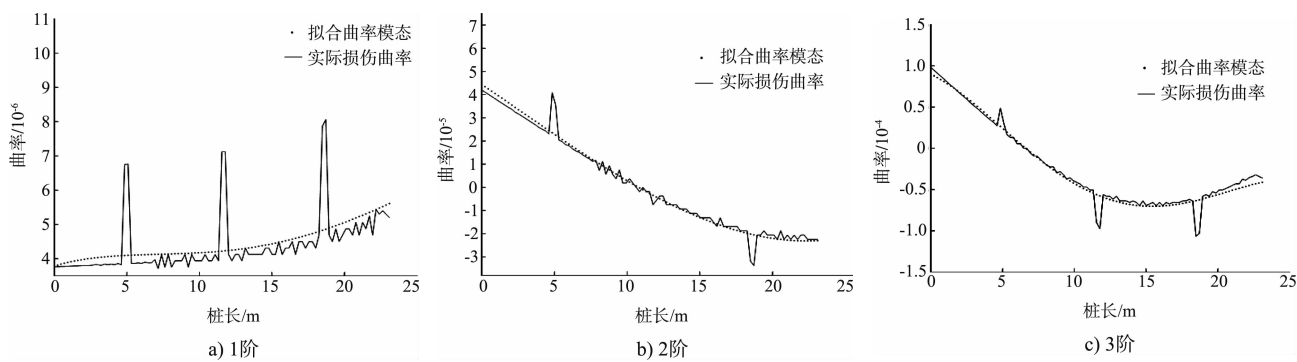


图 3 3 处损伤均为 60% 工况下各阶损伤曲率和拟合曲率

由图 2、3 可以看出：当损伤较大时，实际的损伤曲率模态相对于拟合模态的突变较大；两种损伤工况的 2 阶曲率模态均没有表现出处于桩中间位置的损伤，这是由于该处损伤处于 2 阶曲率模态的模态节点上；不同位置发生的损伤曲率模态在损伤处的突变程度不同；不同模态阶次对同一损伤的敏感性也不同。基于以上几点，在确定损伤程度时需要考虑曲率相对改变量、模态阶次和损伤位置。

3.3 损伤程度的确定

在对高桩码头排架桩基进行损伤程度的判断中，考虑各工况的曲率相对改变量 L 、损伤位置距桩底端的距离 D 占桩长的百分比 R 和模态阶次 N 来进行损伤程度的确定，为方便分析，对曲率变化率 L 、损伤位置参数 R 、模态阶次 N 和损伤程度 S 均进行归一化后再用支持向量机进行分析，然后将得到结果进行反归一化得到计算损伤程度 S' 。为训练支持向量机，对 1# 桩做 5 类单损工况：分别在 D 为 0.15、0.35、0.55、0.75、0.95 处做损伤，每类单损工况有 7 种损伤程度：20%、30%、40%、50%、60%、70%、80%，提取每种损伤工况的前 4 阶模态进行计算，共 140 个样本点。训练后的支持向量机即可应用于损伤程度的检验，未归一化的检验样本及计算结果见表 2。经过计算，计算所得损伤程度 S' 与实际损伤程度 S 相差约在 0.03，误差在可接受范围内，说明基于支持向量机的损伤程度判断效果比较理想。

表 2 未归一化的支持向量回归机检验样本及计算结果

特征向量			目标向量	
曲率相对改变量 L	损伤位置 R	模态阶数 N	实际损伤程度 S	计算损伤程度 S'
0.066 8	0.35	1	0.20	0.207 0
0.723 9	0.55	3	0.68	0.666 4
0.092 7	0.55	3	0.22	0.274 7
0.427 0	0.75	4	0.50	0.521 1
0.045 7	0.35	2	0.30	0.290 5
0.345 2	0.75	2	0.68	0.683 1
1.318 4	0.55	1	0.77	0.797 4
1.278 6	0.55	4	0.77	0.794 7

4 结论

本文提出了基于动力理论和支持向量机理论的高桩码头桩基的损伤识别方法。由计算结果可知，实际曲率模态相对拟合曲率模态有较大突变处即为损伤位置；实际曲率模态曲线相对于拟合曲率模态曲线的突变程度与模态阶次、损伤位置和损伤程度有关；基于支持向量机的损伤程度识别结果与真实损伤程度数值接近。然而，在实际工程中某些构件在部分区域曲率变化剧烈，若对该构件进行一次性全局拟合会造成结果失真较大，在以后的科研中，对结构进行分段拟合是解决该问题的方法之一。

参考文献：

[1] Pandey A K, Biswas M, Samman M M. Damage detection from changes incurvature mode shapes [J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 145 (2): 321-332.

- [2] Lee E, Eun H. Damage detection of damaged beam by constrained displacement curvature [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2008, 22(6): 1 111-1 120.
- [3] 李功宇, 郑华文. 损伤结构的曲率模态分析[J]. 振动、测试与诊断, 2002 (2): 136-141.
- [4] Mohamed Abdel-BassetAbdo. Reliability of using curvature techniques in structural damage detection [J]. Journal of Engineering and Applied Sciences, 2014(1): 1-12.
- [5] Radzieński M, Krawczuk M. Experimental verification and comparison of mode shape-based damage detection methods [J]. Journal of Physics: Conference, 2009, 181(1): 1-8.
- [6] 吴志龙, 陶桂兰, 路万锋. 基于曲率模态的排架结构损伤分析[C]. 全国结构工程学术会议. 2011: 264-268.
- [7] 杨志明, 朱瑞虎, 陈橙. 高桩码头结构损伤动力特性研究[C]. 中国海洋工程学术讨论会. 2013: 1 201-1 025.
- [8] 顾培英. 基于应变模态技术的结构损伤诊断直接指标法研究[D]. 南京: 河海大学, 2006.
- [9] 王山山. 基于振动理论的水工结构无损检测技术研究[D]. 南京: 河海大学, 2005.
- [10] 王重, 刘黎明. 拟合优度检验统计量的设定方法[J]. 统计与决策, 2010 (5): 154-156.
- [11] 张世强. 曲线回归的拟合优度指标的探讨[J]. 中国卫生统计, 2002 (1): 9-11.
- [12] 李波, 刘明军, 马奕仁, 等. 基于平均曲率模态和最小二乘支持向量机的混凝土拱坝损伤识别方法研究[J]. 长江科学院院报, 2013 (11): 113-118.
- [13] 孙卫泉. 基于支持向量机的梁桥损伤识别[D]. 成都: 西南交通大学, 2008.
- (本文编辑 武亚庆)

~~~~~

(上接第 49 页)

从表 5 可知: 2D 与 3D 模型 *D*、*E* 两处桩内力差异不大, *A*、*B* 两处的桩内力轴力最大差异为 32%, 平均为 22%, 弯矩最大差异为 11%, 平均为 9%。从对比结果可知, 采用弹性支座较好的模拟的相邻排架的约束作用。

#### 4 结语

研究表明应用有限元 3D 模型对码头进行空间结构分析是适宜的。采用《高桩码头设计与施工规范》中简化水平力方法计算的 2D 模型与 3D 模型计算结果比较, 两者在较大差异, 在高水撞击的控制性工况下桩内力较为接近, 规范的简化方法偏于安全, 但在低水撞击的工况下, 与靠船构件直接连接的桩内力差异较大, 规范的简化方法偏于危险。

针对此情况, 本文提出的采用弹性支座简化水平力的方法, 此方法与 3D 模型分析结果较为接近, 且偏于安全, 能较确切地反映码头排架工作状态, 可供类似码头的设计作为参考。

#### 参考文献:

- [1] JTS 167-1—2010 高桩码头设计与施工规范[S].

- [2] 武清玺, 李建国, 张旭明. 桩基码头空间结构的内力计算与分析[J]. 水利水电科技进展, 2004(3): 21-23.
- [3] 夏天生, 陶桂兰, 王定. 水平荷载作用下高桩码头叉桩扭角布置研究[J]. 水运工程, 2013(5): 79-83.
- [4] 杨有军. 高桩码头柔性高桩承台和桩基在水平力作用下的计算研究[D]. 南京: 河海大学, 2005.
- [5] JTS 144-1—2010 港口工程荷载规范[S].
- [6] 吴乔, 黄卫兰, 鲁子爱, 等. 桩基布置对高桩码头撞击力分配的影响[J]. 水道港口, 2014(2): 87-92.
- [7] 赵冲久, 熊洪峰, 刘现鹏. 船舶撞击力在高桩码头排架中的分配研究[J]. 水道港口, 2010(2): 132-137.
- [8] 邹智, 王多垠, 石兴勇, 等. 框架码头桩基结构在不同水位船舶撞击力作用下的受力分析[J]. 港工技术 2013(2): 27-28.
- [9] 赵颖. 高桩码头整体模型试验研究[J]. 人民长江, 1980(S1): 74-80.
- [10] JTS 0151—2011 港口工程混凝土结构设计规范[S].
- [11] 龙丽吉. 海港框架墩式码头动力仿真及可靠度分析[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2010.
- [12] 李向梅. 高桩码头叉桩抗震性能研究及其有限元分析[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2007.

(本文编辑 郭雪珍)