

负压非均匀分布边界条件下砂井地基固结解析

鲍树峰^{1,2}, 周琦¹, 陈平山¹, 邱青长¹, 李燕¹

(1. 中交四航工程研究院有限公司, 中交交通基础工程环保与安全重点实验室, 广东 广州 510230;
2. 华南理工大学土木与交通学院, 广东 广州 510641)

摘要: 基于浅表层超软弱淤泥地基真空预压处理技术的特点, 建立了浅表层超软弱淤泥砂井地基的固结理论。该理论的解析解考虑了浅表层超软弱淤泥地基真空预压处理技术所存在的负压非均匀分布的边界条件问题, 更接近工程实际情况, 计算精度可满足工程要求。

关键词: 浅层超软弱淤泥砂井地基; 固结理论; 负压非均匀分布; 边界条件

中图分类号: TU 43

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2015)03-0012-09

Consolidation analysis for sand drains foundations with non-uniform distribution of negative pressure boundary condition

BAO Shu-feng^{1,2}, ZHOU Qi¹, CHEN Ping-shan¹, QIU Qing-chang¹, LI Yan¹

(1. CCCC Key Lab of Environmental Protection & Safety in Foundation Engineering of Transportation, CCCC Fourth Harbor Engineering Institute Co., Ltd., Guangzhou 510230, China;
2. Civil and Transportation Institute, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: Considering some features of vacuum preloading technique of improving shallow ultra-soft soil foundation, we establish the consolidation theory of sand drains foundation of shallow ultra-soft soil. Its analytical solutions are obtained based on the non-uniform distribution of negative pressure boundary condition. The analytical solutions are closer to the practical engineering, and its calculation accuracy can meet the engineering requirements.

Keywords: shallow ultra-soft soil foundation with sand drains; consolidation theory; non-uniform distribution of negative pressure; boundary condition

真空预压条件下砂井地基的固结属于负压条件下的固结问题。负压条件下砂井地基的固结问题可分为竖向固结和径向固结两方面进行考虑。

负压条件下砂井地基的竖向固结方程与正压作用下的竖向固结方程相同, 即 Terzaghi 竖向固结方程, 因此, Terzaghi 推导时提出的若干基本假定在负压条件下仍成立^[1], 然而, 需要注意的是, 两者的求解边界条件和初始条件有所不同^[2]。刘家豪等^[3]在 Terzaghi 固结理论基础上, 首次建立了负压条件下砂井地基的竖向固结模型, 并导出了解析解。莫海鸿^[4]利用平均固结度等效概念, 并

考虑井阻和涂抹效应, 将 PVD 地基等效为天然地基, 针对真空预压法特点, 考虑地表孔压随真空预压过程的变化, 求得一维固结解析解。

关于砂井地基径向固结理论方面, 根据谢康和的研究成果^[5]可知: 在等应变条件下, 谢康和理论与自由应变条件下的严密解十分接近; 对于考虑井阻效应的砂井地基径向固结问题, Barron 理论是不合理的, 而 Hansbo 理论是近似的, 但与谢康和理论尚接近。刘家豪等^[3]、董志良^[6-7]首次将谢康和导出的正压作用下砂井地基的径向固结解析理论扩展到负压及正负压情况。Indraratna^[8]

收稿日期: 2014-12-18

作者简介: 鲍树峰 (1982—), 男, 博士研究生, 高级工程师, 从事软基处理、桩基工程及基坑工程等方面的研究工作。

和周琦^[9]均引入了负压沿砂井的线性衰减分布模式, 并给出了相应的解析解, 两者的区别在于: 前者认为真空预压过程中负压沿深度的衰减率 k_l 为常数, 而后者认为衰减率 k_l 不是固定不变的, 是随时间的延长而逐渐增大的时间 t 的函数。郭彪等^[10]对随时间任意变化的荷载作用下砂井地基固结问题进行了研究, 推导出了考虑涂抹效应、井阻作用、土体内径向组合渗流、变荷载以及涂抹区水平渗透系数线性连续变化等因素的解析解, 且将复杂荷载分解为很多简单的正余弦函数之和, 通过简单荷载作用下响应的叠加得到原复杂荷载作用下的响应。

本文在上述研究成果的基础上, 考虑浅表层超软弱淤泥地基真空预压处理技术的特点, 拟探讨负压非均匀分布边界条件下浅表层超软弱淤泥砂井地基的固结理论。

1 浅表层超软弱淤泥真空预压处理技术特点

1) 加固对象是新近吹填超软弱淤泥, 其主要指原位海积或湖积淤泥经水力重塑和颗粒重新分选后, 土颗粒自重沉积尚未完成、颗粒结构极松散、含水率极高、处于流动或者悬浮状态的吹填淤泥^[11-12]。

2) 用土工合成材料水平排水垫层代替传统的中粗砂水平排水垫层^[11-12]。已有工程实践表明^[11-14], 浅表层超软弱淤泥真空预压加固过程中: ①排水系统施工过程中极易出现严重的冒泥浆现象, 这不仅会导致膜下真空度不均匀而影响负压在水平排水垫层中的传递效果, 而且还会造成排水系统淤堵而影响负压在土体中的传递效果, 最终大大削弱地基的加固效果; ②密封膜下的真空度传递时存在一个启动过程, 即滤管内真空度达到 80 kPa 以上持续一段时间后, 滤管间的水平排水垫层中才会有真空度出现, 且表层淤泥的启动时间稍短, 深层淤泥的启动时间较长; ③土工合成材料水平排水垫层传递真空度和排水的效果不如传统的中粗砂水平排水垫层。

综上所述, 浅表层超软弱淤泥真空预压加固过程中, 负压沿砂井竖向和径向均是逐渐衰减的,

本文基于文献[13]的负压分布函数进行简化, 均按线性衰减分布模式考虑, 同时, 淤泥表面的负压随时间按指数函数递增考虑。

2 浅表层超软弱淤泥真空预压加固固结解析解

2.1 轴对称固结模型

砂井地基的轴对称固结模型见图 1。

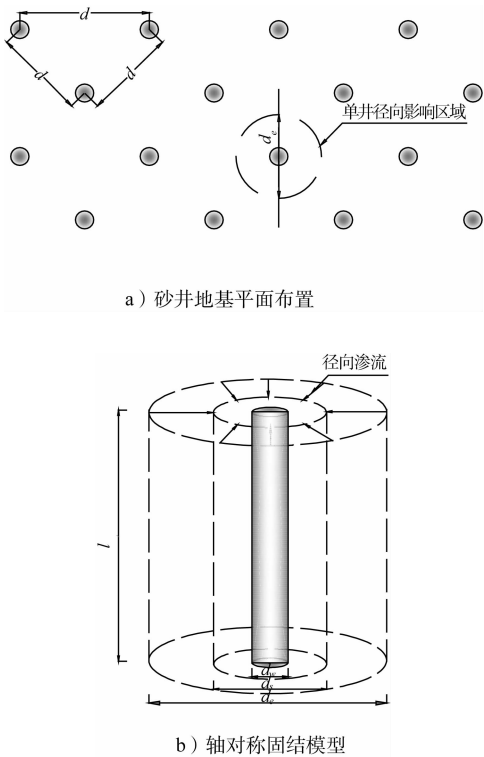


图1 砂井地基平面布置及轴对称固结模型

2.2 计算简图

图 2 为轴对称固结计算简图。图 2 中 l 为砂井计算长度, $l = H$, H 为被加固土层的竖向排水距离, 对于浅表层超软弱淤泥地基而言, 一般属于单面排水问题, 因此, H 即为被加固土层厚度; k_h 、 k_v 为地基水平向及竖向渗透系数; k_s 为砂井周围涂抹区内的水平相渗透系数, $k_s < k_h$; k_w 为砂井材料渗透系数; r_w 、 d_w 分别为砂井半径和直径; r_s 、 d_s 分别为涂抹区半径和直径; r_e 、 d_e 分别为砂井影响区半径和直径; r 、 z 分别为径向及竖向坐标。 K_r 、 K_z 分别为负压沿径向和竖向的衰减系数, 其值均小于 1; $-P_0$ 为水平排水系统中 ($z = 0$) 的最大负压值。

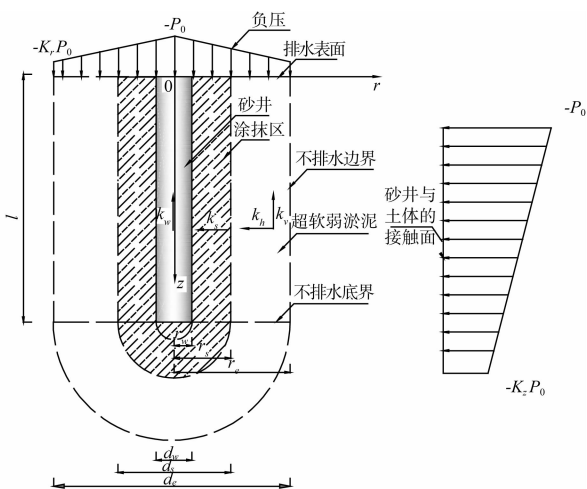


图 2 轴对称固结计算简图

2.3 基本假定

在 Terzaghi 固结理论和 Barron 轴对称固结理论的基础上作以下主要假定：

1) 等应变条件成立。即砂井地基中无侧向变形，同一深度平面上任一点的垂直变形相等，但地面荷载是非均匀分布的。

2) 径向和竖向渗流可分别考虑，考虑竖向渗流时按 Terzaghi 一维固结理论，考虑径向渗流时 $k_v=0$ ，径竖向组合渗流可按卡里罗 (Carrillo) 定理^[15]考虑；负压条件下土体和砂井中水的渗流符合 Darcy 定律。

3) 砂井内超静孔隙水压力沿径向变化很小，可以忽略不计；任一深度 z 处从土体中流入砂井的水量等于砂井中向上水流量的增量。

4) 除渗透系数外，砂井和涂抹区内土体的其他性质同天然地基。

5) 负压沿砂井竖向和径向均是按线性衰减模式考虑。

2.4 基于 Hansbo 固结理论负压条件下的径向固结基本方程推导及求解

1) 径向固结基本方程推导。

根据图 2，由 Darcy 定律可知，单元土体内的径向渗流速率表达式为：

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = k \left(\frac{1}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) A = \frac{k}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} \cdot 2\pi r dz \quad (1)$$

式中： Q 为单元土体内径向流量； u_r 为真空预压

条件下的径向超孔隙水压力； A 为径向距离 r 处渗流截面积； dz 为单元土体的厚度。

单元土体内竖直方向体积变化率表达式为：

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \cdot \pi (r_e^2 - r^2) dz \quad (2)$$

式中： V 为土体体积； ε 为仅考虑径向渗流时影响区内土体中任一点竖直方向的应变， $\varepsilon = \varepsilon_v(z, t)$ 。

假定，单元土体内的径向渗流速率与其竖直方向的体积变化率相等，则根据式 (1) 和式 (2) 有：

$$\frac{k}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} \cdot 2\pi r dz = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \cdot \pi (r_e^2 - r^2) dz \quad (3)$$

对上式整理后可得，涂抹区外影响区内的径向超孔隙水压力 $u_r(r, z, t)$ 为：

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{\rho_w g}{2k_h} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \left(\frac{r_e^2 - r^2}{r} \right) \quad r_s \leq r \leq r_e \quad (4)$$

涂抹区内的径向超孔隙水压力 $u_{rs}(r, z, t)$ 为：

$$\frac{\partial u_{rs}}{\partial r} = \frac{\rho_w g}{2k_s} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \left(\frac{r_e^2 - r^2}{r} \right) \quad r_w \leq r \leq r_s \quad (5)$$

式中： ρ_w 为水密度； t 为时间。式 (4) 和 (5) 即为轴对称固结条件下的径向固结基本方程。

2) 边界条件和初始条件。

边界条件：

① 如图 2 所示^[9]：

$$u_w = -P_0 \left[1 - (1 - \bar{K}_z) \frac{z}{l} \right] \quad (6)$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_e} = 0 \quad (7)$$

$$\textcircled{3} \quad u_r \Big|_{r=r_w} = u_w \quad (8)$$

$$\textcircled{4} \quad u_{rs} \Big|_{r=r_s} = u_r \Big|_{r=r_s} \quad (9)$$

初始条件：

$$\textcircled{5} \quad \bar{u}_r \Big|_{t=0} = 0 \quad (10)$$

式中： u_w 为仅考虑径向渗流时，砂井内任一深度的孔压， $u_w = u_w(z, t)$ ； $\bar{u}_r$ 为仅考虑径向渗流时影响区内土中任一深度的平均孔压， $\bar{u}_r = \bar{u}_r(z, t)$ ； $\bar{K}_z$ 为负压沿竖向的平均衰减系数，其值均小于 1。

根据文献[9]可知， K_z 实际上是时间 t 的函数，应表示为 $K_z(t)$ 。为简化推导求解，可选取时间区

间 $[0, t_e]$ 内的平均值 $\bar{K}_z$ 代替 K_z (t_e 为真空预压加固时间), 如式(6), 并可由下式求得:

$$\bar{K}_z = \frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} K_z(t) dt \quad (11)$$

为了使模型采用的边界条件更符合真空预压现场的实际情况, $\bar{K}_z$ 一般根据竖向排水体中负压现场实测结果来确定^[9]。

3) 径向固结基本方程求解。

由于总应力不随时间变化, 故弹性土体径向压缩时, 有:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -m_v \cdot \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} \quad (12)$$

式中: m_v 为体积压缩系数。

对式(4)和(5)两边关于 r 积分, 然后根据式(12)和边界条件①、③和④, 可得:

$$u_{rs} = -\frac{\rho_w g m_v}{2k_s} \left(r_e^2 \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2 - r_w^2}{2} \right) \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} - \quad (13)$$

$$P_0 \left[1 - (1 - \bar{K}_z) \frac{z}{l} \right] \quad r_w \leq r \leq r_s$$

$$u_r = -\frac{\rho_w g m_v}{2k_s} \left(r_e^2 \ln \frac{r_s}{r_w} - \frac{r_s^2 - r_w^2}{2} \right) \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} - \frac{\rho_w g m_v}{2k_h} \cdot \left(r_e^2 \ln \frac{r}{r_s} - \frac{r^2 - r_s^2}{2} \right) \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} - P_0 \left[1 - (1 - \bar{K}_z) \frac{z}{l} \right] \quad (14)$$

$$r_s \leq r \leq r_e$$

仅考虑径向渗流时, 影响区内土中任一深度的径向平均孔压 $\bar{u}_r$ 可表示为:

$$\bar{u}_r = \frac{\int_{r_w}^{r_s} u_{rs} 2\pi r dr dz + \int_{r_s}^{r_e} u_r 2\pi r dr dz}{\pi (r_e^2 - r_w^2)} \quad (15)$$

将式(13)、(14)代入上式, 得:

$$\bar{u}_r = -\frac{\mu}{8} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} - P_0 \left[1 - (1 - \bar{K}_z) \frac{z}{l} \right] \quad (16)$$

$$\text{式中: } \mu = \frac{n^2}{n^2 - 1} \left[\ln \left(\frac{n}{s} \right) + \frac{k_h}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \right] + \frac{s^2}{n^2 - 1} \cdot$$

$$\left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) + \frac{k_h}{k_s} \cdot \frac{1}{n^2 - 1} \left(\frac{s^4 - 1}{4n^2} - s^2 + 1 \right); \quad n = \frac{r_e}{r_w}; \quad s =$$

$$\frac{r_s}{r_w}; \quad T_h = \frac{c_h t}{d_e^2}; \quad c_h = \frac{k_h (1 + e)}{a_v \rho_w g} = \frac{k_h}{m_v \rho_w g} \circ$$

对式(16)两边进行积分, 并结合初始条件⑤, 得解析解:

$$\bar{u}_r = -P_0 \left[1 - (1 - \bar{K}_z) \frac{z}{l} \right] (1 - e^{-8T_h/\mu}) \quad (17)$$

因此, 整个土层任意时刻 t 的径向平均孔压 $\bar{u}_{r\text{总}}$ 为:

$$\bar{u}_{r\text{总}} = \frac{\int_0^l \bar{u}_r dz}{l} = -\frac{(1 + \bar{K}_z) P_0}{2} (1 - e^{-8T_h/\mu}) \quad (18)$$

式(17)、(18)即为轴对称固结、负压条件下、考虑井阻影响的径向固结基本方程的近似解。

2.5 负压条件下竖向固结基本方程和求解

1) 竖向固结基本方程。

根据图2, 竖向固结基本微分方程如下:

$$\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}_z}{\partial z^2} \quad (19)$$

2) 边界条件和初始条件。

边界条件: 在以往的负压竖向固结基本方程求解时, 淤泥表面 ($z=0$) 的孔压边界条件和初始条件是相互矛盾的, 文献[13]表明: 地表孔压随抽真空时间是按指数函数递增的。本文基于浅表层超软弱淤泥真空预压加固技术的特点, 同时, 按线性衰减分布模式考虑。

①由图2得

$$\bar{u}_z|_{z=0} = -P_0 [1 - \exp(-\alpha t)] \left[1 - (1 - \bar{K}_r) \frac{r}{r_e} \right] \quad 0 \leq r \leq r_e \quad (20)$$

$$\textcircled{2} \left. \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z} \right|_{z=H} = 0 \quad (21)$$

初始条件:

$$\textcircled{3} \bar{u}_z|_{t=0} = 0 \quad (22)$$

其中: $\bar{u}_z$ 为仅考虑竖向渗流时地基中任一深度的平均孔压, $\bar{u}_z = \bar{u}_z(z, r, t)$; c_v 为竖向固结系数, $c_v = k_v / (\rho_w g m_v)$; $\bar{K}_r$ 为负压沿径向的平均衰减系数, 其值均小于1; α 为一小于1的常数, 可根据现场实测结果进行分析获得; 其他符号含义同前。

工程实践表明, K_r 实际上也是时间的函数, 可表示为 $K_r(t)$ 。为简化推导求解, 分别选取时间区间 $[0, t_e]$ 内的平均值 $\bar{K}_r$ 代替 K_r (t_e 为真空预压加

固时间), 如式(20), 并可由下式求得:

$$\overline{K_r} = \frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} K_r(t) dt \quad (23)$$

为了使模型采用的边界条件更符合真空预压现场的实际情况, $\overline{K_r}$ 一般根据水平排水管路中负压现场实测结果来确定。

3) 竖向固结基本方程求解。

式(19)是一个边界条件非齐次的偏微分方程, 为求得 $\overline{u_z}(z, r, t)$, 首先将边界条件齐次化^[16], 令

$$\overline{u_z}(z, r, t) = w(z, r, t) - P_0[1 - \exp(-\alpha t)] \left[1 - (1 - \overline{K_r}) \frac{r}{r_e} \right] \quad (24)$$

$w(z, r, t)$ 满足非齐次方程, 边界条件则是齐次的, 因此, 式(24)可转化为

$$\frac{\partial w}{\partial t} - c_v \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \alpha P_0 \exp(-\alpha t) \left[1 - (1 - \overline{K_r}) \frac{r}{r_e} \right] \quad (25)$$

将式(25)的右边函数 $f(t, r) = \alpha P_0 \exp(-\alpha t) \cdot \left[1 - (1 - \overline{K_r}) \frac{r}{r_e} \right]$ 视为一系列脉冲函数 $f(\tau) \delta(t - \tau)$ $d\tau$ 作用从 0 到 t 的叠加。

相应地, 边界条件①和②、初始条件③转变为

$$\textcircled{4} \quad w|_{z=0} = 0 \quad 0 \leq r \leq r_e \quad (26)$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \quad (27)$$

初始条件:

$$\textcircled{6} \quad w|_{t=0} = 0 \quad (28)$$

然后, 引入线性微分算子 $L(V)$, 在式(26)~(28)边界条件与初始条件下, 求解方程:

$$L(V) = f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau \quad (29)$$

在初始条件 $V|_{t=0} = 0$ 下的解为 $V(z, t; \tau)$ 。因此, 可转化为求解以下等价的定解问题:

$$L(V) = 0 \quad (30)$$

边界条件同式(26)、(27), 初始条件为

$$V|_{t-\tau=0} = f(\tau) \quad (31)$$

由式(30)~(31)即可求得 $V(z, t; \tau)$ 。然后, 对时间进行积分

$$w(z, r, t) = \int_0^t V(z, t; \tau) d\tau \quad (32)$$

即可求得 $w(z, r, t)$ 。因此, 先求解关于 $V(z, t; \tau)$ 的方程。

$$L(V) = \frac{\partial V}{\partial t} - c_v \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (33)$$

边界条件为:

$$\begin{cases} V|_{z=0} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \end{cases} \quad (34)$$

初始条件为:

$$V|_{t-\tau=0} = f(\tau) = \alpha P_0 \exp(-\alpha t) \left[1 - (1 - \overline{K_r}) \frac{r}{r_e} \right] \quad (35)$$

采用分离变量法可求得

$$V(z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin \frac{(2m-1)\pi}{2H} \cdot z \exp(-c_v \lambda t) \quad (36)$$

其中, $\lambda = \left[\frac{(2m-1)\pi}{2H} \right]^2$, $(m=1, 2, 3, \dots)$ 。

利用初始条件式(35), 可求得

$$\alpha P_0 \exp(-\alpha \tau) \left[1 - (1 - \overline{K_r}) \frac{r}{r_e} \right] = \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin \frac{(2m-1)\pi}{2H} \cdot z \exp(-c_v \lambda \tau) \quad (37)$$

将上式等号左边展开成傅立叶正弦级数, 可得到

$$B_m \exp(-c_v \lambda \tau) = \frac{4\alpha P_0 \exp(-\alpha \tau) \left[1 - (1 - \overline{K_r}) \frac{r}{r_e} \right]}{(2m-1)\pi} \quad (38)$$

因此有

$$B_m = \frac{4\alpha P_0 \exp(c_v \lambda - \alpha) \tau \left[1 - (1 - \overline{K_r}) \frac{r}{r_e} \right]}{(2m-1)\pi} \quad (39)$$

将式(39)代入式(36), 并将结果代入式(32), 然后对 τ 积分, 并利用下式

$$\exp(-c_v \lambda t) \int_0^t \exp(c_v \lambda - \alpha) \tau d\tau = \frac{1}{c_v \lambda - \alpha} [\exp(-\alpha t) - \exp(-c_v \lambda t)] \quad (40)$$

求得

$$w(z, r, t) = \frac{4\alpha P_0 \left[1 - (1 - \bar{K}_r) \frac{r}{r_e} \right]}{\pi} \quad (41)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)(c_v \lambda - \alpha)} \sin \frac{(2m-1)\pi}{2H} \cdot z [\exp(-\alpha t) - \exp(c_v \lambda t)]$$

结合式(24), 最终可得到 $u(z, r, t)$ 的表达式为:

$$\begin{aligned} \bar{u}_z(z, r, t) &= \frac{4\alpha P_0 \left[1 - (1 - \bar{K}_r) \frac{r}{r_e} \right]}{\pi} \\ &\sum_{m=1}^{\infty} \frac{E}{M} \sin \frac{(2m-1)\pi}{2H} z - P_0 [1 - \exp(-\alpha t)] \cdot \\ &\left[1 - (1 - \bar{K}_r) \frac{r}{r_e} \right] = \frac{4\alpha P_0 \left[1 - (1 - \bar{K}_r) \frac{r}{r_e} \right]}{\pi} \cdot \\ &\left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E}{M} \sin \frac{(2m-1)\pi}{2H} \cdot z - \frac{\pi}{4\alpha} [1 - \exp(-\alpha t)] \right\} \quad (42) \end{aligned}$$

式中: $E = \exp(-\alpha t) - \exp(-c_v \lambda t)$; $M = (2m-1) \cdot (c_v \lambda - \alpha)$ 。

因此, 整个影响区内 ($0 \leq r \leq r_e$), 任一深度的竖向平均孔压 $\bar{u}'_z(z, t)$ 为:

$$\begin{aligned} \bar{u}'_z(z, t) &= \frac{1}{r_e} \int_0^{r_e} \bar{u}_z(z, r, t) dr = \\ &\frac{2\alpha P_0 (1 + \bar{K}_r)}{\pi} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E}{M} \sin \frac{(2m-1)\pi}{2H} z - \right. \\ &\left. \frac{\pi}{4\alpha} [1 - \exp(-\alpha t)] \right\} \quad (43) \end{aligned}$$

式(43)即为考虑负压不均匀时、整个影响区内任一深度竖向固结基本方程的近似解。

2.6 负压条件下砂井地基固结径向竖向组合解析解

式(17)、(18)及式(43)分别给出了负压条件下径向及竖向固结解析解。根据前面的假定②, 当径向竖向组合双向渗流时可按卡里罗 (Carrillo) 定理考虑, 即负压条件下双向渗流时平均超孔压比应满足下式^[6-7]:

$$\frac{\bar{u}_{rz} + P_0}{P_0} = \left(\frac{\bar{u}_r + P_0}{P_0} \right) \left(\frac{\bar{u}'_z + P_0}{P_0} \right) \quad (44)$$

式中: $\bar{u}_{rz}$ 为双向渗流时地基中任一深度的平均超

孔压, $\bar{u}_{rz} = \bar{u}_{rz}(r, z, t)$, 其中 $\bar{u}_r$ 、 $\bar{u}'_z$ 可分别由式(17)、(24)计算得到; 其它符号含义同前。

式(44)整理后, 得:

$$\bar{u}_{rz} = \frac{(\bar{u}_r + P_0)(\bar{u}'_z + P_0)}{P_0} - P_0 \quad (45)$$

2.7 负压条件下砂井地基固结度的计算

由式(18)可知, 整个土层 t 时刻平均径向固结度 $\bar{U}_r$ 表达式如下:

$$\bar{U}_r = 1 - \frac{\bar{u}_{r\text{总}}}{-P_0} = 1 - \frac{(1 + \bar{K}_r)}{2} (1 - e^{-8T_v/\mu}) \quad (46)$$

由式(43)可知, 整个土层 t 时刻平均竖向固结度 $\bar{U}_z$ 表达式如下:

$$\begin{aligned} \bar{U}_z &= 1 - \frac{\int_0^H \bar{u}'_z(z, t) dz}{-P_0 [1 - \exp(-\alpha t)]} = \\ &1 - \frac{4\alpha(1 + \bar{K}_r)}{[1 - \exp(-\alpha t)] \pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E}{(2m-1)M} \quad (47) \end{aligned}$$

因此, 整个土层 t 时刻平均固结度 $\bar{U}_{rz}$ 表达式如下:

$$\bar{U}_{rz} = 1 - (1 - \bar{U}_r)(1 - \bar{U}_z) = \bar{U}_r + \bar{U}_z - \bar{U}_r \bar{U}_z \quad (48)$$

3 讨论

3.1 本文解的特点

1) 与现有负压径向固结理论的比较。

本文解最大的特点在于考虑了浅表层快速加固技术中膜下真空度的不均匀性, 一般而言, 排水板端头与滤管联结部位真空度最高, 滤管两侧膜下真空度低, 即呈现“中间高、两边低”的规律, 现有的真空预压砂井地基固结方程大多假设地表负压为一常数, 没有考虑真空度往砂井两边衰减的情况。董志良^[6]将谢康和^[5]导出的正压砂井地基径向固结解析理论扩展到负压及正负压情况, 给出了如下解答 (负压条件下):

$$\bar{u}_{r\text{总}} = p_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-B_m t} - p_0 \quad (49)$$

Indraratna^[8]为了考虑真空预压时砂井的井阻作用, 在 Hansbo 理论的基础上, 引入了边界条件

$$\left. \frac{\partial u_{rs}}{\partial z} \right|_{z=l} = p_0 (1 - k_l) / l, \text{ 然后给出了负压条件下的}$$

$\overline{u_{r总}}$ 解答 (经整理后):

$$\overline{u_{r总}} = \left[\frac{(1 + k_l)p_0}{2} \right] e^{(-8T_h\mu_{ax})} - \frac{(1 + k_l)p_0}{2} \tag{50}$$

式中:

$$\mu_{ax} = \frac{n^2}{n^2 - 1} \left[\ln \left(\frac{n}{s} \right) + \frac{k_h}{k_s} \cdot \ln s - \frac{3}{4} \right] + \frac{s^2}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) + \frac{k_h}{k_s} \cdot \frac{1}{n^2 - 1} \left(\frac{s^4 - 1}{4n^2} - s^2 + 1 \right) + \pi \cdot \frac{2k_h}{3q_w} \cdot l^2 \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \tag{51}$$

将本文解 (式 (18)) 与董志良解 (式 (49)) 相比, 前者只能看作是一种近似解, 而后者属于较为严密的负压条件下等应变径向固结解, 但本文解解答形式较董志良解简单, 更利于推广应用。

将本文解 (式 (18)) 与 Indraratna 解析解 (式 (50)) 比较可见, 两者解答虽形式相同, 却存在本质的差异。一方面, 参数 μ_{ax} 与 μ 不同, 这主要是由于两种解析理论在推导过程中在砂井上采用的边界条件不同所致; 另一方面, Indraratna 解中的 k_l 认为是与时间无关的固定值, 而本文解中的 $\overline{K_z}$ 为 $K_z(t)$ 在时间区间 $[0, t_e]$ 内的平均值, 两者物理含义不同, 后者更为明确。

$\overline{K_z}$ 的理论计算方法如下:

刘家豪等^[3] 经过理论推导得到真空预压过程中砂井中超孔压 u_w 的解析解为:

$$u_w = P_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \cdot \frac{\lambda - B_r}{\lambda} \sin \frac{Mz}{H} \cdot e^{-B_r t} - P_0 \tag{52}$$

将加固过程中由式 (52) 得到的砂井中超孔压 u_w 与实测值进行比较, 结果表明, 10 d 与 40 d 时计算值稍小于实测值, 而 100 d 时两者很接近, 说明式 (52) 可以基本反映真空预压过程中砂井中超孔压的变化规律。因此, 令砂井底部超孔压 $-K_z(t)P_0$ 满足式 (52), 则有:

$$u_w|_{z=l=H} = P_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \cdot \frac{\lambda - B_r}{\lambda} \sin(Me^{-B_r t}) - P_0 = -K_z(t)P_0 \tag{53}$$

整理后得:

$$K_z(t) = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \cdot \frac{\lambda - B_r}{\lambda} \sin(Me^{-B_r t}) \tag{54}$$

将上式代入式 (11), 得:

$$\overline{K_z} = 1 - \frac{1}{t_e} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \cdot \frac{B_r - \lambda}{\lambda B_r} \sin[M(e^{-B_r t_e} - 1)] \tag{55}$$

为了验证本文解的合理性, 将本文所涉及的 3 种解析理论计算结果列于表 1 进行比较。其中, 砂井计算长度 l 分别选取 1、2、4、6、8、10 m, 其它计算参数见表 2。通过比较分析, 由 3 种解析解得到的任意时刻平均超孔压 $\overline{u_{r总}}$ 的关系是: Indraratna 解 (I) > 本文解 (A) > 董志良解 (D); 当 $T_h \leq 0.5$ 时, 三者间相对误差稍大; 随着时间的延续 ($T_h > 0.5$), 误差逐渐减小, 且本文解较 Indraratna 解更接近较为严密的董志良解, 计算精度完全可满足工程要求。

表 1 由本文解 [A]、Indraratna 解 [I] 及董志良解 [D] 得到的平均超孔压 $\overline{u_{r总}}$ kPa

l/m	不同解	T_h				
		0.1	0.2	0.5	1.0	2.0
1	K_z	-0.999	-0.999	-0.999	-0.999	-1.000
	$\overline{K_z}$	-0.998	-0.998	-0.999	-0.999	-1.000
	A	-7.330	-13.990	-30.526	-49.406	-68.300
	I	-7.333	-13.994	-30.532	-49.413	-68.308
	D	-7.268	-13.934	-30.486	-49.381	-68.292
2	K_z	-0.996	-0.996	-0.997	-0.998	-0.999
	$\overline{K_z}$	-0.993	-0.994	-0.995	-0.997	-0.998
	A	-7.311	-13.956	-30.469	-49.342	-68.249
	I	-7.323	-13.974	-30.493	-49.367	-68.281
	D	-7.254	-13.909	-30.439	-49.324	-68.248
4	K_z	-0.985	-0.985	-0.987	-0.990	-0.996
	$\overline{K_z}$	-0.972	-0.974	-0.980	-0.986	-0.992
	A	-7.233	-13.821	-30.240	-49.086	-68.045
	I	-7.280	-13.895	-30.338	-49.185	-68.174
	D	-7.200	-13.811	-30.255	-49.095	-68.071
6	K_z	-0.966	-0.967	-0.970	-0.978	-0.990
	$\overline{K_z}$	-0.937	-0.943	-0.956	-0.969	-0.982
	A	-7.107	-13.600	-29.866	-48.663	-67.706
	I	-7.211	-13.765	-30.084	-48.882	-67.992
	D	-7.112	-13.651	-29.953	-48.719	-67.778
8	K_z	-0.941	-0.942	-0.948	-0.962	-0.982
	$\overline{K_z}$	-0.890	-0.900	-0.922	-0.945	-0.968
	A	-6.935	-13.300	-29.354	-48.079	-67.233
	I	-7.118	-13.590	-29.738	-48.462	-67.730
	D	-6.993	-13.434	-29.543	-48.202	-67.369
10	K_z	-0.910	-0.912	-0.921	-0.916	-0.972
	$\overline{K_z}$	-0.832	-0.847	-0.880	-0.940	-0.951
	A	-6.722	-12.929	-28.717	-47.344	-66.629
	I	-7.004	-13.375	-29.307	-47.927	-67.383
	D	-6.847	-13.167	-29.034	-47.554	-66.844

表 2 理论计算参数

P_0/kPa	n	s	$q_w/(\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	$c_h/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$k_h/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	k_h/k_s	k_h/k_w	d_w/m
80	18	5	40	5×10^{-4}	1.2×10^{-7}	5	10^{-5}	0.07

2) 与现有负压竖向固结理论比较。

刘家豪等^[3]在 Terzaghi 固结理论的基础上, 建立了负压条件下地基竖向固结模型, 并结合符合真空预压现场实际情况的边界条件和初始条件导出如下解析解:

$$\overline{u_{z,0.5}} = \frac{1}{H} \int_0^H u_z \, dz = p_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-M^2 T_v} - p_0 \quad (56)$$

莫海鸿^[4]利用平均固结度等效概念, 并考虑井阻和涂抹效应, 将 PVD 地基等效为天然地基, 并针对真空预压法的特点, 考虑地表孔压随真空预压过程的变化, 求得其一维固结解析解, 如下:

$$\overline{u_z}(z,t) = \frac{4\alpha P_0}{\pi} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E}{M} \sin \frac{(2m-1)\pi z}{2H} - \frac{\pi}{4\alpha} [1 - \exp(-\alpha t)] \right\} \quad (57)$$

将本文解(式(43))与董志良解(式(56))相比, 考虑了浅表层超软弱淤泥真空预压加固过程中淤泥表面真空度不均匀的问题, 更贴合实际。

将本文解(式(43))与陈平山解(式(57))相比, 后者基于“真空预压过程中地表孔压边界条件与初始条件相矛盾”这一问题, 在求解过程中引入了“地表孔压随抽真空时间呈指数函数递增”这一边界条件, 而本文在陈平山解(式(57))的基础上考虑了“浅表层超软弱淤泥真空预压时, 单井模型地表负压以井为中心, 呈径向衰减”这一特征, 并引入了“地表孔压随抽真空时间呈指数函数递增, 且沿竖向线性衰减”这一边界条件, 更接近实际。

3.2 局限性

前述砂井固结方程的解析解式(17)、(43)以及(45)中的参数 k_h 、 k_s 、 k_v 、 m_v 均为常数, 这与真空预压加固过程中土体的实际工程性质是不相符的。

浅表层超软弱淤泥, 一般属于新近吹填超软弱淤泥, 它在自重以及真空荷载作用下会产生很

大的固结沉降, 稳定沉降量甚至占到吹填厚度的一半以上, 而且其固结系数也随时间而变, 显而易见, 具有大变形非线性的固结特性^[1]。简而言之, 在自重及外荷载作用下, 新近吹填超软弱淤泥大变形非线性的固结特性主要包括以下两方面特征: 1) 有效应力(压缩系数、体积压缩系数)与孔隙比之间有非线性关系; 2) 渗透系数与孔隙比有关。

因此, 式(17)、(43)以及(45)中的参数 k_h 、 k_s 、 k_v 、 m_v 都随土体孔隙比 e 的减小而变化, 且存在明显的非线性关系, 也即 σ' 、 k 与孔隙比 e 之间存在明显的非线性关系, 其表达式如下^[17-19]:

$$\frac{1+e}{1+e_0} = \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_0} \right)^{-\gamma} \quad (58)$$

$$\frac{k_h}{k_{h0}} = \left(\frac{1+e}{1+e_0} \right)^{\kappa_h} \quad (59)$$

$$\frac{k_v}{k_{v0}} = \left(\frac{1+e}{1+e_0} \right)^{\kappa_v} \quad (60)$$

式中: γ 为非线性压缩系数; κ_h 、 κ_v 为水平和竖向渗透性变化系数, 均由固结渗透试验确定。

另外, 式(17)、(43)以及(45)中包含的 $\overline{K_z}(\overline{K_z} = \frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} K_z(t) \, dt)$ 、 $\overline{K_r}(\overline{K_r} = \frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} K_r(t) \, dt)$ 均与时间有关系。

鉴于此, 在用式(17)、(43)以及(45)进行相关设计计算前, 需结合现场试验与室内试验综合确定上述参数, 考虑相关参数的变化进行动态设计。

4 结语

1) 本文基于浅表层超软弱淤泥地基真空预压处理技术的特点, 建立了负压非均匀分布边界条件下浅表层超软弱淤泥砂井地基的固结理论, 并与现有相关固结理论进行对比, 明确了具体优点以及存在的局限性。

2) 浅表层超软弱淤泥真空预压加固过程中, 负压沿砂井竖向和径向均是逐渐衰减的, 同时, 淤泥表面的负压也是随时间递增的。

3) 本文固结理论的解析解考虑了浅表层快速加固技术中膜下真空度的不均匀性问题,边界条件更接近工程实际情况,计算精度完全满足工程要求。

参考文献:

[1] 钱家欢,殷宗泽.土工原理与计算[M].2版.北京:中国水利水电出版社,1996.

[2] 陈环,鲍秀清.负压条件下土的固结有效应力[J].岩土工程学报,1984,6(5):39-47.

[3] 刘家豪,董志良.塑料排水板真空预压法加固软基固结理论解析讨论[C]//塑料板排水固结法加固软基技术研讨会论文集.南京:河海大学出版社,1990:285-294.

[4] 陈平山,莫海鸿.真空预压加固地基等效固结度的简化计算[J].华南理工大学学报:自然科学版,2008,36(1):139-144.

[5] 谢康和,曾国熙.等应变条件下的砂井地基固结解析理论[J].岩土工程学报,1989(11):3-17.

[6] 董志良.堆载及真空预压砂井地基固结解析理论[J].水运工程,1992(9):1-7.

[7] 董志良.真空预压-塑料排水板加固软基固结理论及真空度的研究[D].南京:河海大学,1990.

[8] Indraratna B, Rujikiatkamjorn C, Sathananthan, L. Analytical and numerical solutions for a single vertical drain including the effects of vacuum preloading [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, 42: 994-1 014.

[9] 周琦,张功新,王友元,等.真空预压条件下的砂井地基 Hansbo 固结解[J].岩石力学与工程学报,2010(S2):3 994-3 999.

[10] 郭彪,韩颖,龚晓南,等.随时间任意变化荷载基固下砂井地结分析[J].中南大学学报:自然科学版,2012(6):352-360.

[11] 鲍树峰,娄炎,董志良,等.新近吹填淤泥地基真空固结失效原因分析及对策[J].岩土工程学报,2014(7):1 350-1 359.

[12] 鲍树峰,董志良,莫海鸿,等.新近吹填淤泥地基真空固结排水系统现场研发[J].岩石力学与工程学报,2014(S2):4 218-4 226.

[13] 鲍树峰,莫海鸿,董志良,等.新近吹填淤泥地基负压传递特性及分布模式研究[J].岩土力学,2014(12):3 569-3 576.

[14] 朱群峰,高长胜,杨守华,等.超软淤泥地基处理中真空度传递特性研究[J].岩土工程学报,2010(9):117-121.

[15] Carrillo N. Simple two-and three-dimensional cases in the theory of consolidation of soils[J]. J of Math and Phys, 1942(1):1-5.

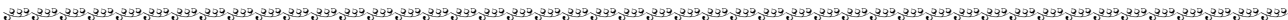
[16] 谢鸿政,杨枫林.数学物理方程[M].北京:科学出版社,2001.

[17] Juarez-Badillo E. General compressibility equation for soils[C]//Sweden: 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineerlng, 1981: 171-178.

[18] Juarez-Badillo E. General permeability change equation for soils [C]//Arizona: International Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials, 1983.

[19] Butterfield R. A natural compression law for soils [J]. Geotechnique, 1979, 29(4): 469-480.

(本文编辑 武亚庆)



勘 误

《水运工程》2014 年第 10 期第 34 页,“卡塔尔多哈新港回填料大型浸水模型试验膨胀性能研究”第一作者单位全称为“中交四航局第二工程有限公司,广东 广州 510300”;第二、三作者的单位“中交四航局第二工程有限公司,广东 广州 510288”有误,应改为“中交四航工程研究院有限公司,广东 广州 510288”。特此更正。

《水运工程》编辑部