



# 海龙湾波浪场整体数学模型研究

李 颂，林 钢

(中山大学工学院，广东 广州 510006)

**摘要：**为了深入研究海龙湾港区的波浪情况，建立了海龙湾波浪场整体数学模型，对港区内外波浪场进行分析研究。利用扩展抛物型缓坡方程完成由外海到港区口门的波浪推演，模拟波浪由外海向近岸港区的传播过程。再利用椭圆型缓坡方程，模拟港区内的波浪分布情况。研究结果表明：推荐设计方案的港区防波堤对主波向的波浪做到很好的掩护，相较比选方案来说港内波浪条件更好，等值线图表明设计推荐方案是合理可行的。总体说来，该模型对海龙湾波浪场的数值模拟是有效的，为工程实际提供了科学合理的参考。

**关键词：**波浪；数值模拟；扩展抛物型缓坡方程；椭圆型缓坡方程；防波堤

中图分类号：TV 139.2<sup>+</sup>3

文献标志码：A

文章编号：1002-4972(2015)07-0029-07

## Whole mathematical model of wave field at Hailong bay

LI Song, LIN Gang

(School of Engineering, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** To further study the wave field at Hailong bay, we establish the whole mathematical model to analyze the wave field inside and outside the port. Using the extended parabolic mild-slope equation, we finish the sea-to-port entrance wave deduction and simulate the wave transmission from the offshore to the near-shore. By the elliptic mild-slope equation, we simulate the wave distribution within the port area. The result shows that the recommended breakwater can well shelter the main wave and the recommended scheme is reasonable and feasible. Compared with scheme comparison, wave conditions of recommended design scheme is much better. And the contour map indicates that recommended design scheme is feasible. Overall, the whole mathematical model of wave field at Hailong bay is effective, and it can provide a scientific reference for the engineering practice.

**Keywords:** wave; numerical simulation; extended parabolic mild-slope equation; elliptic mild-slope equation; breakwater

实际情况下近岸波浪的传播过程是一个包含浅水变形、折射、绕射、反射和破碎等物理现象的综合复杂过程，基于缓坡方程的数值计算模型是一种研究模拟近岸波浪传播的有效方法<sup>[1]</sup>。缓坡方程最初是由 Berkhoff<sup>[2]</sup> 在线性理论中引入一个表示地形缓变的小参数，采用摄动法推导所得。它属于线性理论，所描述的为单频率的波浪传播运动，只能通过线性叠加法才能计算不规则波的

折射、绕射。Kirby 等<sup>[3-4]</sup> 发展了缓坡方程的时域模型，可直接用于计算不规则波的折射、绕射。同时许多学者对于上述缓坡方程进行不同程度的改进，使得方程可以考虑波能损失、波浪破碎以及波浪非线性等现象<sup>[5]</sup>。林钢等<sup>[6]</sup> 应用变分原理推导了扩展抛物型缓坡方程，方程中保留了表征底部曲率 ( $\approx \nabla^2 h$ ) 和较高阶的底坡 ( $\nabla h$ )<sup>2</sup> 项，可以较完整和较精确地揭示底部对波浪传播的影

收稿日期：2014-11-03

作者简介：李颂（1990—），男，硕士，从事港口、海岸及近海工程研究。

响，较好地描述复杂地形上波浪折射、绕射。该方法与传统的抛物型缓坡方程相比，具有较好的适用性，计算结果更加精确和稳定，并已在长江口波浪推算中得以很好运用<sup>[7]</sup>。

海龙湾水流流态复杂，为数值模拟方法的选择以及有关参数的确定带来了一定的困难，本文建立海龙湾波浪场整体数学模型，对海龙湾拟建港区波浪场进行深入研究，为工程设计提供准确可靠的设计参数，并对设计方案提出优化建议。由外海深水波浪要素推算到港区口门附近，采用林钢等<sup>[8]</sup>推导的扩展抛物型缓坡方程；由港区口门附近向港区进行推演，采用椭圆型缓坡方程<sup>[9]</sup>，从而对港区内外波浪场进行数值模拟。

## 1 工程概述

广东台山海龙湾位于珠江口以西约100 km沿海的广海湾内，北靠大陆，南临南海，东南面为上下川岛（相距约10 km）。地处于亚热带海洋性气候区，受东亚季风影响，全年以偏北风为主，采用皮尔逊—Ⅲ分布进行频率计算，得上川站30 a一遇设计最大风速为37.5 m/s，50 a一遇设计最大风速为41.9 m/s。

随着国家海洋战略的进一步实施，广东作为中国的海洋大省，近岸开发利用的步伐明显加快。为实现海龙湾旅游度假区游艇码头的工程开发，全面了解海龙湾港区波浪场，成为本文需要解决的问题。拟建港区地理位置见图1。

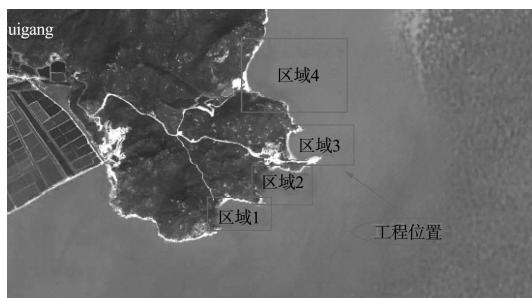


图1 海龙湾工程港区地理位置

工程设计方案规划为1~4期，共设计有4个港池区域。工程规划推荐方案的平面布置见图2，工程规划比选方案的平面布置见图3。在推荐方

案、比选方案中，区域1、区域2的防波堤布置是相同的，而区域3、区域4的防波堤布置不同。所以，本次波浪场数值模拟共涉及到6个不同的港池区域。

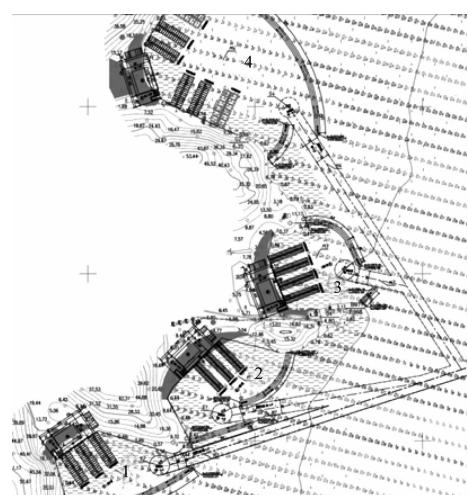


图2 工程规划平面推荐方案

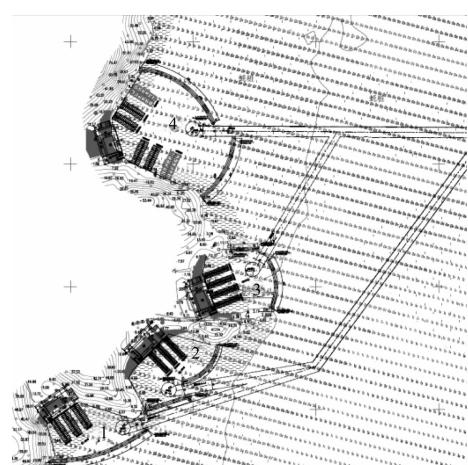


图3 工程规划平面比选方案

依据工程项目要求，本文由外海推算波浪的波高分布，并针对1~4期各港区建设的波高分布进行波浪推算。工程主波向为SW向，重现期分为50 a一遇和2 a一遇2种工况，设计高水位为1.98 m，极端高水位为3.98 m。

## 2 波浪数学模型

### 2.1 扩展抛物型缓坡方程

外海波浪向近岸浅水工程港区传播，受到多种因素的影响，将产生一系列变化，如地形变化的影响，上、下川岛的掩护作用等。在从外海到

港区口门处的大范围波浪数值推算过程中, 使用林钢等进一步推导的扩展抛物型缓坡方程:

$$\begin{aligned} & 2ia_n k_n A_{nx} + a_{nx} A_{nx} + (a_n A_{ny})_y + (ik_n a_{nx} + k_n^2 a_n) A_n + \\ & \sum_{m=0}^N \{(b_{mn} - b_{nm})(\nabla_h h \cdot \nabla_h A_m) e^{i(k_m - k_n)x} + [b_{mn} \nabla_h^2 h + \\ & c_{mn} (\nabla_h h)^2 + d_{mn} + (b_{mn} - b_{nm}) ik_m] A_m e^{i(k_m - k_n)x}\} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

跳跃条件:

$$\begin{aligned} & (\mathbf{n}_T \times \nabla_h A_n) a_n + ik_n a_n + [\mathbf{n}_T \times \nabla_h h] \cdot \\ & \sum_{m=0}^N b_{mn} A_m e^{i(k_m - k_n)x} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $A$  为振幅;  $k$  为波数。

$$a_n(h) = \int_{-h}^0 w_n^2 dz \quad (3)$$

$$b_{mn}(h) = \int_{-h}^0 (\partial w_m / \partial h) w_n dz \quad (4)$$

$$b'_{mn}(h) = db_{mn} / dh \quad (5)$$

$$c_{mn}(h) = b'_{mn}(h) - \int_{-h}^0 (\partial w_m / \partial h) (\partial w_n / \partial h) dz \quad (6)$$

$$d_{mn}(h) = \int_{-h}^0 w_n (\partial^2 w_m / \partial h^2) dz \quad (7)$$

在数值模拟过程中, 对扩展抛物型缓坡方程使用无条件稳定的 Crank-Nicolson 格式进行差分, 所得差分方程的系数矩阵构成三对角矩阵, 利用追赶法求解。

## 2.2 椭圆型缓坡方程

外海波浪传入近岸浅水地区, 受到地形、障碍物、坡度较陡的海岸和防波堤、码头及护岸等建筑物较复杂的作用。综合考虑到波浪在传播过程中的折射、绕射、反射等效应, 港区内波浪分布情况的推演, 采用椭圆型缓坡方程:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{e_0}{h} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + k^2 (1 + \psi) \phi = 0 \quad (8)$$

式中:

$$\psi = e_1(kh) \left[ \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{e_2(kh)}{k^2} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} e_0 &= \frac{kh}{\tanh(kh) + kh[1 - \tanh^2(kh)]} \cdot \left\{ 1 - 3\tanh^2(kh) + \right. \\ &\quad \left. \frac{2\tanh(kh)}{\tanh(kh) + kh[1 - \tanh^2(kh)]} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

$$e_1 = \frac{1}{ntanh(kh)} \cdot \frac{1}{24[2kh + \sinh(2kh)]^2} \cdot \frac{1}{\cosh^3(kh)} \cdot$$

$$\begin{aligned} & \{ kh[12 + 16(kh)^2] \cosh(kh) + 6kh[\cosh(3kh) + \\ & \cosh(5kh)] + [12 + 84(kh)^2] \sinh(kh) + 3[1 - 4(kh)^2] \cdot \\ & \sinh(3kh) - 9\sinh(5kh) \} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} e_2 &= \frac{1}{n} \left\{ \frac{-4kh\cosh(kh) + \sinh(kh)}{8[2kh + \sinh(2kh)]\cosh^3(kh)} + \right. \\ &\quad \left. \frac{(kh)^2 \sinh(kh) + \sinh(3kh)}{8[2kh + \sinh(2kh)]\cosh^3(kh)} - \frac{kh}{2} \cdot \frac{\tanh(kh)}{\cosh^2(kh)} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$n = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right] \quad (13)$$

$$k_0 = \frac{4\pi^2}{gT^2} \quad (14)$$

椭圆型方程直接求解比较困难, 为了提高计算收敛速度和稳定性, 得到快速、稳定、精确的结果。采用含松弛因子的交替方向隐式法(ADI法)离散方程, 整理得到的差分方程与边界条件构成三对角矩阵, 采用追赶法求解。通过 Fourier 稳定性分析证明, 当  $0 < \lambda \leq 1$  时该差分格式在理论上无条件稳定, 求解过程中对时间进行迭代计算, 直至得到稳定解。

## 2.3 不规则波模式

目前的不规则波浪研究, 大多将各类波浪谱的不规则入射波浪要素划分为一系列规则波浪要素, 然后采用线性波浪叠加。根据波浪理论, 多向不规则波可假定由不同方向、不同频率的组成波叠加而成, 不规则波的波面可表示为:

$$\eta(x, y, t) = \sum \sum a_{mn} \cos(k_m x \cos\theta_n + k_y \sin\theta_n - 2\pi f_m t + \varepsilon_{mn}) \quad (15)$$

式中:  $\eta$  为波面高度;  $a_{mn}$  为组成波的振幅;  $f_m$  为组成波的频率;  $k_m$  为组成波的波数;  $\theta_n$  为组成波的波向;  $\varepsilon_{mn}$  为随机初相位, 在  $(0, 2\pi)$  内均布。

波浪能量在频率和方向上的分布可由波浪方向谱表示:

$$S(f, \theta) = S(f) G(f, \theta) \quad (16)$$

式中:  $S(f)$  为频率谱;  $G(f, \theta)$  为方向分布函数。

在多方向不规则波中，利用等能量分割法将方向谱进行离散，组成波振幅  $a_{mn}$  可由离散化的波谱确定：

$$\frac{1}{2}a_{mn}^2 = S(f_m, \theta_n) \Delta f_m \Delta \theta_n \quad (17)$$

式中： $\Delta f_m$  为频率分割的区间长度； $\Delta \theta_n$  为方向分割的区间长度；组成波频率  $f_m$  和  $\theta_n$  采用各区间的能量加权平均值。

对不规则波的波浪传播变形进行数值模拟时，将缓坡方程数学模型应用于每一组成波，计算出相对波高  $R_{mn}$ （计算点波高和入射波高之比），再分别按以下两式计算合成波的波高比  $R$  和波周期  $T$ ：

$$R = \left[ \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N R_{mn}^2 S(f_m, \theta_n) \Delta f_m \Delta \theta_n}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N S(f_m, \theta_n) \Delta f_m \Delta \theta_n} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$$T = \left[ \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N R_{mn}^2 S(f_m, \theta_n) \Delta f_m \Delta \theta_n}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N f_n^2 R_{mn}^2 S(f_m, \theta_n) \Delta f_m \Delta \theta_n} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

式中： $M$  为波浪频率分割数； $N$  为方向分割数。

入射波谱  $S(\omega, \theta)$  表示为：

$$S(\omega, \theta) = S(\omega) G(\theta) \quad (20)$$

式中： $S(\omega)$  为频率谱，计算采用 JONSWAP 波浪谱； $S(\theta)$  为方向分布函数，采用海港水文规范<sup>[10]</sup>推荐形式：

$$G(\theta) = G_0(S) \sin^{2s} \frac{\theta}{2} \quad (21)$$

### 3 波浪数值计算

#### 3.1 外海至港区口门波浪计算

依据扩展抛物型缓坡方程以及深水设计波浪要素，对上、下川岛水域的波浪场进行数值计算，推算出海龙湾港区所在位置各区域口门处的波浪要素。计算区域为：包括上、下川岛在内的整个广海湾海域（30 km × 30 km）。计算网格步长为 30 m。外海波要素推算，依据南京水利科学研究院港口航道泥沙工程重点实验室报告，外海深水要素（水深在 -30 ~ -40 m）为：波向 SW， $H_{13\%} = 4.6$  m， $\bar{T} = 8.7$  s，重现期为 50 a 一遇。计算区域及 D 点位置见图 4，上、下川岛及广海湾附近水域监测点位置见图 5。

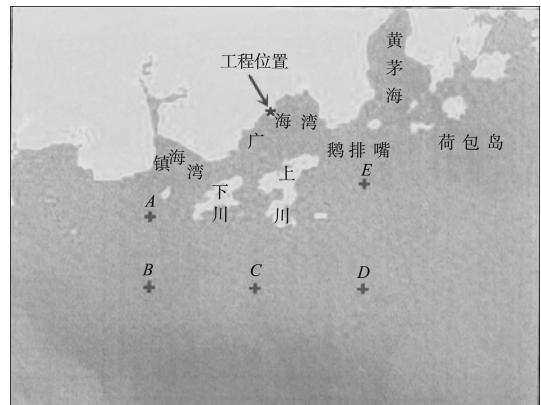


图 4 计算区域及 D 点位置

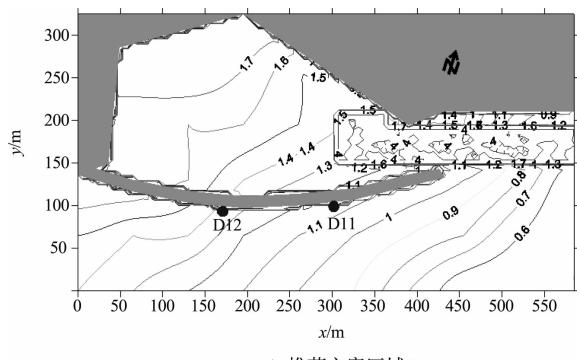


图 5 监测点位置

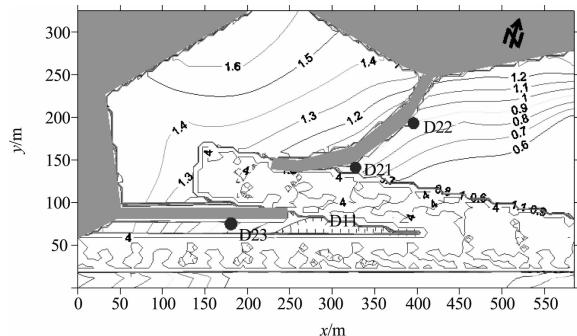
#### 3.2 港区内波浪计算

外海波浪传至拟建港区后，各方案港池口门外的波浪要素采用大范围模型的计算结果对港内波浪传播进行模拟。本工程港区新建防波堤为斜坡式，波浪反射系数取为  $R = 0.5$ 。依据工程设计推荐方案（图 2）和比选方案（图 3），港区数值计算区域分别是 325 m × 585 m（1、2、3 区域）和 455 m × 845 m（4 区域）。图 6 给出推荐方案区域 1~4 的计算区域图，以及比选方案区域 3、区域 4 的计算区域图，图上分别标示了堤身特征点相应位置。由于工程的制约和港区条件限制，计

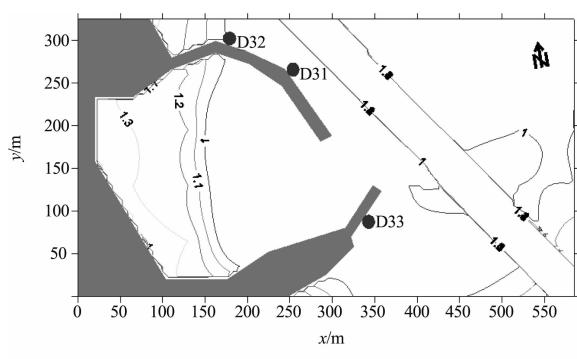
算所涉及的4个区域相对比较小, 采用1 m(1、2、3区域)和2 m(4区域)的计算网格进行数值模拟。这样网格远远达到计算要求, 即 $\Delta x=1\text{、}2\text{ m}$ ,  $\Delta y=1\text{、}2\text{ m}$ 。



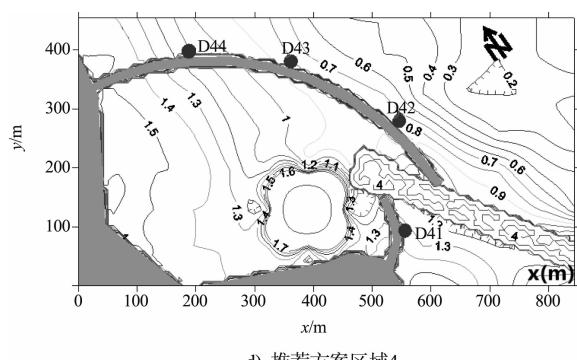
a) 推荐方案区域1



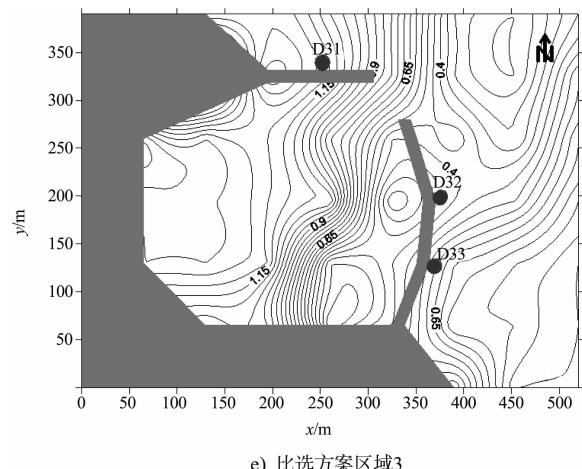
b) 推荐方案区域2



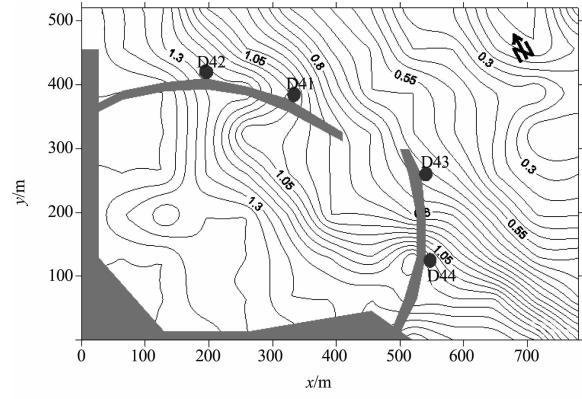
c) 推荐方案区域3



d) 推荐方案区域4



e) 比选方案区域3



f) 比选方案区域4

图6 不同方案的计算区域

#### 4 计算结果与分析

计算波浪重现期为50 a一遇, 在主波向(SW向)极端高水位情况下, 大范围波浪数值模拟计算结果见图7。依据大范围波浪计算结果, 可以得到港区口门处的波浪要素(波高、波向)。

根据工程项目实际要求, 本文重点讨论工程港区推荐方案和比选方案的波浪情况, 进行对比分析, 针对设计工程港区方案提出优化建议。通过对港区波浪数值模拟, 得到数值模拟结果, 图8为推荐方案区域1~4在主波向SW向、50 a一遇极端高水位等比波高等值线图。

由图8可知, 推荐方案4个区域的港内比波高在0.1~0.4, 推荐设计方案港区防波堤对主波向的波浪做到很好的掩护。区域2的直堤对区域1口门处的波浪传播有较大影响, 反射作用使得波浪在入口左侧波高有所增大, 从图中可以明显看出弯堤的防浪效果好于直堤。并且与其它区域相比, 可以明显看出区域4的波浪条件是最好的。

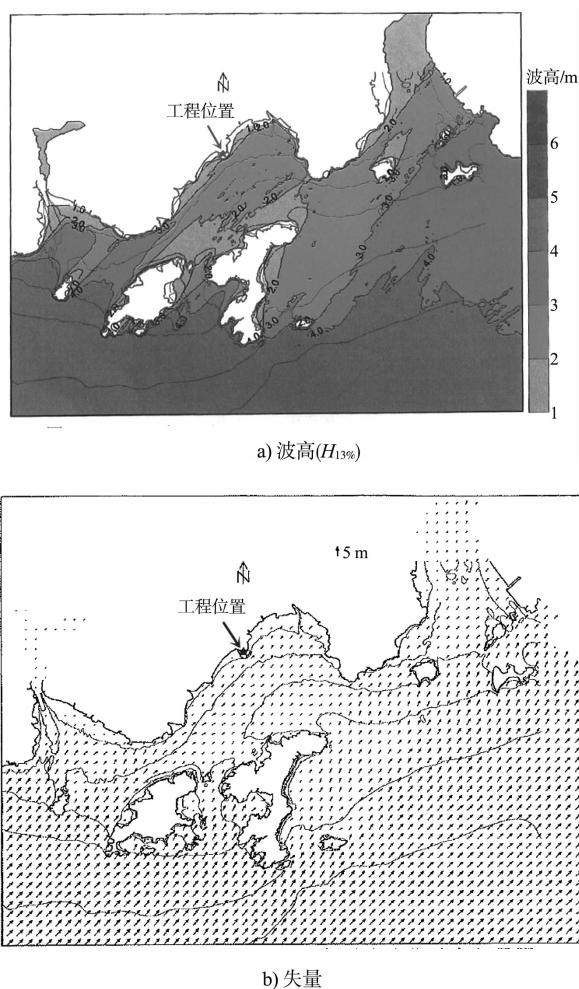


图7 SW向 50a一遇、极端高水位波高和波高矢量图

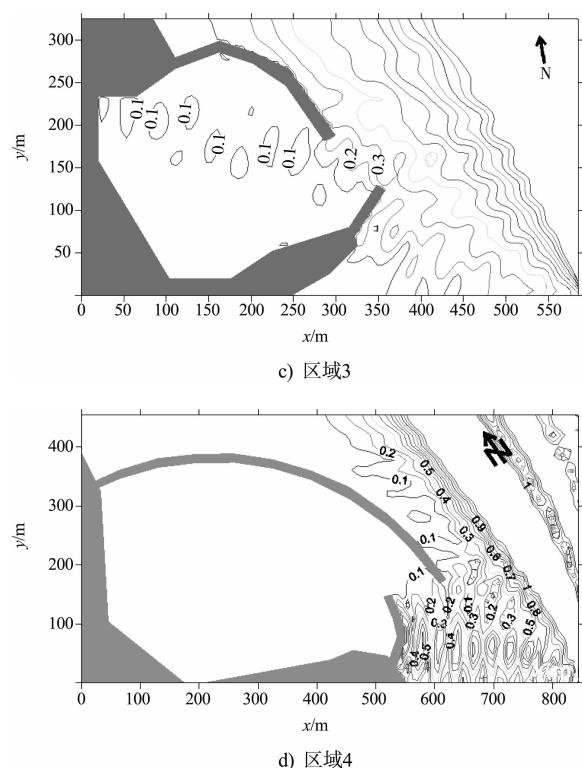
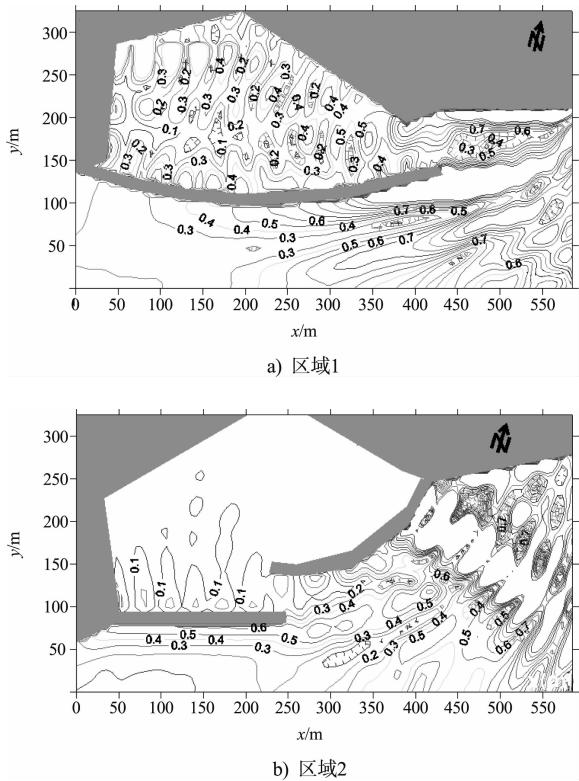
图8 推荐方案 SW 向 50 a 一遇、  
极端高水位  $H_{13\%}$  等比波高等值线

图9为比选方案区域3、区域4在主波向SW向、50a一遇极端高水位等比波高等值线图。由图9可以看出，比选方案对主波向波浪的掩护不如推荐方案的效果好。特别是区域4的比选方案，口门附近波浪较大，在船舶出入安全上要予以考虑，台风期船舶避风需慎重。

## 5 结论

1) 从数模结果分析看，推荐设计方案港区防波堤对主波向的波浪做到很好的掩护，但是由于防波堤的建设将口门作了限制，故口门处波高较大，在船舶出入安全上要予以考虑。同时防波堤附近及堤头附近50a一遇波浪均已破碎，护面结构需加强考虑。总体来看，推荐设计方案适合工程目的。

2) 利用扩展抛物型缓坡方程模拟外海至港区海域波浪传播，在港区小范围内采用椭圆型缓坡方程进行波浪模拟，本文建立的海龙湾波浪场整体数学模型较好地反映了波浪折射绕射情况以及港内波浪场的分布。该模型的波浪数值模拟是有效的，可以为工程实际提供科学合理的参考。

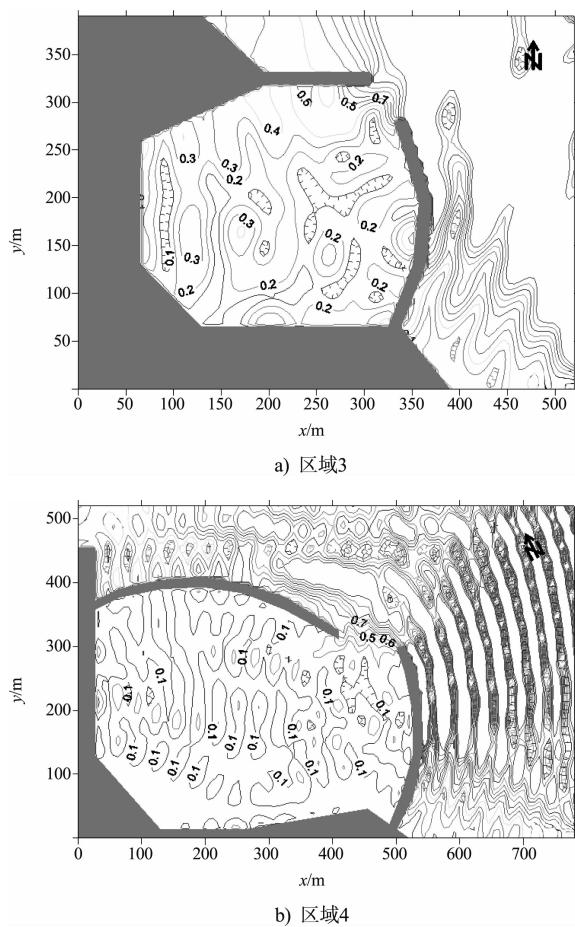


图9 比选方案SW向50 a一遇、极端高水位 $H_{13\%}$ 等比波高等值线

(上接第28页)

表1 不同水深、水文条件下开挖施工产生的含沙量增量包络面积

水文条件	源点	水深/m	含沙量增量包络线围成区的面积/ $m^2$			
			1 mg/L	5 mg/L	10 mg/L	20 mg/L
枯季大潮	S1	7.8	126 508	1 295	0	0
	S2	5.5	178 628	11 997	466	0
	S3	2.4	41 518	5 080	1 915	0
枯季小潮	S1	7.8	151 974	2 712	0	0
	S2	5.5	89 746	11 139	1 551	0
	S3	2.4	17 234	4 259	2 120	242

注:水深基面为当地平均海平面。

### 3 结论

以闽江口粗芦岛南侧水下沟槽开挖为例,采用平面二维悬沙输移数学模型,分析挖泥船不连续作业产生的悬浮泥沙扩散特性,得到下列结论:1)含沙量增量超过10 mg/L的区域位于开挖地点附近,范围有限;2)含沙量增幅分别随水深和潮差的增大而减小;3)大的含沙量增量围成区的面积分别随水深和潮差的增大而减小,小的含沙量增量

### 参考文献:

- [1] 崔雷,唐军,沈永明.近岸波浪及沿岸流数值模拟研究[J].水利学报,2008,39(12):1 340-1 345.
- [2] Berkhoff J C W. Computation of combined refraction-diffraction [C]. Vancouver: Proceeding of the 13th Conference on Coastal Engineering, ASCE, 1972: 471-490.
- [3] Kirby J T, Dalrymple R A. A parabolic equation for the combined refraction-diffraction of Stokes waves by mildly varying topography[J]. J Fluid Mech, 1983, 136: 453-466.
- [4] Kirby J T. A general wave equation for waves over rippled beds[J]. J Fluid Mech, 1986, 162: 171-186.
- [5] 唐军,沈永明,崔雷,等.随机波浪作用下近岸波流场的数值模拟[J].力学学报,2008,40(4):455-463.
- [6] 林钢,邱大洪.新抛物型缓坡方程[J].水利学报,1999(3):61-66.
- [7] 林钢.长江口波浪折射绕射数值模拟[J].港工技术,1999(3):7-9.
- [8] 沈永明,唐军,郑永红,等.基于抛物型缓坡方程模拟近岸波流场[J].水利学报,2006,37(3):301-307.
- [9] 唐军,沈永明,郑永红,等.结合椭圆型缓坡方程模拟近岸波流场[J].海洋学报,2006,28(1):146-151.
- [10] JTJ 213—1998 海港水文规范[S].

(本文编辑 武亚庆)

围成区的面积分别随水深和潮差的增大而增大。

### 参考文献:

- [1] 白雪梅,徐兆礼.底泥悬浮物对水生生物的影响[J].上海海洋大学学报,2000,9(1):65-68.
- [2] 邱志,马金柱.天津港环保疏浚的探索与研究[J].水运工程,2008(8):59-61.
- [3] 吴修广,季大润,史英标,等.港池和航道疏浚过程中悬浮泥沙扩散输移的数值模拟[J].水运工程,2006(8):87-91.
- [4] 赵吉国,黄锦林.汕尾电厂进港航道疏浚悬浮物扩散数值模拟[J].广东水利水电,2010(10):24-25.
- [5] 徐爱兰,曹志刚,季晓,等.二维水流泥沙模型在采砂吹填作业环评中的应用[J].环境监控与预警,2010,2(4):39-43.
- [6] 赵海勃,王昆,宋伦,等.工程施工引起的三山岛附近海域的悬浮物扩散研究[J].河北渔业,2014(3):13-16.
- [7] 吴松华.瓯江北口水底管线铺设开挖引起的悬浮物输移数值模拟[D].杭州:浙江大学,2011.
- [8] JTS 105-1—2011 港口建设项目环境影响评价规范[S].

(本文编辑 武亚庆)