

· 综 合 ·



多向不规则波浪 与大尺度双墩结构作用的研究*

季新然, 柳淑学, 李金宣, 常 江

(大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 群墩结构是海洋工程中常见的结构形式, 而实际海洋中的波浪是多向不规则波浪。研究波浪的方向分布对于大尺度群墩作用具有重要的意义。基于 Linton 和 Evans 提出的规则波与群墩作用理论, 建立了多向不规则波浪对大尺度群墩作用的计算方法。通过与物理模型试验结果的对比, 对数值计算结果进行了验证。进一步计算了多向不规则波浪与两个串列和并列墩柱布置的群墩作用时, 墩柱所受的波浪力及群墩系数。结果表面波浪的方向分布对波浪力和群墩系数都有明显的影响, 尤其是对横向力, 实际工程应用时应考虑波浪的方向分布特性。

关键词: 多向不规则波浪; 群墩; 群墩系数; 方向分布

中图分类号: P 751; U 656.1

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2015)10-0001-08

Interaction of multi-directional random waves and double large-cylinder array

Ji Xin-ran, Liu Shu-xue, Li Jin-xuan, Chang Jiang

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The cylinder array is a common marine engineering structure, but in reality, ocean waves are usually multi-directional irregular waves. It is of great significance to study the effect of wave directional distribution on the interaction of wave on an array of large scale cylinders. Linton and Evans' method about wave-cylinders interaction is used as the transfer function, which is combined with the multi-directional random waves to predict the wave loads on array of cylinders. The numerical calculation results are verified by the results of the physical experiment. Wave forces and the group coefficients for two cylinders in tandem and parallel layout are calculated. The results indicate that the wave directionality has great effects on the wave force and the group coefficients, especially to the transverse wave force.

Keywords: multi-directional random waves; cylinder; group array; group coefficient; wave directionality

由一系列大尺度圆柱(圆柱直径 D 与波浪波长 λ 之比 $D/\lambda \geq 0.15$)组成的结构称之为群墩结构, 群墩结构是海岸及海洋工程建筑物的典型结构, 随着对海洋资源的进一步开发, 越来越多的离岸建筑物采用群墩结构的形式, 例如跨海大桥的桥墩、海上钻井平台等。而波浪是海洋工程结

构物上的主要荷载, 因此精确计算波浪对于群墩结构物的作用对于工程设计具有重要的意义。

对于单个墩柱, MacCamy 等^[1]基于微幅波的假设提出了线性绕射理论。但波浪与群墩结构作用时, 不仅要考虑墩柱自身的绕射影响, 还要考虑群墩结构中其它墩柱绕射波浪的影响。Spring

收稿日期: 2015-03-23

*基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体项目(51221961); 国家重点基础研究发展计划资助项目(973计划: 2011CB013703, 2013CB036101)

作者简介: 季新然(1986—), 男, 博士生, 从事港口、海岸和近海工程研究。

等^[2]采用叠加的方法,进一步推导给出了规则波对两个圆柱作用的解析表达式。Twersky^[3]给出了一种新的方法来解决波浪与群墩作用的问题,即多重散射法,这种方法每计算一次增加一个圆柱来考虑其散射作用,直至目标个数,这种方法比较简单,但是计算时间较长。Linton 等^[4]在 MacCamy 等方法的基础上对流场内的速度势进行简化得到规则波对群墩作用的简化公式。

近二三十年来,国内亦陆续开展了关于波浪与群墩结构物作用的研究。邱大洪等^[5]采用 Spring 等的方法计算了多圆柱墩群上的波浪力,进一步研究了单向不规则波浪对群墩的作用^[6],指出考虑波浪的不规则性可得到比规则波作用时更大的力。高永祥等^[7]进一步对公式进行简化,给出了不等径 4 个圆柱情况下各柱面上的压力分布。余志兴等^[8]基于廖国平等^[9]导出的大数量桩柱波浪力分块矩阵递推算法,通过大量的数值计算考察在特定波数下桩柱上的波浪力的特殊现象,研究了大数量桩柱对波浪力的干扰机理。另外,随着国内深水港口的建设,越来越多重力墩式结构应用于深水码头的设计中,刘海源等^[10]针对具体墩式码头结构的波峰面高度进行了试验研究,任效忠等^[11]则对准椭圆沉箱群墩结构的波浪力进行了试验研究。

上述研究大多是基于规则波或者单向不规则波浪。众所周知,真实的海洋波浪是多向不规则波浪,各种研究成果都表明,波浪的方向分布对于波浪的传播特性及其与工程结构物的作用具有明显的影响。然而由于多向波传播的复杂性,目前关于多向不规则波浪与墩柱及群墩作用的研究并不多见。陶建华^[12]由谱分析法计算了固定的方向分布宽度情况下群墩结构上总力的群墩系数,但是并未考虑方向分布分别对正向力和横向力的影响。Ji 等^[13-15]和季新然^[16]通过物理模型试验和数值计算的方法研究了多向不规则波浪与大尺度墩柱作用时,波浪的方向分布对波浪荷载的影响。Liu 等^[17]采用数值计算的方法计算了多向不规则波浪与群墩作用时群墩结构上波浪荷载的情况,发

现波浪的方向分布对墩柱受力和爬高都有很明显的影响,在多向不规则波浪作用时波浪的爬高往往要比单向波作用时大。

本文基于 Linton 和 Evans 提出的规则波对群墩结构作用的理论,进一步拓展,建立了多向不规则波浪对群墩作用的计算方法,并通过物理模型试验对文中所建立的计算方法进行了验证。最后对串列和并列布置的双墩结构中墩柱所受波浪力进行计算,得到正向力和横向力的时间过程线,并对此进行分析得到相应有效波浪力及群墩系数,研究成果可供实际工程设计时参考。

1 多向不规则波浪与群墩结构作用的计算方法

1.1 规则波浪与群墩结构作用的计算方法

假设波浪是线性规则波浪,那么波浪的速度势可以写为:

$$\Phi(x, y, z, t) = \operatorname{Re} \left[-\frac{igA}{\omega} \cdot \frac{\cosh(z+d)}{\cosh(kd)} \phi(x, y) e^{-i\omega t} \right] \quad (1)$$

式中: A 为入射波浪的波幅; d 为水深; g 为重力加速度; 波浪的波数 k 和波浪的频率 ω 满足色散方程:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (2)$$

图 1 为波浪与群墩作用的示意图。入射波浪的角度为 β , 假设群墩结构中包含 N ($N \geq 1$) 个底端固定的直立圆柱, 那么在研究中将采用 $N+1$ 个坐标系, 即在 (x, y) 平面以原点为中心的极坐标系 (r, θ) 和 N 个以圆柱中心坐标 (x_j, y_i) 为中心的极坐标系 (r_j, θ_j) , $j=1, \dots, N$ 。相关的坐标系参数可以参考图 1。

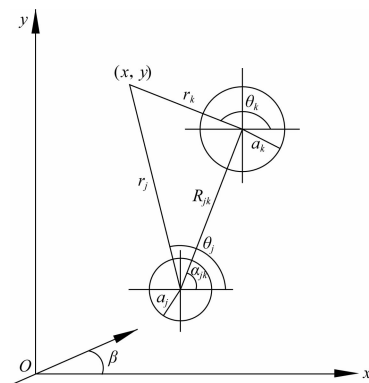


图 1 波浪与群墩作用

在总体坐标中, 入射波浪水平分布的速度势可以表示为:

$$\phi_i = e^{ik(x\cos\beta + y\sin\beta)} = e^{ikr\cos(\theta - \beta)} \quad (3)$$

若是转换到以墩柱中心为原点的极坐标系 (r_j, θ_j) 下, 则入射波浪的速度势为:

$$\phi_i = I_j e^{ikr_j \cos(\theta_j - \beta)} = I_j \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kr_j) e^{-in\theta_j} e^{in(\frac{\pi}{2} + \beta)} \quad (4)$$

式中: $I_j = e^{ik(x_j \cos\beta + y_j \sin\beta)}$ 是关于圆柱 j 的相位参数。

假设由圆柱 j 产生的绕射势为:

$$\phi_d^j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^j C_n^j H_n(kr_j) e^{in\theta_j} \quad (5)$$

式中: A_n^j 为未知参数; $C_n^j = J'_n(ka_j)/H'_n(ka_j)$, $H_n(x)$ 为汉克尔函数, 即 $H_n(x) = J_n(x) + iY_n(x)$ 。

在波浪场中, 波浪的总速度势为入射势和绕射势之和, 即:

$$\phi = \phi_i + \sum_{j=1}^N \phi_d^j = e^{ikr\cos(\theta - \beta)} + \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^j C_n^j H_n(kr_j) e^{in\theta_j} \quad (6)$$

式(6)中的待定系数应通过求解在各个圆柱表面上的流体方向速度为 0 的物面条件确定:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r_k} = 0 \quad (r_k = a_k, k = 1, \dots, N) \quad (7)$$

对贝塞尔函数采用 Graf 加法定理

$$H_n(kr_j) e^{in\theta_j} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n+m}(kR_{jk}) J_m(kr_k) \cdot e^{i(m\alpha_{jk} + n\alpha_{jk})} e^{-im\theta_k} \quad (r_k < R_{jk}) \quad (8)$$

因此, 式(6)可以改写为

$$A_m^k + \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^j C_n^j e^{i(n-m)\alpha_{jk}} H_{n-m}(kR_{jk}) = -I_k e^{im(\pi/2 - \beta)} \quad (9)$$

为了求解方程组(9)中的未知系数 A_n^j , 需要对等号左边的无穷叠加项进行截断。假设叠加项 n 取到第 M 项, 那么方程组编程含有 $N(2M+1)$ 个方程, 可以求解出 $N(2M+1)$ 个未知量 A_n^j 。

通过简化, 圆柱 k 表面的速度势可写为:

$$\phi(a_k, \theta_k) = -\frac{2i}{\pi ka_k} \cdot \sum_{n=-M}^M \frac{A_n^k}{H'_n(ka_k)} e^{in\theta_k} \quad (10)$$

第 k 根圆柱上的波浪力可通过物面积分求得, 即

$$\begin{Bmatrix} f_x^k \\ f_y^k \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} i \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{2\rho g A \tanh(kd)}{k^2 H'_1(ka_k)} \left(A_{-1}^k \begin{Bmatrix} - \\ + \end{Bmatrix} A_1^k \right) \quad (11)$$

那么单位振幅作用下, 作用在圆柱上的波浪力可以表示为:

$$\begin{Bmatrix} T_{f_x}^k \\ T_{f_y}^k \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} i \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{2\rho g \tanh(kd)}{k^2 H'_1(ka_k)} \left(A_{-1}^k \begin{Bmatrix} - \\ + \end{Bmatrix} A_1^k \right) \quad (12)$$

采用 Linton 和 Evans 的方法, 可以得到作用在墩柱上波浪力的简单表达式。对该结果进行无因次化得到式(12), 即为波浪与群墩作用时作用在群墩结构上波浪力的传递函数。

1.2 多向不规则波浪作用下群墩结构所受波浪力的计算方法

多向不规则波浪的方向谱 $S(f, \beta)$ 可以表示为波浪的频谱 $S(f)$ 和方向分布函数 $G(f, \beta)$ 的乘积, 即

$$S(f, \beta) = S(f) G(f, \beta) \quad (13)$$

在本文中波浪的频谱 $S(f)$ 采用 Goda^[18] 改进的 JONSWAP 谱, 即

$$S(f) = \beta_J H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-4} f^{-5} \exp[-1.25 (T_p f)^{-4}] \cdot \gamma^{\exp\left[\frac{-(T_p f - 1)^2}{2\sigma^2}\right]} \quad (14)$$

其中

$$\beta_J = \frac{0.06238}{0.230 + 0.0336\gamma - 0.185(1.9 + \gamma)^{-1}} \cdot [1.094 - 0.01915 \ln \gamma] \quad (15)$$

$$T_p = \frac{T_{1/3}}{1.0 - 0.132(\gamma + 0.2)^{-0.559}} \quad (16)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & f \leq f_p \\ 0.09 & f > f_p \end{cases} \quad (17)$$

式中: $H_{1/3}$ 和 $T_{1/3}$ 分别为有效波高和有效周期; T_p 为波浪的谱峰周期; f_p 为所对应的谱峰频率; 峰高因子 γ 取为 3.3。

方向分布函数 $G(f, \beta)$ 需满足下式

$$\int_{-\pi}^{\pi} G(f, \beta) d\beta = 1 \quad (18)$$

本文中波浪的方向分布采用 Longuet-Higgins^[19] 所定义的光易型方向分布函数, 即

$$G(f, \beta) = G_0(s) \left| \cos\left(\frac{\beta - \beta_0}{2}\right) \right|^{2s} \quad (19)$$

由于式(19)需要满足式(18), 从而可求解得 $G_0(s)$ 为:

$$G_0(s) = \left[\int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} \cos^{2s}\left(\frac{\beta - \beta_0}{2}\right) d\beta \right]^{-1} \quad (20)$$

式中: β_0 为波浪主波向; s 为多向波浪的方向分布集中度参数, s 越大, 波浪的方向分布越窄, 当 $s \rightarrow \infty$ 时, 则表示波浪为单向不规则波浪; $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$ 为波浪的方向分布范围, 取 $\beta_{\min} = -\frac{\pi}{2}$, $\beta_{\max} = \frac{\pi}{2}$ 。

由于多向不规则波浪的波能分布在一定的频域和方向范围内, 因此为了模拟多向不规则波浪的波面过程, 可把频域分为 M 份, 方向角度分为 N 份, 共有 $M \times N$ 个组成波。频率和方向角度的划分间隔分别为:

$$\begin{cases} d\omega = \frac{\omega_H - \omega_L}{M} \\ d\beta = \frac{\beta_{\max} - \beta_{\min}}{N} \end{cases} \quad (21)$$

则第 m 分段频率的代表频率为 $\bar{\omega}_m = \frac{1}{2} (\omega_m + \omega_{m-1})$ 。

把每个单元的组成波看成简谐波, 振幅可以写为

$$a_{mn} = \sqrt{2S(\bar{\omega}_m, \beta_n) d\omega d\beta} \quad (22)$$

为了避免双叠加法中“锁相”现象的出现, 在此采用频率方向对应法把各个组成波进行叠加从而得到多向不规则波浪的波面为:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn} \cos\left[(\omega_{mn} t - \right. \quad (23)$$

$$\left. k_{mn}(x \cos \beta_n + y \sin \beta_n) + \varepsilon_{mn}\right]$$

$$\omega_{mn} = \bar{\omega}_m - \frac{1}{2} d\omega + (n-1 + RAN_{mn}) \frac{d\omega}{N} \quad (24)$$

式中: $[\omega_L, \omega_H]$ 为频率的分布范围; ε_{mn} 为随机相位; RAN_{mn} 为在 $[0, 1]$ 内均布的随机数。模型中频域划分为 450 份, 角度划分为 350 份。

由式(12)中力的传递函数和式(23)多向不规

则波浪的模拟方法, 可以得到群墩中圆柱 j 所受波浪力的时间过程线:

$$f_j(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sqrt{2S(\bar{\omega}_m, \beta_n) d\omega d\beta} |T_f^j(\bar{\omega}_m, \beta_n)| \cdot \cos\left[(\omega_{mn} t - k_{mn}(x \cos \beta_n + y \sin \beta_n) + \varepsilon_{mn} + \alpha_{mn}^j)\right] \quad (25)$$

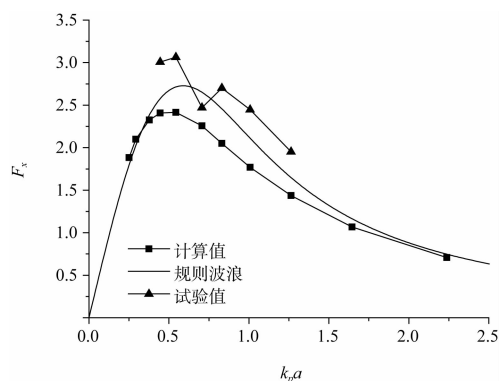
式中:

$$\alpha_{mn}^j = \arctan \frac{\operatorname{Re}[T_f^j(\bar{\omega}_m, \beta_n)]}{\operatorname{Im}[T_f^j(\bar{\omega}_m, \beta_n)]} \quad (26)$$

2 试验验证

式(9)中, 若圆柱个数 $N=1$, 则为波浪与单个墩柱作用的情况。Ji 等^[13]对多向不规则波浪与大尺度墩柱的作用进行了试验研究, 具体的试验布置及过程见文献[13]。在此将采用该试验的结果对本文的计算结果进行验证。

图2所示为在有效波高 $H_{1/3}=0.06$ m, 方向集中度参数 $s=10$ 、40 和 80 时, 计算和试验所得的墩柱所受正向力 F_x 和横向力 F_y 随相对尺度 $k_p a$ (其中 a 为墩柱的半径) 的变化情况。为了更清晰地对比, 同时也给出了规则波作用下墩柱的受力情况。从图2可看出, 在不同方向分布集中度参数时, 计算值和试验值随着相对尺度 $k_p a$ 变化是一致的。尽管计算值和试验值有一定的差距, 尤其是对于正向力, 这是由于在试验中的波浪存在非线性使得墩柱受力变大, 而本文中的计算方法是基于线性波浪, 同时对于低频波浪, 试验圆柱尺度接近于小尺度结果, 黏性力影响增大。总体来讲, 本文计算多向不规则波作用时群墩结构中墩柱受力的方法是可行的。



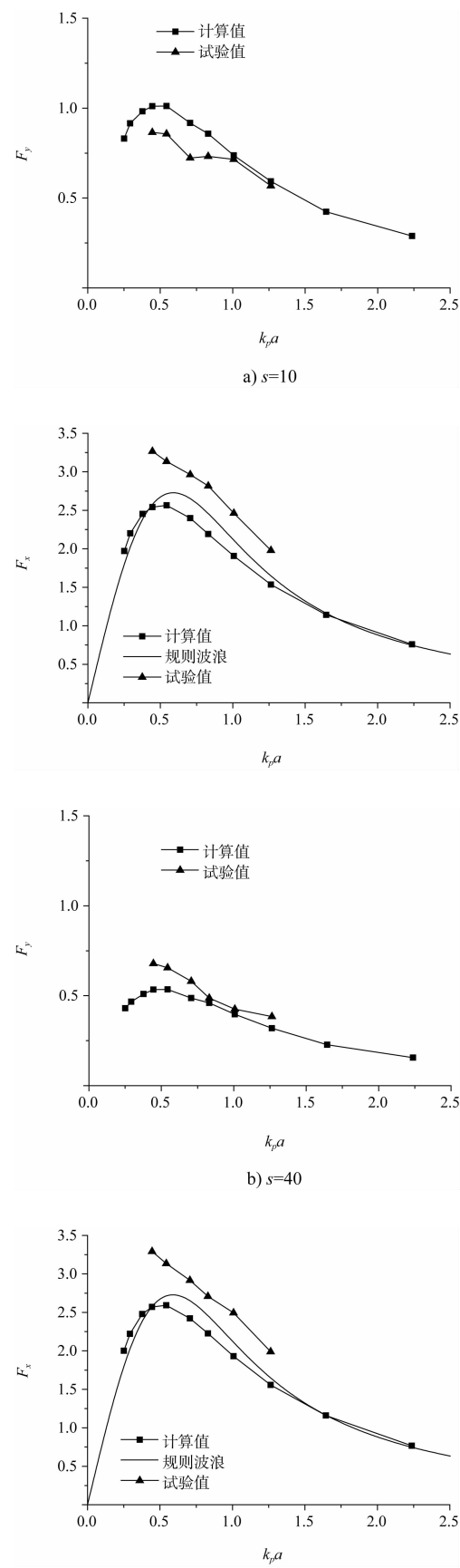


图 2 墩柱所受正向力 F_x 和横向力 F_y 随相对尺度 $k_p a$ 的变化情况

3 多向不规则波浪作用下双墩柱所受波浪力及群墩系数

波浪力是工程设计中考虑的主要荷载，准确合理地计算作用在结构物上的波浪力对海上建筑物能否安全可靠工作具有重要意义。在离岸工程（如海上钻井平台）中，当各个建筑物间的距离较小时，需要考虑相邻结构对其所受波浪力的影响。作用于群墩结构上的波浪力可以以单个墩柱所受波浪力为基础进行计算，并采用群墩系数 K 予以修正。群墩系数 K 采用如下的定义：

$$\begin{cases} K_x = \frac{f_x}{f_{0x}} \\ K_y = \frac{f_y}{f_{0y}} \end{cases} \quad (27)$$

式中： K_x 和 K_y 分别为多向不规则波浪作用下墩柱上的正向力和横向力群墩系数； f_x 和 f_y 为作用在群墩结构中该墩柱上的有效正向力和横向力； f_{0x} 和 f_{0y} 分别为相同波浪要素时，作用于单个墩柱上的有效正向力和横向力。

如图 3 所示，考虑两种群墩布置方式：串联布置和并列布置。在计算中采用等直径墩柱，直径 $D = 0.4 \text{ m}$ ，两墩柱的柱心间距 $L = 1.5D \sim 4.9D$ ，水深 $d = 0.5 \text{ m}$ 。

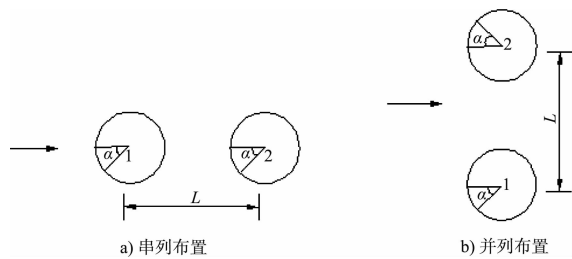
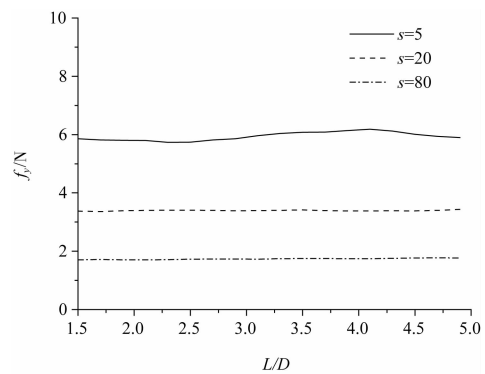
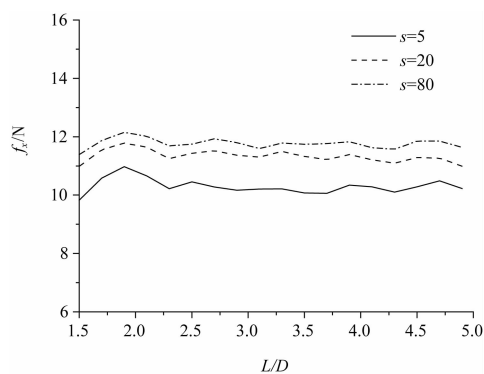
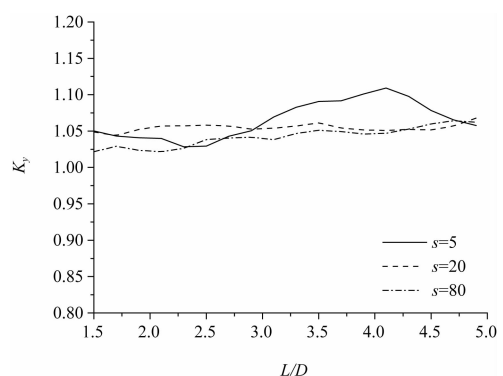
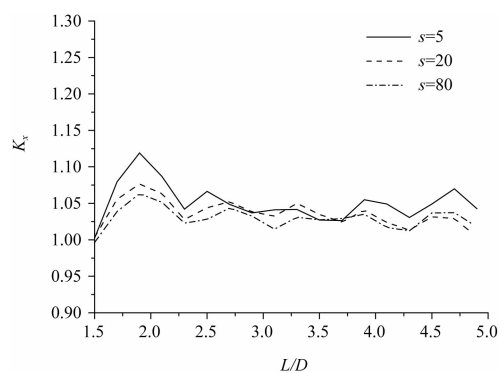
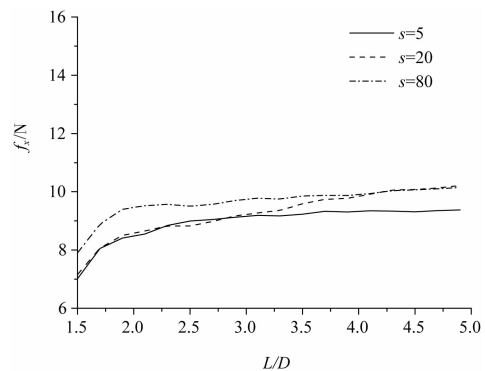


图3 两个墩柱的不同布置形式

图4、5分别为对于图3所示的串列和并列两墩柱,在谱峰周期 $T_p=0.6\text{ s}$, $k_p a=2.24$ (即墩柱直径 D 与波长 λ_p 之比 $D/\lambda_p=0.71$,相对水深 $d/\lambda_p=0.89$)时不同方向集中度参数 s 的多向不规则波浪作用下所受的波浪力及群墩系数。对于串列布置的群墩,当两墩柱间距较小时,前排墩柱对后排墩柱所受的正向力具有明显的遮掩作用。然而对于横向力,当采用单向不规则波浪时,横向力应为零,但是对于多向不规则波,后排墩柱所受的横向力,在间距较小时却较前排墩柱的大,这是由波浪的多向分布特性造成的。随着 L/D 的增加,两墩柱间的间距逐渐增大,彼此间的影响逐渐减小,墩柱所受正向力 f_x 和横向力 f_y 逐渐趋于稳定,群墩系数 K_x 和 K_y 趋近于1。由于并列墩柱是关于主波向对称的,因此只给出了作用在一个墩柱上的波浪力及其群墩系数。Ji等^[13]指出在多向不规则波浪与大尺度墩柱作用时,波浪的方向分布对墩柱所受横向力具有显著的影响。从图5中可看出正向力和横向力的群墩系数随着间距 L/D 的增大逐渐趋近于1,但是在不同方向分布集中度参数 s 时,横向力的群墩系数较正向力群墩系数分布更为离散。



a) 前墩波浪力

b) 前墩系数($k_p a=2.24$)

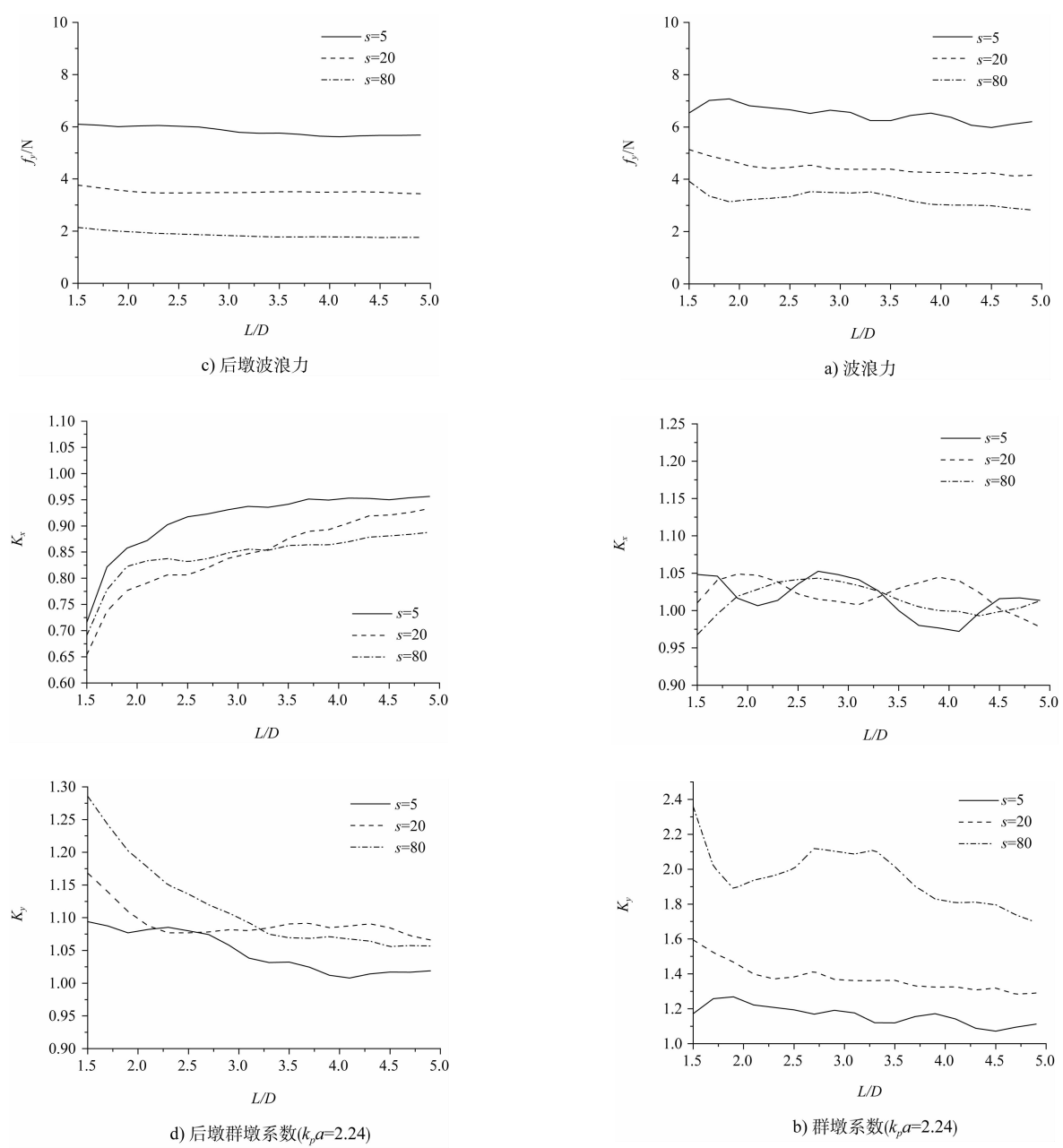


图 4 串联两墩柱所受波浪力及群墩系数

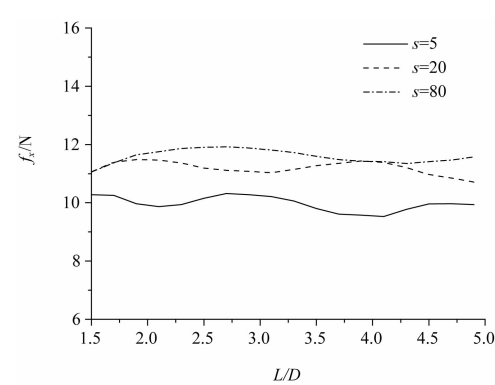


图 5 并列两墩柱所受波浪力及群墩系数

从图 4、5 中可以看出, 波浪的方向分布集中度参数 s 对墩柱所受波浪力和群墩系数有明显的影 响。一般来说方向分布集中度参数越小, 正向 力越小, 但是横向力会显著增大。以串联两墩柱 中的前排墩柱为例, 比较 $s=5$ 和 $s=80$ 时所对应的 波浪力可以发现, 横向力的增加量约为正向力减小 量的 2.8 倍, 这在实际的工程设计中不可忽略。需 要指出的是, 由于波浪的方向分布对单个墩柱和群

墩的影响程度是不同的,因此在对比波浪力的群墩系数时,方向分布对其的影响并不如对波浪力影响那么明显。但考虑到实际的工程设计中使用群墩系数会更加简便,在此也给出了波浪力所对应的群墩系数,以供实际应用中参考。

4 结论

1) 本文基于规则波与群墩作用的理论,建立了多向不规则波浪与群墩作用的计算方法,该方法可以计算群墩墩柱所受波浪力的时间过程。通过与试验结果对比,对该计算方法进行了验证。

2) 计算分析了多向不规则波浪作用下的串列和并列两墩柱上波浪力,结果表明波浪的方向分布对墩柱所受波浪力有明显的影响,尤其是在方向分布较宽时会引起较大的横向力。

3) 计算分析了墩柱上的群墩系数随墩柱间距的变化。正向力和横向力的群墩系数随着间距 L/D 的增大逐渐趋近于1,但是在不同方向分布集中度参数 s 相同时,横向力的群墩系数较正向力群墩系数分布更为离散。

参考文献:

- [1] MacCamy R, Fuchs R A. Wave forces on piles: a diffraction theory [R]. USA: Coastal Engineering Research Center, Beach Erosion Board Technical Memorandum, 1954: 1-17.
- [2] Spring B N, Monkmeyer P L. Interaction of plane waves with vertical cylinders [C]. Copenhagen: Proceedings of 14th International Conference on Coastal Engineering, 1974: 1 828-1 845.
- [3] Twersky V. Multiple scattering of radiation by an arbitrary configuration of parallel cylinders[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1952, 24(1): 42-46.
- [4] Linton C M, Evans D V. The interaction of waves with an array of circular cylinders[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1990, 215: 549-569.
- [5] 邱大洪, 朱大同. 圆柱墩群上的波浪力[J]. 海洋学报, 1985(1): 86-102.
- [6] 邱大洪, 王永学. 不规则波作用下圆柱墩群上的波浪力[J].

海洋学报, 1988(6): 747-756.

- [7] 高永祥, 宋苏平, 何荔. 多圆柱墩群上波浪力的精确解及计算分析[J]. 水动力学研究与进展, 1987(2): 34-42.
- [8] 余志兴, 缪国平, 尤云祥. 大数量桩柱波浪力的机理研究[J]. 船舶力学, 2003(1): 1-11.
- [9] 缪国平, 李谊乐, 刘应中. 大数量圆柱绕射问题递推算法的理论基础[J]. 上海交通大学学报, 2000(1): 24-29.
- [10] 刘海源, 蔡艳君, 陈汉宝. 墩式码头波峰面高度试验研究[J]. 水运工程, 2011(11): 21-37.
- [11] 任效忠, 王永学, 王国玉. 准椭圆沉箱群墩结构波浪力试验研究[J]. 大连理工大学学报, 2009(6): 944-950.
- [12] 陶建华. 大直径圆墩的群墩系数[G]//全国水运工程标准技术委员会系列文献. 1989: 52-71.
- [13] Ji X R, Liu S X, Li J X, et al. Experimental investigation of the interaction of multidirectional irregular waves with a large cylinder[J]. Ocean Engineering, 2015, 93: 64-73.
- [14] Ji X R, Liu S X, Li JX. Experimental research on the effects of the wave directionality on the wave run-up on a large cylinder[C]. Proceedings of the 23rd International Offshore and Polar Engineering Conference, 2013: 616-621.
- [15] Ji X R, Liu S X, Li J X, et al. Numerical investigation of multidirectional random wave interaction with a large cylinder[C]. Submitted to Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment, 2015.
- [16] 季新然, 柳淑学, 李金宣. 多向不规则波浪对大尺度圆柱作用的研究[J]. 工程力学, 2014(10): 248-256.
- [17] Liu S X, Ji X R, Li J X, et al. Multidirectional random wave loads on array of large scale cylinders[C]. Hawaii: Proceedings of the 25rd International Offshore and Polar Engineering Conference, 2015.
- [18] Goda Y. A comparative review on the functional forms of directional wave spectrum [J]. Coastal Engineering Journal, 1999, 41(1): 1-20.
- [19] Longuet-Higgins M S, Cartwright D E, Smith N D. Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of floating buoy [C]. USA: Wave Spectra, 1963: 111-136.

(本文编辑 武亚庆)