



# 基于 Boussinesq 模型的规则波作用下 Stem 波数值模拟研究\*

董保琦<sup>1</sup>, 郑振钧<sup>2</sup>, 马小舟<sup>1</sup>, 董国海<sup>1</sup>

(1. 大连理工大学, 海岸与海洋工程全国重点实验室, 辽宁 大连 116024;

2. 海南大学 海洋科学与工程学院, 海南 海口 570228)

**摘要:** 当波浪以小于特定角度入射至直墙时, 会发生波浪马赫反射现象, 直墙附近除入射波与反射波外, 还会产生沿墙传播的 Stem 波。其在传播过程中波能迅速增加, 严重威胁结构物稳定性。目前针对规则波作用下 Stem 波波型结构演化规律的研究较为匮乏, 尤其是临界入射角、波高和波宽的定量分析尚未系统开展。基于 Boussinesq 模型, 通过数值模拟系统研究 Stem 波波型结构的临界入射角以及入射波高和入射角对其波高和波宽的影响。结果表明: Stem 波波型结构的临界入射角在  $13^{\circ}$ ~ $14^{\circ}$  之间。当入射角较小时, Stem 波沿墙传播时波高和波宽单调递增, 波高随入射波高的增大而减小, 波宽变化则相反; 当入射角较大时, Stem 波的波高先增大再减小随后趋于稳定值, 波宽随入射角的增大而减小, 且对入射波高的依赖性降低。

**关键词:** 波浪马赫反射现象; Stem 波; Boussinesq 模型; 临界入射角; 数值模拟

中图分类号: U652; O353.2

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2025)11-0039-08

## Numerical simulation of Stem waves under regular wave action based on Boussinesq model

DONG Yuqi<sup>1</sup>, ZHENG Zhenjun<sup>2</sup>, MA Xiaozhou<sup>1</sup>, DONG Guohai<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. College of Marine Science and Engineering, Hainan University, Haikou 570228, China)

**Abstract:** When waves incident on a vertical wall at angles smaller than a specific critical angle, the phenomenon of Mach reflection occurs. In addition to the incident and reflected waves, a Stem wave propagating along the wall is generated near the vertical wall. During its propagation, the wave energy of the Stem wave increases rapidly, posing a significant threat to the stability of marine structures. Currently, research on the evolution characteristics of Stem wave patterns under regular wave conditions is relatively limited, particularly in terms of systematic quantitative analysis of the critical incident angle, wave height, and wave width. On the basis of the Boussinesq model, the critical incident angle of Stem wave formation and the effects of incident wave height and angle on the wave height and width of Stem waves are systematically investigated through numerical simulations. The results show that the critical incident angle for Stem wave formation lies within the range of  $13^{\circ}$ – $14^{\circ}$ . For smaller incident angles, both the wave height and width of Stem waves increase monotonically along the wall, with the wave height decreasing as the incident wave height increases, while the wave width exhibits the opposite trend. For larger incident angles, the wave height of Stem waves initially increases, then decreases, and eventually stabilizes, whereas the wave width decreases with increasing incident angle and shows reduced dependence on the incident wave height.

**Keywords:** wave Mach reflection phenomenon; Stem wave; Boussinesq model; critical incident angle; numerical simulation

收稿日期: 2025-02-22

\*基金项目: 国家自然科学基金项目(52301312, W2411038)

作者简介: 董保琦(2000—), 男, 硕士研究生, 研究方向为近岸波浪非线性变形。

通信作者: 马小舟(1977—), 男, 博士, 教授, 研究方向为近岸波浪非线性变形。E-mail: maxzh@dlut.edu.cn

随着港口建设向深水区域发展,为降低建设成本和优化施工方法,直立堤和复合堤的应用日益广泛。然而在特定波浪入射角度下,可能发生波浪马赫反射现象并产生 Stem 波。这种波浪对工程安全构成严重威胁,尤其在直立结构与斜坡结构相交的区域,Stem 波会对护面结构产生强烈冲击,显著影响整体稳定性。

波浪马赫反射现象的首次实验室观测源于 Perroud<sup>[1]</sup>开展的孤立波斜入射水动力试验,他将孤立波斜入射到直立式防波堤结构,发现堤前除了入射波与反射波外,还出现了沿墙传播的 Stem 波。Stem 波在传播过程中波能迅速增加,严重威胁结构物的稳定性<sup>[2]</sup>。

当前针对孤立波作用下的 Stem 波研究较为丰富,而规则波作用下的 Stem 波研究相对匮乏。在 Stem 波的波型结构研究方面,张永刚等<sup>[3]</sup>基于具有四阶频散特征的新型 Boussinesq 方程,采用空间上交错 Shuman 格式、时间层为 ADI 的有限差分格式,对 Stem 波的演化过程进行深入研究。研究发现,当入射波的角度大于某一临界值时,Stem 波的波动场会向 Genus-2 波系转化,并呈现出较稳定的六角形波型双周期结构。而当入射角小于临界值时,Stem 波则表现为半波周期型的稳定推进,形成典型的马赫效应。

同时 Stem 波波宽的定义存在很大争议。Yue 等<sup>[4]</sup>将 Stem 波的波宽定义为从墙面到均匀波幅区域边缘的距离,但该方法在实际应用中难以准确定位;Berger 等<sup>[5]</sup>针对周期性波,将 Stem 波的波宽定义为从墙面到驻波模式中第一个节点的距离,这个方法在试验数据中更易识别;Soomere<sup>[6]</sup>基于 KP 方程,对斜向相互作用的两个孤立波进行理论分析,得出了 Stem 波的波宽解析解;Li 等<sup>[7]</sup>通过试验观测发现 Stem 波、入射波和反射波的波峰线并非直线,且三者并未交汇于一点。实际上,KP 方程的解析解与试验中观测到的波型模式存在轻微偏差。因此,将 Stem 波的波宽定义为 Stem 波的波峰线与入射波的波峰线线性延伸的交点。这个方法与试

验观测结果相符。本文为了更好地识别 Stem 波的波宽,按照 Berger 等的建议,将 Stem 波的波宽定义为从墙面到驻波模式中第 1 个节点的距离。

在工程应用研究方面,陈志乐等<sup>[8]</sup>以某直立堤遭受台风破坏的物理模型试验为研究对象,深入研究 Stem 波的产生条件、特征及其对工程的影响;杨博等<sup>[9]</sup>通过三维波浪物理模型试验,对比分析规则波和不规则波作用下 Stem 波的波高分布随入射角度的变化规律,以及不同结构形式防波堤前 Stem 波的波高分布情况;Yoon 等<sup>[10]</sup>基于抛物型缓坡方程的 REF/DIF 模型探讨了单色波斜向传播到垂直墙面时产生的 Stem 波沿着墙面的传播特性;张少华<sup>[11]</sup>基于 N-S 方程的非静压三维自由表面流模型,研究入射角度、波陡和水深对斜向入射规则波在直立结构物上的爬高影响。

综上所述,张永刚等的研究揭示了 Stem 波的波型演化规律,但关于临界入射角的具体取值尚未得到明确结论。目前对于 Stem 波的数值研究主要基于抛物型缓坡方程和 N-S 方程。为了进一步完善对 Stem 波的认识,深入研究规则波作用下 Stem 波的特性,本文基于 Boussinesq 方程的 FUNWAVE-TVD 模型研究 Stem 波波型结构的临界入射角以及入射波高和入射角对规则波作用下的 Stem 波波高和波宽的影响。本文为海洋工程结构设计提供了关键理论依据,有助于提升结构在复杂波浪环境下的安全性与稳定性。

## 1 模型概况及验证

### 1.1 模型概况

本文采用 FUNWAVE-TVD 数值模型进行研究。该模型由 Shi 等<sup>[12]</sup>基于完全二阶非线性 Boussinesq 方程开发,结合有限体积法和有限差分法进行离散,并采用非线性空间离散化的 Runge-Kutta 格式实现自适应时间步长,能够有效模拟波浪反射等复杂波浪现象。该模型已在众多实际工程问题中得到广泛应用。

## 1.2 模型验证

本文采用数值波浪水槽模拟波浪马赫反射现象。与传统物理模型试验相比, 数值模型在效率、成本和抗比尺效应干扰方面具有显著优势。本文入射波采用 Wei 等<sup>[13]</sup>提出的双向内部造波方法生成, 试验波浪参数参照文献[10]的设置: 周期  $T=1.1$  s, 入射波高  $H_0=0.072$  m, 水深  $h_0=0.25$  m, 根据线性色散关系确定波长  $L=1.4827$  m。

由于波浪传播区域广阔且作用时间较长, 在研究波浪马赫反射现象之前, 需要对模型进行造波稳定性验证, 以确保数值模拟结果与物理试验的一致性。为此构建一个长为 45 m、宽为 0.05 m、水深  $h_0=0.25$  m 的波浪数值水槽。网格收敛性验证结果见图 1, 对比  $x=13$  m 处不同网格尺寸 ( $dx=dy=0.030$ 、 $0.025$  和  $0.020$  m, 分别对应  $L/50$ 、 $L/60$  和  $L/74$ ) 下的波面时间序列与线性波理论值。结果表明, 三种网格尺寸下的波高相对误差分别为  $-4.7\%$ 、 $-1.2\%$  和  $-3.5\%$ 。为确保计算结果达到更高的精度要求, 选定  $dx=dy=0.025$  m 作为最优网格尺寸。该尺寸下, 数值解与理论解在整个计算域内高度吻合, 验证了模型在波浪传播过程中的稳定性。

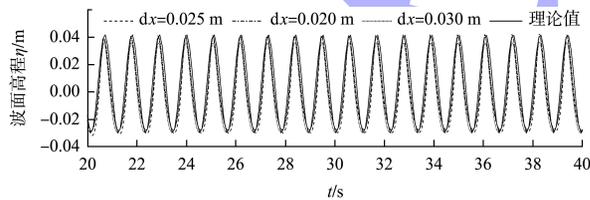


图 1 网格收敛性验证结果

Fig. 1 Grid convergence verification results

为进一步验证模型对波浪马赫反射现象的适用性, 参照 Yoon 等的物理试验参数: 试验水池尺寸为  $42\text{ m}\times 36\text{ m}\times 1.06\text{ m}$  (长 $\times$ 宽 $\times$ 高), 配备由 60 块波浪板构成的蛇形造波机, 直墙结构长度为 30 m、宽度和高度均为 0.6 m, 以及 10 m 波导管系统。数值模型中, 计算域调整为  $42\text{ m}\times 20\text{ m}$  (长 $\times$ 宽), 左右两侧设置 3 m (约 2 倍波长) 厚度的海绵层以消除边界反射影响, 造波区域位于左侧边界 5 m 处, 见图 2。

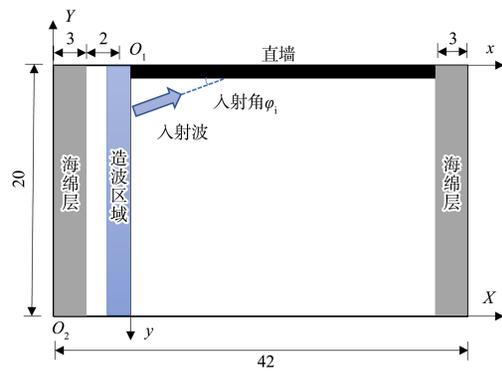
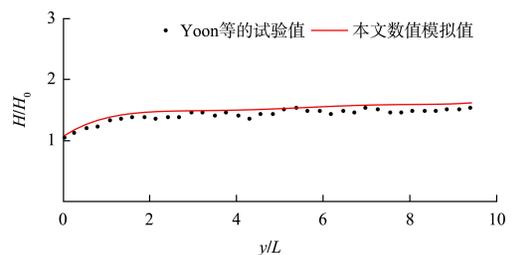


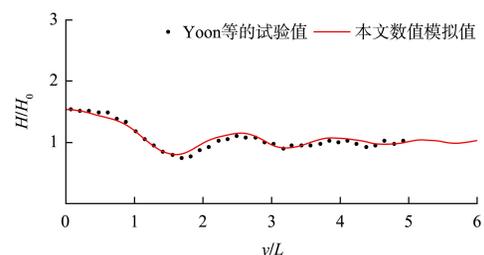
图 2 计算域 (单位: m)

Fig. 2 Computational domain (unit: m)

本文数值模拟结果与 Yoon 等试验值的对比见图 3。图 3a) 为入射角  $\varphi_i=10^\circ$  时 Stem 波沿墙方向的比波高分布; 图 3b) 为入射角  $\varphi_i=10^\circ$  时 Stem 波垂直墙面方向的比波高分布。可以看出, 数值模拟结果与试验室测量结果在波高变化趋势上高度一致, 无论是波高峰值的位置, 还是波高随距离变化的梯度, 均表现出良好的一致性。这表明本文采用的数值模型能够准确模拟波浪马赫反射现象的演化过程, 为后续相关研究和实际应用提供了可靠的基础。



a) Stem波沿墙方向比波高分布



b) Stem波垂直墙面方向比波高分布

注:  $H$  为入射后波高。

图 3 数值模拟值与 Yoon 等试验值对比

Fig. 3 Comparison of numerical simulation results with experimental results from Yoon et al.

## 2 计算域设置、工况设计及造波验证

### 2.1 计算域设置

本文数值模拟采用的计算域与模型验证中的计算域相似，为减少侧壁波浪反射对模拟结果的干扰，对计算域的长度和宽度进行了适当拓展。计算域尺寸设置为长 45 m、宽 25 m，左右两侧各设置厚 3 m 的海绵层以消除边界反射的影响。直墙结构位于计算域上侧，造波区域布置于距离左侧边界 5 m 处。

### 2.2 工况设计

本文数值模拟的波浪参数：规则波，波浪周期  $T=1.2$  s，水深  $h_0=0.3$  m，根据线性色散关系计算得到波长  $L=1.77$  m；入射波高取 0.017 7、0.035 4、0.053 1 和 0.070 8 m；入射角取  $5^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $12^\circ$ 、 $13^\circ$ 、 $14^\circ$ 、 $15^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $25^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $35^\circ$ 、 $40^\circ$ ；时间步长  $\Delta t=0.002$  s，共设置 44 组工况。本文工况参数参考了同类试验中广泛使用且高频验证的参数组合，这些参数被证实能够精准模拟不同波浪强度，具有高度代表性。

### 2.3 造波验证

在进行后续模拟之前，需要对波浪进行造波验证。以入射波高  $H_0=0.0177$  m 的波浪为例，网格尺寸采用与模型验证相同的参数，即  $dx=dy=L/60=0.03$  m。 $x=14$  m 处实际模拟波面历时曲线与二阶 Stokes 波理论值的对比结果见图 4。经计算，波高相对误差为 1%，低于 5% 的允许误差范围，表明该模型适用于后续数值模拟研究。

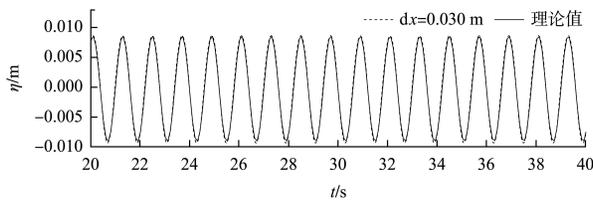


图 4 波面历时曲线

Fig. 4 Time series of water surface elevation

## 3 模拟结果与分析

### 3.1 Stem 波波型结构的临界入射角研究

不同入射角下波浪马赫反射现象的瞬时自由表面等值线分布特征见图 5。当入射角  $\varphi_i=12^\circ$  时，Stem 波呈现沿直立墙传播的一维波列特征，其瞬

时自由表面等值线呈准平行分布，波峰沿墙体方向延伸。随着传播距离的增加，波高呈现增强趋势，波列宽度同步扩展，形成由墙体向外辐射的长波状结构。当入射角  $\varphi_i=15^\circ$  时，Stem 波转变为具有空间双周期性的二维六角形波系，波场由规则排列的六角形区域构成，两列平行主波峰通过马鞍状次波峰曲面相互连接。在  $13^\circ\sim 14^\circ$  入射角范围内，Stem 波发生形态跃迁，表明其波型结构的临界入射角位于  $13^\circ\sim 14^\circ$  之间。

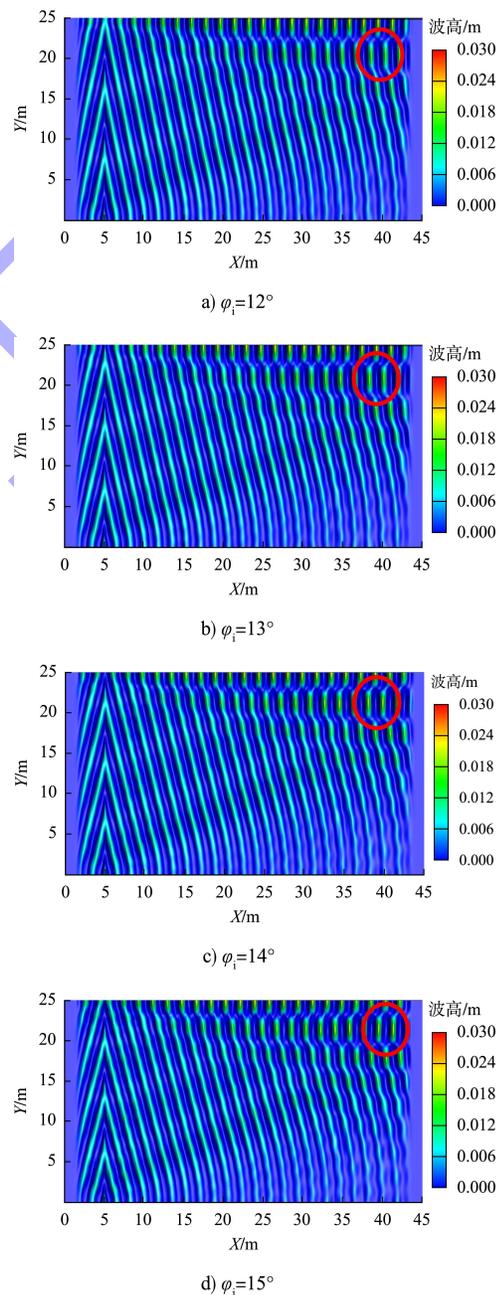


图 5 不同入射角下瞬时自由表面等值线

Fig. 5 Instantaneous free surface contour at different incident angles

### 3.2 入射角对 Stem 波波高的影响

不同入射波高条件下 Stem 波沿墙比波高随入射角的变化规律见图 6。比波高定义为 Stem 波波高与入射波高的比值。结果表明, 两种入射波高下的变化趋势具有一致性。当入射角  $\varphi_i \leq 15^\circ$  时, Stem 波比波高呈现单调递增趋势, 其增长率与入射角呈线性关系。当入射角  $\varphi_i$  为  $5^\circ$ 、 $10^\circ$  和  $15^\circ$  时, 对应的最大比波高分别为 1.4、1.8 和 2.2。随着入射角继续增大, Stem 波比波高呈现先增大后减小并最终趋于稳定的变化特征, 不同入射角对应的最大比波高差异较小, 最大近似为 2.45。此外, 随着入射角的增大, 曲线斜率显著增加, 表明比波高变化速度加快, 最大比波高出现的位置随着入射角的增加而降低。

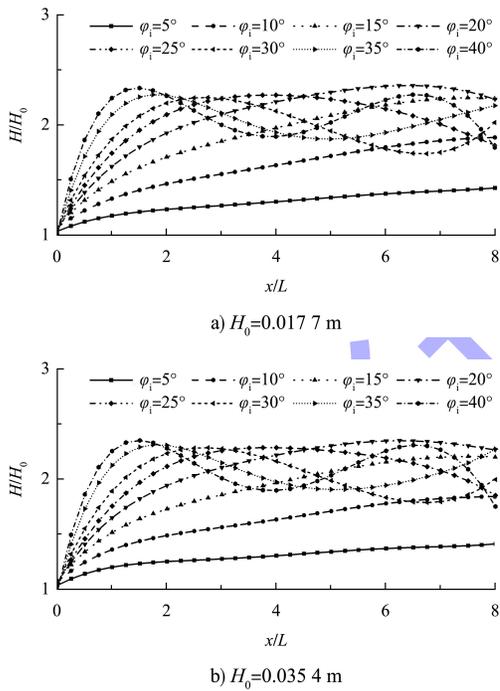


图 6 不同入射波高下 Stem 波沿墙比波高随入射角的变化  
Fig. 6 Variation of relative wave height along wall with incident angle for stem waves under different incident wave heights

### 3.3 入射角对 Stem 波宽的影响

入射波高为 0.017 7 m 时, 入射角  $\varphi_i$  为  $10^\circ$  和  $20^\circ$  条件下,  $x = 1L \sim 6L$  范围内垂直墙面方向上比波高的变化情况见图 7。其中  $\lambda_{1L}$  表示  $x = 1L$  处 Stem 波的波宽。对应工况下的瞬时自由表面等值线见图 8。可以看出, 当入射角  $\varphi_i$  为  $10^\circ$  时, Stem 波在沿墙传播过程中波宽呈现单调递增趋势; 而

当入射角增大到  $20^\circ$  时, Stem 波宽则表现为先增大后趋于稳定的变化特征。

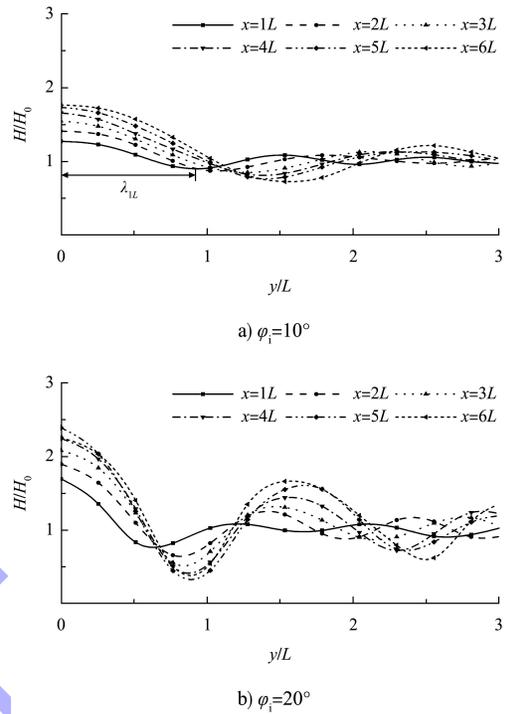


图 7 垂直墙面方向比波高分布特征  
( $H_0 = 0.0177$  m,  $x = 1L \sim 6L$ )

Fig. 7 Distribution characteristics of relative wave height in direction perpendicular to vertical wall ( $H_0 = 0.0177$  m,  $x = 1L \sim 6L$ )

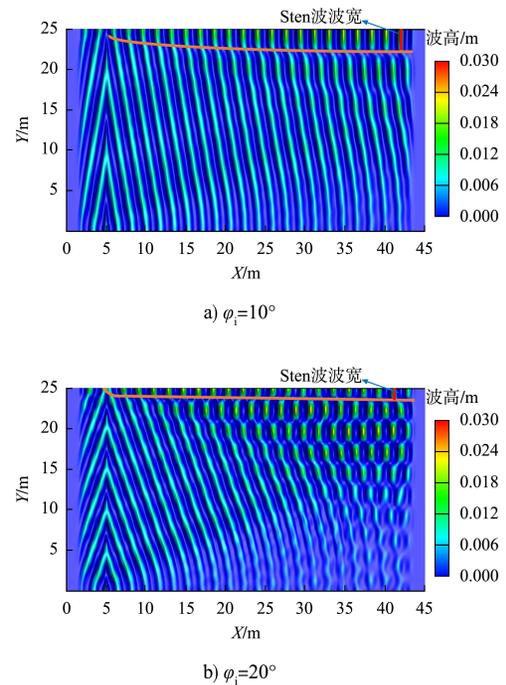


图 8 不同入射角下瞬时自由表面等值线  
Fig. 8 Instantaneous free surface contour at different incident angles

$x = 5L$  位置处、在入射波高  $H_0 = 0.0177$  和  $0.0354$  m 条件下，不同入射角对应的垂直墙面方向比波高分布特征见图 9。两种入射波高下的变化趋势具有一致性。从图中可以看出， $x = 5L$  处 Stem 波波宽随入射角增大呈递减趋势。入射角为  $5^\circ$  时，波宽约为  $2.0L$ ； $10^\circ$  时约为  $1.4L$ ； $15^\circ$  时约为  $1.2L$ ； $20^\circ$  时约为  $0.8L$ ； $25^\circ$  时约为  $0.7L$ ； $30^\circ$  时约为  $0.5L$ 。

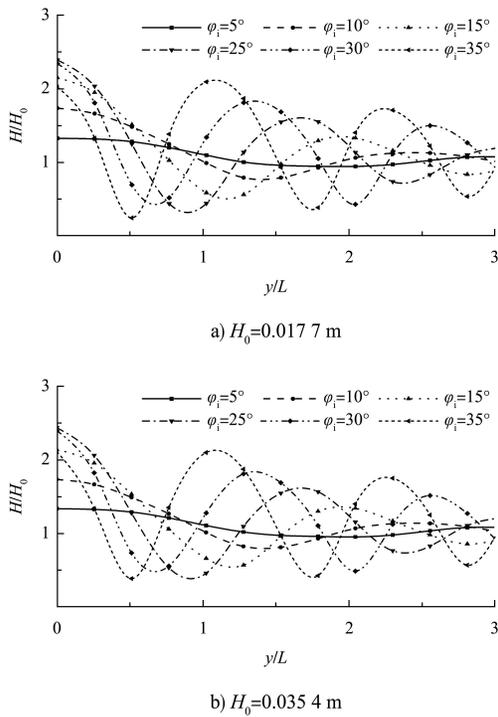


图 9 不同入射角下  $x = 5L$  处垂直墙面方向比波高分布  
**Fig. 9 Distribution of relative wave height in direction perpendicular to vertical wall at  $x = 5L$  under different incident angles**

### 3.4 入射波高对 Stem 波波高的影响

不同入射角下，Stem 波沿墙比波高随入射波高的变化规律见图 10。可以看出，当入射角  $\varphi_i \leq 10^\circ$  时，比波高随传播距离呈单调递增趋势；当入射角度  $\varphi_i > 10^\circ$  时，比波高呈现先增大后减小并最终趋于稳定的变化特征。对于  $10^\circ$  和  $20^\circ$  的入射角，存在特征位置  $x = 3.2L$  和  $2.5L$ ，在该位置前，比波高增长率与入射波高呈正相关，而超过该位置后则呈负相关，其对应的最大比波高分别为  $1.89$  和  $2.34$ 。当入射角为  $30^\circ$  和  $40^\circ$  时，比波高与入射波高呈正相关关系，最大比波高分别为  $2.40$  和  $2.39$ 。上述结果表明，入射波高对 Stem 波波高的影响显著依赖于入射角度。

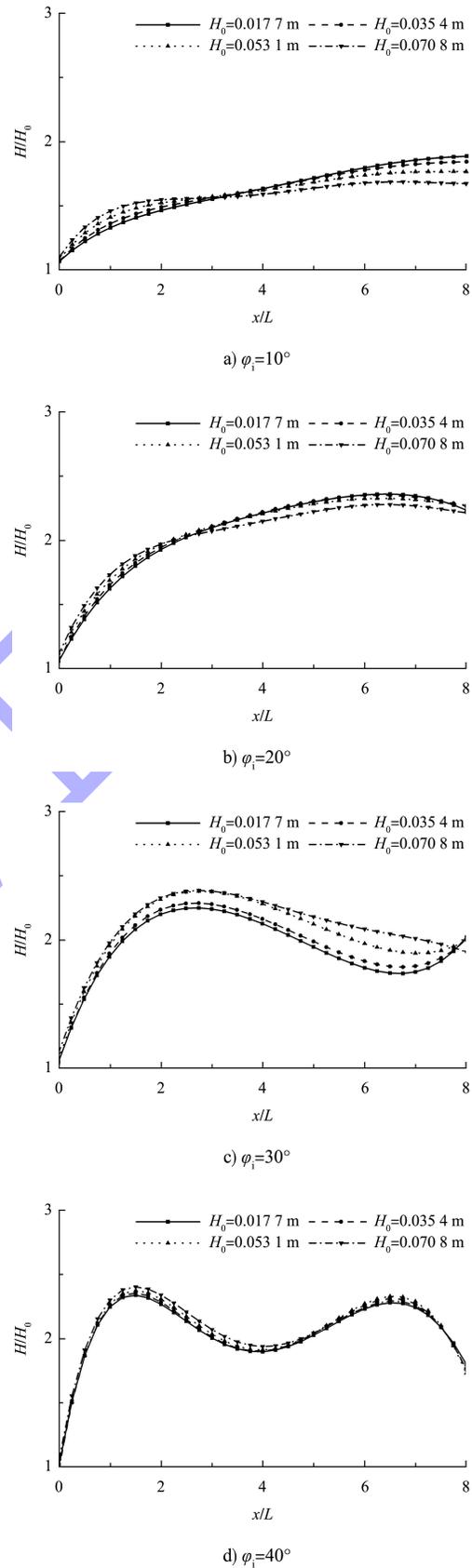


图 10 不同入射角下 Stem 波沿墙比波高随入射波高的变化  
**Fig. 10 Variation of relative wave height along wall with incident wave height for Stem waves under different incident angles**

### 3.5 入射波高对 Stem 波波宽的影响

入射角为  $20^\circ$  时, 入射波高分别为 0.017 7 和 0.035 4 m 条件下垂直墙面方向比波高的分布情况见图 11。可以看出, 两种入射波高下 Stem 波波宽均呈现先增大后趋于稳定的变化规律, 其稳定值均为  $0.9L$ 。这个现象表明入射波高对 Stem 波沿墙传播过程中波宽的变化趋势无显著影响。

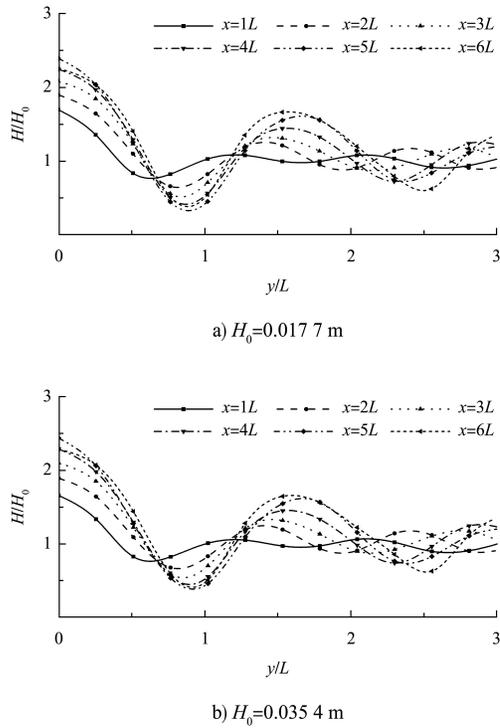


图 11 垂直墙面方向比波高分布特征  
( $\varphi_i = 20^\circ$ ,  $x = 1L \sim 6L$ )

Fig. 11 Distribution characteristics of relative wave height in direction perpendicular to vertical wall  
( $\varphi_i = 20^\circ$ ,  $x = 1L \sim 6L$ )

$x = 5L$  位置处, 不同入射波高条件下垂直墙面方向比波高的分布特征见图 12。可以看出, 当入射角度  $\varphi_i \leq 20^\circ$  时, Stem 波波宽与入射波高呈正相关关系; 当入射角度  $\varphi_i > 20^\circ$  时, Stem 波的波宽对入射波高的变化不敏感, 表明入射波高对波宽的影响显著减弱。

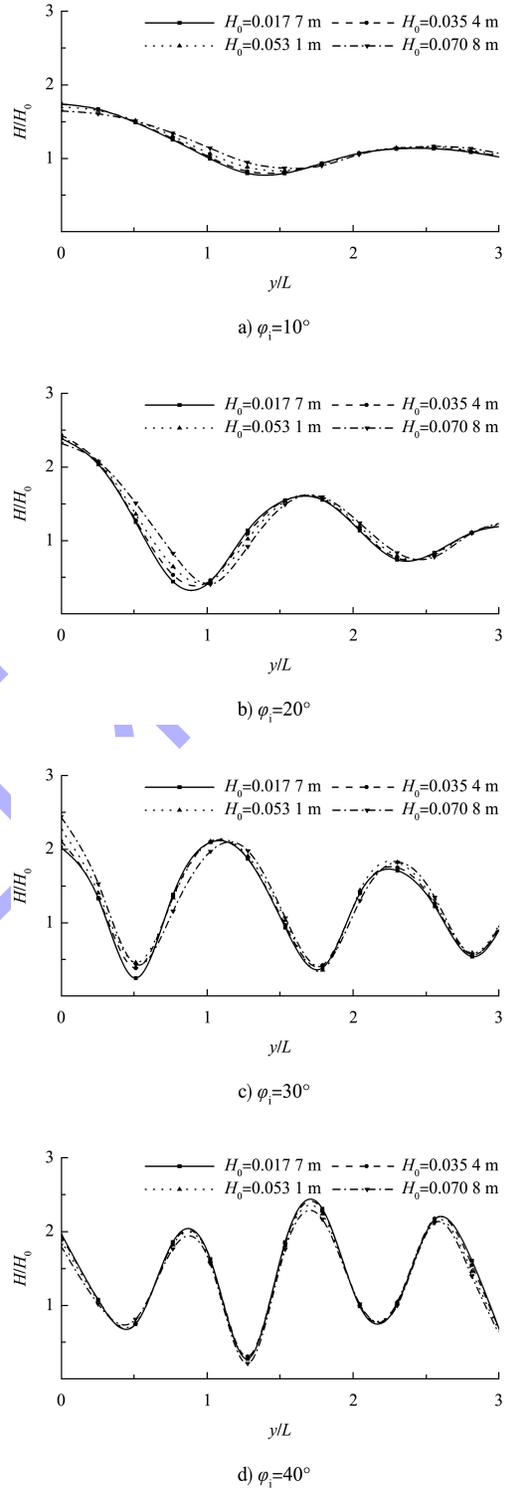


图 12 不同入射波高下  $x = 5L$  处垂直墙面方向比波高分布  
Fig. 12 Distribution of relative wave height in direction perpendicular to vertical wall at  $x = 5L$  under different incident wave heights

#### 4 结论

1) Stem 波从一维传播波动向二维波系转变的临界入射角位于  $13^\circ \sim 14^\circ$  之间。

2) 当入射角  $\varphi_i \leq 15^\circ$  时, Stem 波沿墙传播过程中波高呈现单调增长趋势, 其增长率与入射角呈正相关, 最大比波高为 2.2; 随着入射角的增大, Stem 波的波高沿墙呈现先增大后减小最终趋于稳定值, 最大比波高为 2.45。且入射角越大, 最大比波高出现得越快。入射波高对 Stem 波高的影响依赖于入射角的大小。

3) 当入射角  $\varphi_i \leq 10^\circ$  时, Stem 波沿墙传播过程中波宽呈现单调增长趋势; 当入射角  $10^\circ < \varphi_i \leq 20^\circ$  时, Stem 波的波宽沿墙呈现先增大后趋于稳定值的趋势。入射波高对 Stem 波宽的变化趋势无显著影响。在  $x=5L$  处, Stem 波的波宽随着入射角的增大而减小。当入射角  $\varphi_i \leq 20^\circ$  时, Stem 波的波宽随着入射波高的增大而增大。当入射角  $\varphi_i > 20^\circ$  时, Stem 波的波宽不受入射波高影响。

#### 参考文献:

- [1] PERROUD P H. The solitary wave reflection along a straight vertical wall at oblique incidence[D]. Berkeley: University of California, 1957.
- [2] 耿宝磊, 刘二利, 张慈珩, 等. 斜向浪沿直立结构传播时能量变化的试验研究[J]. 水道港口, 2020, 41(6): 635-642.
- GENG B L, LIU E L, ZHANG C H, et al. Experimental study on energy variation of oblique wave propagating along vertical structure [J]. Journal of waterway and harbor, 2020, 41(6): 635-642.
- [3] 张永刚, 李玉成, 王永学. 应用 Boussinesq 方程对非线性 Stem 波的数值研究[J]. 水动力学研究与进展 A 辑, 1997, 12(4): 393-400.
- ZHANG Y G, LI Y C, WANG Y X. Study of simulation using Boussinesq equation for nonlinear Stem wave [J]. Chinese journal of hydrodynamics, 1997, 12(4): 393-400.
- [4] YUE D K P, MEI C C. Forward diffraction of Stokes waves by a thin wedge [J]. Journal of fluid mechanics, 1980, 99(1): 33-52.
- [5] BERGER U, KOHLHASE S. Mach-reflection as a diffraction problem[J]. Coastal engineering, 1976, 1(15): 796-814.
- [6] SOOMERE T. Interaction of Kadomtsev-Petviashvili solitons with unequal amplitudes [J]. Physics letters A, 2004, 332(1/2): 74-81.
- [7] LI W W, YE H, KODAMA Y. On the Mach reflection of a solitary wave: revisited[J]. Journal of fluid mechanics, 2011, 672: 326-357.
- [8] 陈志乐, 杨静思. 直立堤前 Stem 波的分布规律及对工程的影响[J]. 水运工程, 2023(11): 37-42.
- CHEN Z L, YANG J S. Stem wave distribution along vertical breakwater and related engineering influence [J]. Port & waterway engineering, 2023(11): 37-42.
- [9] 杨博, 潘军宁, 沈雨生. 斜向波浪作用下直立式防波堤前波浪特性试验研究[J]. 水运工程, 2023(12): 1-7.
- YANG B, PAN J N, SHEN Y S. Experimental study on front wave characteristics of vertical breakwater under oblique wave action[J]. Port & waterway engineering, 2023(12): 1-7.
- [10] YOON S B, LEE J I, KIM Y T, et al. Laboratory and numerical experiments on stem waves due to monochromatic waves along a vertical wall [J]. Nonlinear processes in geophysics, 2018, 25(3): 521-535.
- [11] 张少华. 非线性波浪在直立结构物上爬高的研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2020.
- ZHANG S H. Research on extreme wave run up on vertical structures[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2020.
- [12] SHI F Y, DALRYMPLE R A, KIRBY J T, et al. A fully nonlinear Boussinesq model in generalized curvilinear coordinates [J]. Coastal engineering, 2001, 42(4): 337-358.
- [13] WEI G, KIRBY J T, SINHA A. Generation of waves in Boussinesq models using a source function method [J]. Coastal engineering, 1999, 36(4): 271-299.

( 本文编辑 王聰 )