



基于潮汐导纳的短期潮流调和与分析研究*

石通¹, 王宇奇², 孙维康³, 刘辉¹

(1. 上海达华测绘科技有限公司, 上海 201208; 2. 吴淞海事局, 上海 200940;
3. 长江水利委员会水文局长江口水文水资源勘测局, 上海 200136)

摘要: 针对潮汐预报中传统调和与分析方法因短期潮流数据量不足, 难以准确识别主要分潮的问题, 选取黄浦江下游典型断面, 利用小潮、中潮和大潮期间的实测流速数据, 开展了基于潮汐导纳原理与差比关系的调和与分析方法对比研究。通过拟合主要分潮的标准化振幅和迟角随频率的变化关系, 构建潮汐导纳模型并评估回报精度。结果表明: 潮汐导纳方法在不依赖长期资料或经验差比数的条件下, 能够有效应用于短期潮流数据的调和与分析, 相较于传统差比法, 潮流回报的均方根误差平均减少约 8.9%。通过对全日潮和半日潮的标准化振幅与迟角进行二次函数拟合, 揭示了其与频率之间的连续变化关系, 验证了潮汐导纳函数的光滑性及其在调和与分析中的可行性, 对提升短期潮流预报能力和支持水文工程决策具有参考价值。

关键词: 潮流; 调和与分析; 潮汐导纳; 振幅差比方法; 潮汐预报

中图分类号: U652.3; P731.1

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2026)01-0023-08

Research on harmonic analysis for short-term tidal currents based on tidal admittance

SHI Tong¹, WANG Yuqizheng², SUN Weikang³, LIU Hui¹

(1. Shanghai Dahua Surveying and Mapping Technology Co., Ltd., Shanghai 201208, China;

2. Wusong Maritime Administration, Shanghai 200940, China;

3. Changjiang River Estuary Bureau of Hydrological and Water Resources Survey,
Bureau of Hydrology, Changjiang Water Resources Commission, Shanghai 200136, China)

Abstract: To address the limitations of traditional harmonic analysis methods in identifying major tidal constituents from short-term current data, a comparative study is conducted using the tidal admittance method and the ratio-of-amplitudes method. Field observations from a typical cross-section in the lower Huangpu River during neap, medium, and spring tides are used. By fitting the normalized amplitude and phase lag of major constituents as functions of frequency, a smooth tidal admittance model is constructed and its predictive performance is evaluated. The results indicate that the admittance method, without relying on long-term data or empirical amplitude ratios, can effectively applied to the harmonic analysis and velocity prediction of short-term tidal currents. Compared with the ratio-of-amplitudes method, it reduces the root-mean-square error of current prediction by an average of 8.9%. Quadratic fitting further reveals a continuous relationship between frequency, the normalized amplitude and delay angle of diurnal and semidiurnal constituents, confirming the smoothness of the admittance function and its applicability in harmonic analysis. This method enhances short-term tidal forecasting and supports hydrological and engineering decision-making.

Keywords: tidal current; harmonic analysis; tidal admittance; ratio-of-amplitudes method; tidal prediction

收稿日期: 2025-05-20 录用日期: 2025-07-18

*基金项目: 长江水利委员会水文局 2025 年科技创新基金项目(SWJ-25CJX06)

作者简介: 石通(1997—), 男, 硕士, 工程师, 研究方向为海洋测绘与潮汐研究。

海洋潮流作为由天体引潮力驱动海水在水平方向上的周期性运动,其准确预测对于海岸工程、海上运输和潮汐能发电等海洋活动至关重要^[1]。潮流预测需要精确的分潮调和常数(即振幅和迟角),对于短期潮流观测大、中、小3个潮次,每次观测约30 h,经典调和分析方法受限于数据长度,无法准确分离和提取各主要分潮的调和常数^[2]。

对于短期潮汐观测的调和与分析,一般有两种处理方式^[3]:1)准调和与分析方法,在处理频率相近的分潮时,通过将这些分潮合并为一个整体来简化分析,例如,将频率非常接近的分潮如 M_2 和 S_2 合并为一个分潮来处理^[4]。通过合并频率相近的分潮,准调和与分析方法可以在较短的观测时间内提取出主要分潮的调和常数,避免了传统调和与分析方法中因观测时间不足而导致的频率混叠问题。但是这种方法可能导致分潮的独立特性被忽略,引起对各分潮振幅和迟角的估计偏差。2)基于差比关系的调和与分析,通过利用已知分潮的频率和幅度的差比关系,推断未知分潮的参数^[5]。但在大部分海区由于数据资料缺乏准确的差比关系,故一般是取潮汐调和常数的差比关系近似代替^[6]。

针对短期潮流数据的调和与分析问题,Pan等^[7]提出一种基于潮汐导纳原理的潮流准调和与分析方法。潮汐导纳是指实际分潮振幅与平衡潮振幅的比值,代表了海洋环境对引潮力的响应。潮汐导纳的变化受海洋环境(如水深和岸线)以及分潮本身的影响。导纳函数在半日和全日频率上是光滑的,因为频率接近的分潮具有相似的波长,在相同的海洋环境下,其潮汐导纳也会相近^[8]。

本文根据基于潮汐导纳原理的调和与分析对于短期潮流数据的应用效果,通过分析和对比主要分潮的调和常数与潮流回报结果与精度,探讨短期潮流数据的调和与分析方法。

1 研究方法

1.1 经典调和与分析

对于潮流矢量数据,首先需要根据流速、流

向数据将其在直角坐标系分解成东分量与北分量,见式(1):

$$\begin{cases} X_{ij} = W_{ij} \cos \theta_{ij} \\ Y_{ij} = W_{ij} \sin \theta_{ij} \end{cases} \quad (1)$$

式中: W_{ij} 与 θ_{ij} 分别为第*i*次($i=1,2,\dots$)周日观测时的第*j*个($j=1,2,\dots,n(i)$)流速与流向数据; X_{ij} 与 Y_{ij} 分别为第*i*次周日观测时第*j*个数据的北分量与东分量数据。

对分解后的流速、流向数据进行经典调和与分析,得出主要全日潮(O_1 、 K_1)、半日潮(M_2 、 S_2)以及浅水潮(M_4 、 MS_4)的调和常数(振幅和迟角)。经典调和与分析方法见式(2)^[9]:

$$\begin{cases} X = X_0 + \sum_c f_c X_c \cos [\sigma_c t + (V_0 + u)_c - \xi_c] \\ Y = Y_0 + \sum_c f_c Y_c \cos [\sigma_c t + (V_0 + u)_c - \eta_c] \end{cases} \quad (2)$$

式中: X_0 与 Y_0 分别代表北分量与东分量的余流;下标*c*代表各主要分潮,即第*c*个分潮; X_c 和 ξ_c 、 Y_c 和 η_c 分别为各分潮潮流北、东方向的调和常数; f_c 和 $(V_0+u)_c$ 为各分潮的天文参数,为时间的函数; σ_c 为各分潮的角速度; t 为时间。式(2)中只有余流 X_0 与 Y_0 以及各分潮调和常数 X_c 和 ξ_c 、 Y_c 和 η_c 未知。

以北方向分量为例,说明经典调和与分析求解各分潮调和常数的方法。将式(2)线性化得:

$$X = X_0 + \sum_c \{ f_c a_c \cos [\sigma_c t + (V_0 + u)_c] + f_c b_c \sin [\sigma_c t + (V_0 + u)_c] \} \quad (3)$$

式中: a_c 与 b_c 为线性化的潮汐常数。

$$\begin{cases} a_c = X_c \cos \xi_c \\ b_c = X_c \sin \xi_c \end{cases} \quad (4)$$

调和常数可用线性化的潮汐常数表示:

$$\begin{cases} X_c = \sqrt{a_c^2 + b_c^2} \\ \xi_c = \arctan(b_c/a_c) \end{cases} \quad (5)$$

式(3)可通过*N*次观测值构成的矩阵进一步简化为:

$$J = KP \quad (6)$$

式中: J 为流速分量*N*个时刻的观测值 $J(t_1)$ 至

$J(t_N)$, 为 $N \times 1$ 维列向量, 通常为实测数据; P 为调和分潮项的待估参数向量, 包括正弦与余弦项系数, 为 $(2M+1) \times 1$ 维列向量, 设分解得到的分潮个数为 M ; K 为 $N \times (2M+1)$ 的设计矩阵。

$$J = \begin{bmatrix} J(t_1) \\ J(t_2) \\ \dots \\ J(t_N) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$P = \begin{bmatrix} X_0 \\ a_1 \\ \dots \\ b_M \\ a_1 \\ \dots \\ b_M \end{bmatrix} \quad (8)$$

$K =$

$$\begin{bmatrix} 1 & f_1 \cos w_{11} & \dots & f_N \cos w_{j1} & f_1 \sin w_{11} & \dots & f_N \sin w_{j1} \\ 1 & f_1 \cos w_{12} & \dots & f_N \cos w_{j2} & f_1 \sin w_{12} & \dots & f_N \sin w_{j2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & f_1 \cos w_{1N} & \dots & f_N \cos w_{jN} & f_1 \sin w_{1N} & \dots & f_N \sin w_{jN} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: w_{ji} 为第 j 个分潮在第 i 个时刻的相位角, $w_{ji} = \sigma_j t_i + (V_0 + u)_j$ 。

式(7)~(9)所表示的矩阵方程在数学上的最小二乘解可以用矩阵语言表示为:

$$P = (K^T K)^{-1} K^T J \quad (10)$$

由式(10)可求得矩阵方程的解, 即余流及各分潮调和常数。

瑞利准则用于确定分辨两个频率相近的潮汐分潮所需的最短观测数据长度, 见式(11):

$$T \geq \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|} \quad (11)$$

式中: T 为最短观测数据长度; T_1 与 T_2 分别为两个分潮的周期。

根据式(11), 可得区分 O_1 和 K_1 分潮所需观测数据的最短长度约为 13.62 d, 区分 M_2 和 S_2 分潮所需观测数据的最短长度约为 14.79 d。这意味着在经典调和与分析中, 短于这些时间长度的观测数据, 例如仅包含大、中、小 3 个潮次观测的数据将不足以准确分辨这些分潮。

1.2 准调和与分析

准调和与分析方法的核心思想是合并频率相近的分潮。假设在短期内, 频率接近的分潮波动特性相似, 可以视为一个复合分潮。通过合并频率相近的分潮, 准调和与分析方法能够有效地简化计算过程, 并避免传统调和与分析方法中因观测时间不足而导致的频率混叠问题。

主要分潮的角速度见表 1。

表 1 主要分潮角速度
Tab. 1 Angular velocity of the main tidal division

分潮	K_1	O_1	M_2	S_2	M_4	MS_4
角速度/($^\circ \cdot h^{-1}$)	15.041 068 6	13.943 035 6	28.984 104 2	30.0	57.968 208 4	58.984 104 2

两个全日分潮的角速度接近 $15^\circ/h$, 两个半日分潮的角速度接近 $30^\circ/h$, 两个 1/4 分潮的角速度接近 $60^\circ/h$ 。根据分潮的角速度, 将频率接近的分潮合并为一个分潮:

$$\begin{cases} \sigma_{O_1} = \sigma_{K_1} = \sigma_1 = 15^\circ/h \\ \sigma_{M_2} = \sigma_{S_2} = \sigma_2 = 30^\circ/h \\ \sigma_{M_4} = \sigma_{MS_4} = \sigma_4 = 60^\circ/h \end{cases} \quad (12)$$

将合并后的分潮, 即式(12)代入经典调和与分析, 可在较短的观测时间内提取出主要分潮的调

和常数。但合并频率相近的分潮可能导致其独立性被忽略, 进而引起对各分潮振幅和迟角的估计偏差。

1.3 基于差比关系的调和与分析

基于差比关系的调和与分析方法利用已知分潮间的频率和振幅关系, 通过这些已知的关系推断出未知分潮的调和常数。这种方法可以有效减少对长时间观测数据的依赖, 从而在较短的观测时间内获取主要分潮的调和常数。

主要的差比关系有：

$$\begin{cases} X'_1 = X_{K_1}/X_{O_1} \\ \xi'_1 = \xi_{K_1} - \xi_{O_1} \\ X'_2 = X_{S_2}/X_{M_2} \\ \xi'_2 = \xi_{S_2} - \xi_{M_2} \\ X'_4 = X_{MS_4}/X_{M_4} \\ \xi'_4 = \xi_{MS_4} - \xi_{M_4} \end{cases} \quad (13)$$

基于差比关系的调和分析方法也有一定的局限性，例如依赖于已知分潮的准确性和差比关系的合理性。在某些复杂的海洋环境中，差比关系可能会受到外界因素的影响，从而影响预测的准确性。

1.4 基于潮汐导纳原理的调和分潮

潮汐导纳表示系统对不同频率潮汐分量的响应程度，即振幅随频率的变化情况，由观测潮汐与平衡潮理论潮汐的比值定义^[10]：

$$A_n = A_n^* e^{-i\xi_n} \quad (14)$$

式中： n 为某一分潮， A_n 为其导纳， $A_n^* = X_n/\overline{H_n}$ 为分潮归一化的振幅， $\overline{H_n}$ 为已知平衡潮理论下的分潮振幅， X_n 和 ξ_n 为分潮的调和常数； i 为虚数单位。

在同一潮族中，分潮 m 相对于分潮 n 的相对导纳 $R_{m/n}$ 可定义为：

$$R_{m/n} = \frac{A_m}{A_n} = \frac{A_m^*}{A_n^*} e^{-i(\xi_m - \xi_n)} = R_{m/n}^* e^{-ir_{m/n}} \quad (15)$$

$$R_{m/n}^* = \frac{A_m^*}{A_n^*} = \frac{X_m}{X_n} \cdot \frac{\overline{H_n}}{\overline{H_m}} \quad (16)$$

$$r_{m/n} = \xi_m - \xi_n \quad (17)$$

式中： X_m/X_n 与 $R_{m/n}^*$ 为分潮 m 、 n 调和常数的差比关系。

由于全日分潮和半日分潮在对应较小的频率范围内，其导纳的变化是相对平滑连续的，因此，使用简单的数学函数（如二次函数）可拟合这种变化。用二次函数来表示线性化的潮汐常数：

$$\begin{cases} a_n/\overline{H_n} = c_1 + c_2\sigma + c_3\sigma^2 \\ b_n/\overline{H_n} = d_1 + d_2\sigma + d_3\sigma^2 \end{cases} \quad (18)$$

式中： $c_1 \sim c_3$ 、 $d_1 \sim d_3$ 为基于平衡潮汐理论的潮汐导纳平滑函数系数。

将式(18)代入式(3)得：

$$X = X_0 + \sum_c f_c \overline{H_n} (c_1 + c_2\sigma + c_3\sigma^2) \cdot \cos[\sigma_c t + (V_0 + u)_c] + \sum_c f_c \overline{H_n} (d_1 + d_2\sigma + d_3\sigma^2) \sin[\sigma_c t + (V_0 + u)_c] \quad (19)$$

经典调和分析的目的是直接估计各分潮的调和常数，而基于潮汐导纳的调和分潮则是通过确定潮汐导纳平滑函数的系数，得到潮汐常数（ a_n 与 b_n ），进而求得调和常数。

2 试验验证

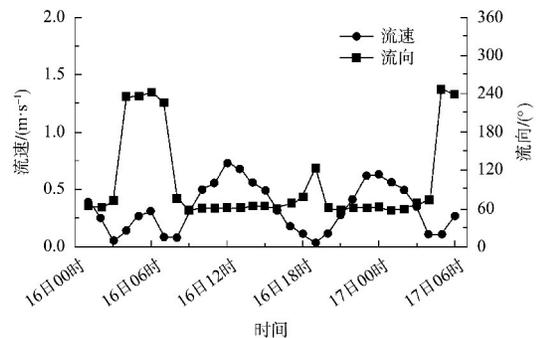
2.1 潮流数据

本文选用在黄浦江下游观测的潮流数据作为实例，对比基于差比关系和基于潮汐导纳原理的调和分潮方法，潮汐差比数来源为黄浦江下游水文站多年实测资料，数值见表 2。

表 2 主要分潮潮流调和常数的差比数
Tab. 2 The difference ratio of the main tidal harmonic constants

分潮	潮流北分量		潮流东分量	
	振幅比	迟角差/(°)	振幅比	迟角差/(°)
K ₁ 与 O ₁	2.02	42.78	1.26	68.36
S ₂ 与 M ₂	0.37	12.00	0.38	9.40
MS ₄ 与 M ₄	0.74	231.42	0.76	215.07

观测时间为 2024 年 5 月 16—23 日，包含小、中、大潮 3 个潮次，每个潮次观测时间分别为 30、29、29 h，总计观测时长为 88 h。海流观测采用美国 RDI 公司生产的 ADCP 海流剖面仪，测量时间间隔为 1 h，流速流向观测数据见图 1。



a) 小潮

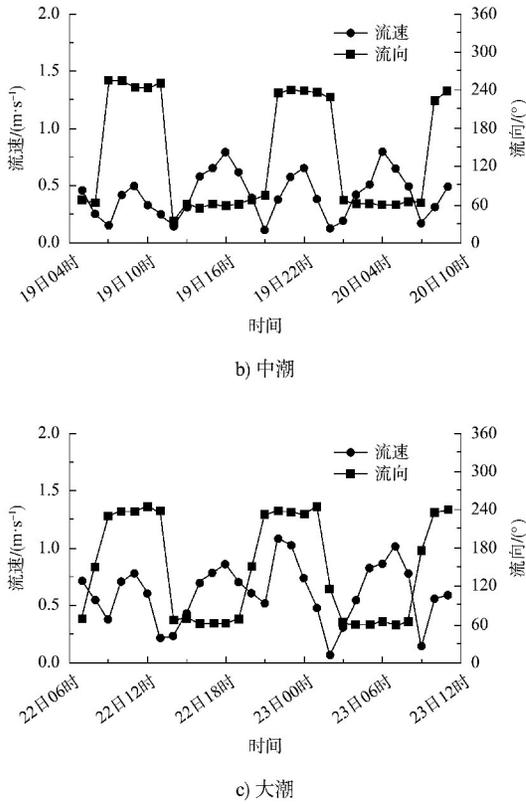


图 1 实测小、中、大潮流速流向

Fig. 1 Measured flow velocity and direction of small, medium, and large tides

2.2 潮流调和分析与回报

对潮流数据进行东方向和北方向的分解, 然后分别利用基于潮汐导纳原理和基于差比关系的调和分析方法, 得到主要分潮的调和常数。在处理主要分潮(如 M_2 、 S_2)时, 两种方法的振幅和迟角的结果相对接近, 说明在信号较强的分潮中, 两种方法均能够提供较为准确的估算。但由于观测时间较短, 在一些次要分潮的分析中, 仍然存在差异。短时间观测限制了对分潮周期完整性的捕捉, 导致对小振幅分潮的迟角和振幅估算存在不稳定性。

M_2 分潮和 S_2 分潮的东方向振幅差异较大, 主要原因在于两种方法在处理主要分潮和非主要分潮时的拟合策略不同。基于差比关系的方法倾向于放大主要分潮的振幅, 而基于潮汐导纳原理的方法在拟合过程中对所有分潮的平滑性要求更高, 导致部分主要分潮的振幅有所减小。北方向与东方向的分潮调和常数见表 3。

表 3 潮流北、东分量调和常数
Tab. 3 Harmonic constants of north and east tidal current components

类别	分潮	北方向振幅/cm		北方向迟角/(°)	
		基于潮汐导纳	基于差比关系	基于潮汐导纳	基于差比关系
北方向	K_1	5.61	1.70	338.15	273.26
	O_1	4.21	0.84	324.81	230.48
	M_2	30.17	31.53	149.01	157.40
	S_2	14.91	11.69	156.63	169.40
	M_4	3.30	2.96	11.45	95.39
	MS_4	4.34	2.19	47.38	326.81
东方向	K_1	8.43	2.49	356.92	277.16
	O_1	6.57	1.98	316.80	208.80
	M_2	55.01	54.43	158.33	162.56
	S_2	24.26	20.70	173.66	171.96
	M_4	7.96	7.75	78.06	119.45
	MS_4	7.83	5.90	101.01	334.52

利用表 3 中主要分潮的调和常数, 回报 2024 年 5 月 16—24 日的潮流数据, 见图 2。基于潮汐导纳原理和差比关系的两种方法在不同潮次下的表现存在一定差异。对于中潮和大潮, 两种方法的回报值与实测值较为吻合, 这是因为在中潮和大潮期间, 流速较大, 调和分析能够准确地识别和区分主要分潮的影响, 从而获得较为精确的回报结果。然而, 在小潮期间两种方法的回报效果均有所下降。由于黄浦江为典型的感潮河段, 受上游径流影响显著, 小潮期间的径流与潮流叠加后易形成不规则流态, 甚至导致潮流不转向等现象^[11-12]。加之咸淡水交汇可能引发的密度分层效应, 也可能对流速测量和分析产生一定影响。这些因素综合作用, 使得短周期内的分潮识别精度下降, 进而影响回报结果。尽管如此, 基于光滑导纳原理的调和分析方法在捕捉小潮期间非典型潮流特征方面仍表现出一定优势。例如, 在 2024-05-16T19:00:00, 北方向的实测流速为 -0.022 m/s, 光滑导纳方法回报值为 -0.12 m/s, 而差比关系法的回报值为 -0.21 m/s。虽然两种方法在小潮期间均存在一定误差, 但光滑导纳方法在模拟未转流等局地特征上表现更为贴近实际, 展现出其在复杂水文背景下的适应能力。

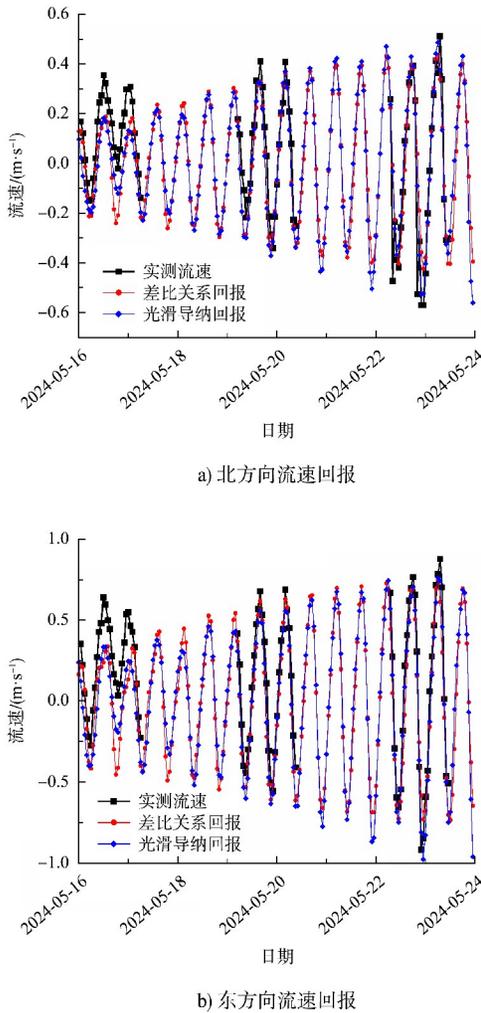


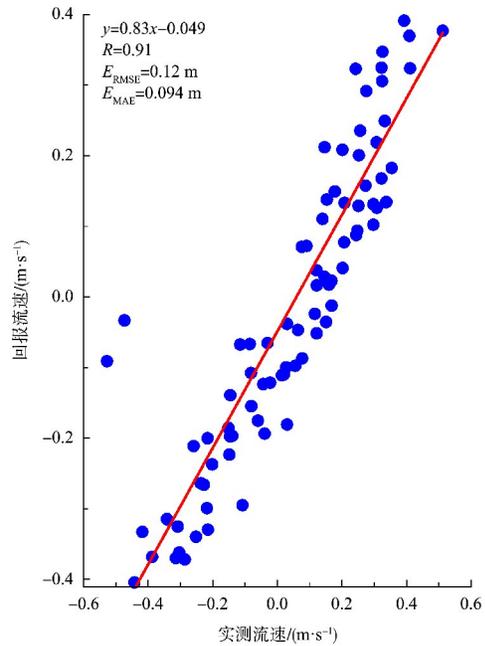
图 2 两种方法的流速回报与实测值对比
 Fig. 2 Comparison between predicted flow velocity using two methods and measured values

2.3 精度评定

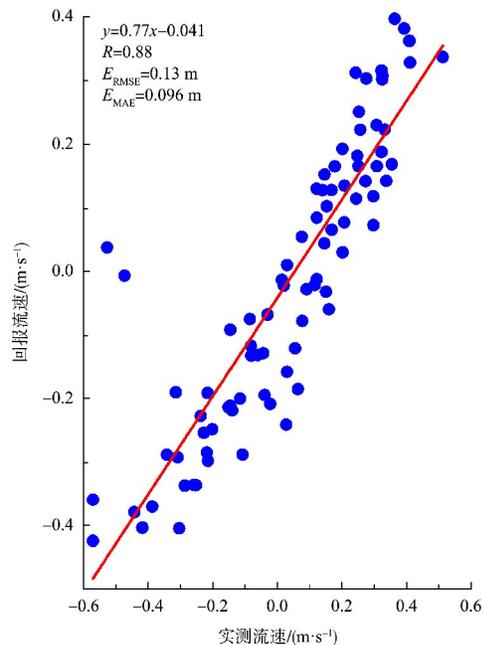
在分析差比关系和光滑导纳调和分析方法的回报精度时，采用均方根误差 E_{RMSE} 、平均绝对误差 E_{MAE} 、拟合直线方程以及相关系数 R 共 4 个指标来评估其回报效果。 E_{RMSE} 与 E_{MAE} 值越小，表明回报误差越小； R 值越接近 1，表明拟合值和实测值越相关；拟合直线斜率越接近于 1，表明拟合值在捕捉实测值变化趋势方面更佳。

基于光滑导纳原理的调和分析方法在回报精度上表现得效果更好。在误差方面，基于光滑导纳方法的 E_{RMSE} 与 E_{MAE} 均低于基于差比关系的方法， E_{RMSE} 平均减少约 8.9%，表明前者在数据拟合上的误差较小，回报结果更加精确。在直线拟合上，基于光滑导纳方法的拟合直线

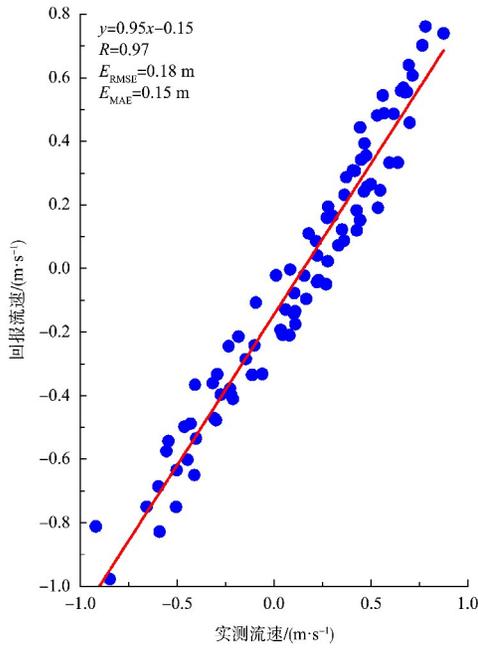
斜率更接近于 1，尤其是在东方向流速的拟合中，斜率为 0.95，接近于完美拟合的理想值 1。这意味着光滑导纳方法在捕捉实际流速变化趋势方面具有更好的表现。此外，基于光滑导纳方法的 R 较高，尤其在东方向流速的回报中， R 达到 0.97，表明该方法与实测数据之间有较强的相关性，能够更好地反映真实的流速情况，回报值与真实值的对比见图 3。



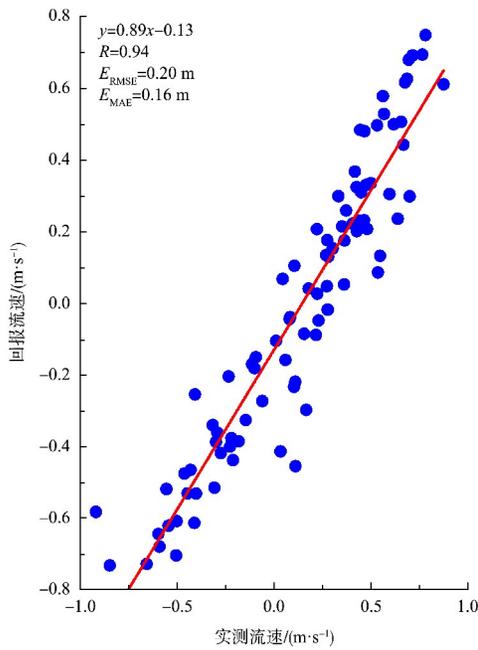
a) 基于光滑导纳原理回报北方向流速



b) 基于差比关系回报北方向流速



c) 基于光滑导纳原理回报东方向流速



d) 基于差比关系回报东方向流速

图 3 流速回报值与实测值对比

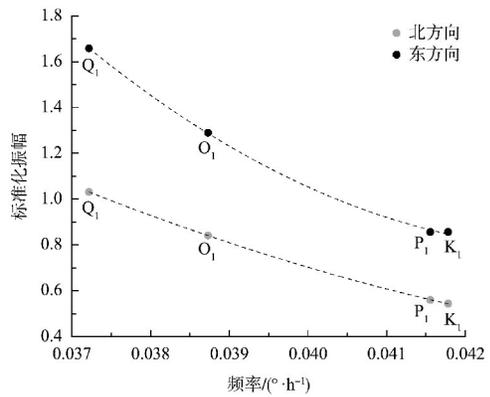
Fig. 3 Comparison between predicted flow velocity and measured values

2.4 潮汐导纳函数在全日/半日频率的光滑性

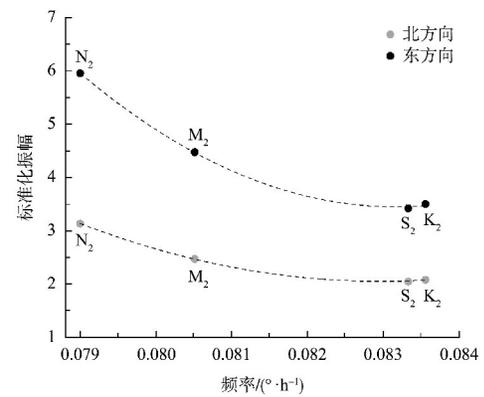
潮汐导纳反映了实际海洋环境对引潮力的响应, 这种响应受到海洋环境特征(如水深、岸线)以及分潮特性的影响。在基于潮汐导纳原理的短期调和和分析中, 通过最小二乘法确定平滑函数时, 需要特别考虑潮汐导纳函数在半月潮和全日潮频

率范围内的光滑性^[13]。利用潮汐导纳原理求解 2.1 节中实测潮流数据的八大主要全日/半日潮 (K_1 、 O_1 、 P_1 、 Q_1 、 M_2 、 S_2 、 N_2 、 K_2) 调和常数, 探究其光滑性, 见图 4。

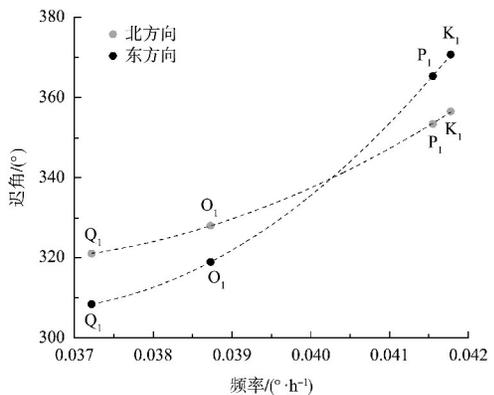
二次函数拟合在全日潮和半月潮的标准化振幅、迟角与频率之间的关系上表现得较为理想。这一拟合结果表明, 潮汐导纳函数在全日潮和半月潮频率范围内具有显著的光滑性, 特别是对于频率较大的 S_2 、 K_2 以及 P_1 、 K_1 等分潮, 其数据点都准确地落在了拟合曲线上。



a) 全日潮标准化振幅



b) 半日潮标准化振幅



c) 全日潮迟角

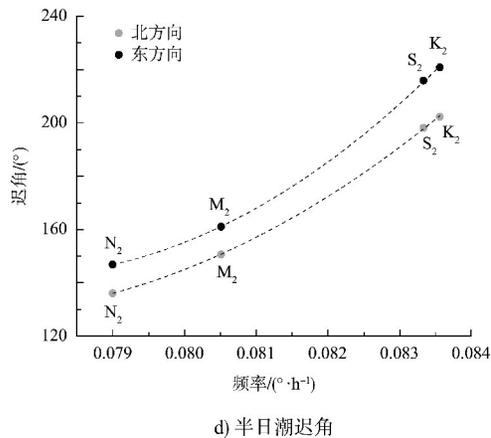


图4 全日/半日潮标准化振幅、迟角与频率关系

Fig. 4 Relationship between the standardized amplitude, delay angle, and frequency of diurnal and semidiurnal tides

二次函数拟合结果表明,在黄浦江下游区域,潮汐导纳函数的光滑性原则是有效的。导纳函数的光滑性意味着潮汐响应随着频率的变化是平滑且连续的,这在潮汐分析和预报中具有重要的理论和实际意义。对于 S_2 、 K_2 、 P_1 和 K_1 这些频率较高的分潮来说,可能受到非天文因素的影响较大。 S_2 和 K_2 分潮的非天文贡献尤其显著, S_2 分潮受到太阳辐射驱动的辐射潮汐的影响,其振幅大约为引力 S_2 潮汐的10%~18%。 K_2 和 P_1 分潮的能量可能部分源自半年周期内的 K_1 和 S_2 潮汐,这种现象通常与海洋分层、河流流量和季节性变化相关。虽然这些非天文因素在某些分潮中引起了观测与理论导纳之间的轻微偏差,但从拟合结果来看,这些分潮的实际导纳与理论导纳函数之间的偏差较小,验证了潮汐导纳函数在这一频率范围内的有效性。

3 结论

1) 基于潮汐导纳原理的调和分析方法在潮汐预测中的表现整体优于基于差比关系的方法,该方法无需依赖分潮差比关系,适用于缺乏历史潮汐资料的感潮水域,具有更广泛的应用潜力。

2) 在流速回报精度方面,基于实测短期潮流数据的对比分析结果表明,潮汐导纳方法回报的北方向和东方向流速的均方根误差分别为0.12和0.18 m/s,较差比法平均降低约8.9%,相关系数

分别为0.91和0.97,较差比法显示出更高的回报准确性。

3) 通过二次函数拟合主要全日潮与半日潮的标准化振幅和迟角与频率之间的关系,验证了潮汐导纳函数的光滑性,支持其作为潮流调和理论基础的可行性。

参考文献:

- [1] 方国洪,曹德明,黄企洲.南海潮汐潮流的数值模拟[J].海洋学报,1994,16(4):1-12.
FANG G H, CAO D M, HUANG Q Z. Numerical simulation of tidal current in the South China Sea [J]. HaiyangXuebao, 1994, 16(4): 1-12.
- [2] 朱学明.中国近海潮汐潮流的数值模拟与研究[D].青岛:中国海洋大学,2009.
ZHU X M. Numerical simulations and studies on the tides and tidal currents in the marginal seas adjacent to China [D]. Qingdao: Ocean University of China, 2009.
- [3] 方国洪,郑文振,陈宗镛,等.潮汐与潮流的分析和预报[M].北京:海洋出版社,1986.
FANG G H, ZHENG W K, CHEN Z Y, et al. Analysis and prediction of tides and currents [M]. Beijing: China Ocean Press, 1986.
- [4] 唐岩,罗世华,宋刚福,等.潮流准调和软件实现[J].海洋测绘,2006,26(2):34-36.
TANG Y, LUO S H, SONG G F, et al. The programming of the quasi-harmonic analysis of tidal currents [J]. Hydrographic surveying and charting, 2006, 26(2): 34-36.
- [5] 王长海,李培.潮流调和的计算程序[J].水道港口,1987(1):28-36.
WANG C H, LI P. Computational program for tidal harmonic analysis [J]. Journal of waterway and harbor, 1987(1): 28-36.
- [6] 唐岩,刘雁春,暴景阳,等.关于潮流(准)调和分析方法中的几个问题[J].测绘科学,2010,35(S1):33-35.
TANG Y, LIU Y C, PU J Y, et al. Several problems of (quasi-) harmonic analysis of tidal current [J]. Science of surveying and mapping, 2010, 35(S1): 33-35.
- [7] PAN H D, XU T F, WEI Z X. A modified tidal harmonic analysis model for short-term water level observations [J]. Ocean modelling, 2023, 186: 102251.