

· 地基与基础 ·



# 对三点法推算大面积堆载预压工程沉降的认识

刘吉福<sup>1,2,3</sup>

(1. 广州市市政集团有限公司, 广东 广州 510060; 2. 天津大学, 天津 300072;  
3. 中国铁建港航局集团有限公司, 广东 珠海 519000)

**摘要:** 大面积堆载预压工程分级加载时采用三点法推算沉降需要修正时间起点, 工程实践中经常遇到前期沉降缺失的情况。三点法推算沉降受到其是否适用分级加载、时间起点修正、前期沉降缺失等因素的限制。理论分析表明分级加载时、前期沉降缺失时, 三点法仍然适用, 提出了等沉降法确定修正时间起点。工程算例和工程实例均证实了该研究成果的正确性, 目前时间起点修正方法导致瞬时沉降计算不正确。

**关键词:** 等沉降法; 沉降推算; 三点法; 分级加载; 时间零点修正

中图分类号: TU 472.1

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2012)08-0155-05

## Views about three-point method of settlement prediction for large-area preloading

LIU Ji-fu<sup>1,2,3</sup>

(1. Guangzhou Municipal Group Co. Ltd., Guangzhou 510060, China; 2. Tianjin University, Tianjin 300072, China;  
3. CRCC Harbor & Channel Engineering Group Co., Ltd., Zhuhai 519000, China)

**Abstract:** Revision of starting point of time is needed when three-point method of settlement prediction is employed for staged loading of large-area preloading. Lack of settlement of early stage of construction is often encountered in engineering practices. The application of three-point method of settlement prediction is confined by such factors as whether it is suitable for staged loading or not, revision of zero point of time, situation of lack of settlement of early stage of construction. It is proven that three-point method is suitable for such conditions as staged loading and lack of settlement of early stage of construction. A more reasonable method of revision of zero point of time which is called equal settlement method is proposed. The result of study of the paper is proven reasonable by an example and project. The instantaneous settlement gotten by use of the present method of revision of zero point of time is usually error.

**Key words:** equal settlement method; settlement prediction; three-point method; staged loading; revision of zero point of time

软土地基上的港口堆场、高速公路等均属于大面积堆载预压工程, 经常需要利用施工监测资料推算最终沉降和固结度。双曲线法、三点法、Asaoka法是常用沉降推算方法, 其中三点法推算

沉降是在假设沉降-时间曲线为指数曲线的基础上得到的, 不单可以推算总沉降, 还可以推算瞬时沉降, 而且三点法与固结理论一致, 因此三点法在沉降推算中具有较强优势<sup>[1-2]</sup>。对三点法的研究

收稿日期: 2012-02-24

作者简介: 刘吉福(1971—), 男, 博士后, 教授级高级工程师, 主要从事公路施工、监测、科研等工作。

主要集中于应用三点法进行沉降预测或者与其他预测方法的对比<sup>[3-8]</sup>，但关于三点法在以下几方面研究的欠缺限制了三点的进一步应用：

1) 修正时间起点的确定。

对于分级加载的大面积堆载预压工程，修正时间起点目前作法为：每级加载取其加载时间段的中点，然后按照荷载大小加权平均<sup>[2-3]</sup>（见图1，简称中点加权法），该方法缺乏理论依据。

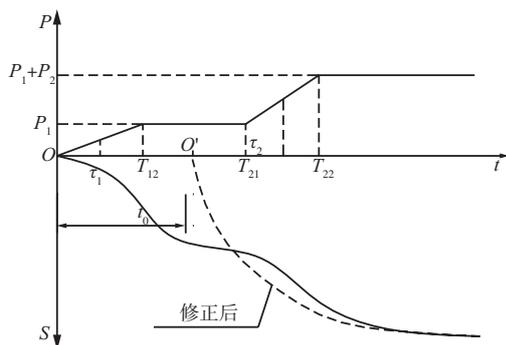


图1 修正时间起点示意

2) 对分级荷载的适用性。

由文献[1]中三点法公式推导过程可知，三点法公式是基于一次瞬时加载情况得到的，目前没有学者从理论上证明三点法适用于分级加载情况。

3) 前期沉降缺失。

推算总沉降和瞬时沉降都需要从初始荷载施加前开始沉降监测<sup>[2,9]</sup>，但是实际工程中由于以下原因无法监测到前期沉降的情况普遍存在：①水塘回填、地基处理前难以埋设沉降监测装置或者监测结果不可靠；②堆载过程中或预压期临时增设的监测断面。

前期沉降缺失时三点法是否适用也需要研究。

针对上述问题，本文从理论上论证了三点法对分级加荷的适用性，提出了更合理的修正时间起点方法——等沉降法，分析了前期沉降缺失时三点法的适用性和修正时间起点方法。

1 理论分析

1.1 时间起点修正

设堆载预压工程分n级施加荷载，每级荷载均瞬时施加，每级荷载对应的沉降-时间曲线均为指

数曲线，则有

$$S_t = \sum_{i=1}^n S_{di} + \sum_{i=1}^n (S_{\infty i} - S_{di}) [1 - e^{-\beta(t-\tau_i)}] \quad (1)$$

式中： $S_{di}$ ， $S_{\infty i}$ ， $\tau_i$ 分别为第*i*级荷载 $P_i$ 对应的瞬时沉降、最终沉降、荷载施加时间； $\beta$ 为固结计算系数<sup>[2]</sup>。

可以证明将各级荷载对应的时间-沉降曲线叠加得到的时间-沉降曲线，在恒载阶段仍然是指数曲线。

设 $t_0$ 为分级荷载叠加时间-沉降曲线的修正时间起点，则恒载阶段的沉降与时间的关系由式(2)代替(图1)。

$$S_t = S_d + (S_{\infty} - S_d) [1 - e^{-\beta(t-t_0)}] \quad (2)$$

式中： $S_d = \sum_{i=1}^n S_{di}$ ； $S_{\infty} = \sum_{i=1}^n S_{\infty i}$ 。

时间修正应保证沉降相等，因此令式(1)与式(2)相等，可得到：

$$\sum_{i=1}^n (S_{\infty i} - S_{di}) [1 - e^{-\beta(t-\tau_i)}] = [1 - e^{-\beta(t-t_0)}] (S_{\infty} - S_d) \quad (3)$$

大面积堆载预压工程加荷宽度远大于软土层厚度，附加应力沿深度衰减很少。张小平等根据实测资料证实，大面积堆载预压工程在堆载小于200 kPa时瞬时沉降和固结沉降分别与荷载基本成正比<sup>[9-10]</sup>，因此由式(3)可得到：

$$\sum_{i=1}^n P_i [1 - e^{-\beta(t-\tau_i)}] = [1 - e^{-\beta(t-t_0)}] P \quad (4)$$

式中： $P = \sum_{i=1}^n P_i$ 。

由式(4)得

$$t_0 = \frac{1}{\beta} \ln \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{P} e^{\beta\tau_i} \quad (5)$$

由于要求时间修正前后沉降相等，因此将上述确定修正时间起点称为等沉降法。

如果第*i*级荷载等速加载，应先计算其对应瞬时加载的等效加载时间 $\tau_i$ 。设第*i*级荷载加载起点为 $T_{i1}$ ，终点为 $T_{i2}$ ，由等沉降法可得

$$\int_{T_{i1}}^{T_{i2}} \frac{P_i}{T_{i2} - T_{i1}} [1 - e^{-\beta(t-\tau)}] d\tau = [1 - e^{-\beta(t-\tau_i)}] P_i \quad (6)$$

由式(6)可得

$$\tau_i = T_{i1} + \frac{1}{\beta} \ln \frac{e^{\beta(T_{i2}-T_{i1})} - 1}{\beta(T_{i2} - T_{i1})} \quad (7)$$

因此,按照等沉降法确定的修正时间起点不但与瞬时施加荷载施加时间、等速加载荷载起止时间有关,而且与 $\beta$ 有关。

### 1.2 分级荷载三点法适用性

设 $(t_1, S_1)$ ,  $(t_2, S_2)$ ,  $(t_3, S_3)$ 为多级荷载恒载预压阶段沉降-时间曲线上的3点,由式(2)可得到

$$\begin{cases} S_1 = S_\infty [1 - e^{-\beta(t_1-t_0)}] + S_d e^{-\beta(t_1-t_0)} \\ S_2 = S_\infty [1 - e^{-\beta(t_2-t_0)}] + S_d e^{-\beta(t_2-t_0)} \\ S_3 = S_\infty [1 - e^{-\beta(t_3-t_0)}] + S_d e^{-\beta(t_3-t_0)} \end{cases} \quad (8)$$

由式(8)并类比可得

$$S_d = \frac{S_1 - S_\infty [1 - e^{-\beta(t_1-t_0)}]}{e^{-\beta(t_1-t_0)}} = \frac{S_2 - S_\infty [1 - e^{-\beta(t_2-t_0)}]}{e^{-\beta(t_2-t_0)}} \quad (9)$$

由式(9)并类比可得

$$S_\infty = \frac{S_1 e^{-\beta t_2} - S_2 e^{-\beta t_1}}{e^{-\beta t_2} - e^{-\beta t_1}} = \frac{S_2 e^{-\beta t_3} - S_3 e^{-\beta t_2}}{e^{-\beta t_3} - e^{-\beta t_2}} \quad (10)$$

由式(10)可得

$$\frac{S_2 - S_1}{S_3 - S_1} e^{-\beta(t_3-t_2)} + \frac{S_3 - S_2}{S_3 - S_1} e^{-\beta(t_1-t_2)} - 1 = 0 \quad (11)$$

利用式(11)、式(10)可分别求得 $\beta$ 和 $S_\infty$ ,由 $\beta$ 和式(5)可得到 $t_0$ ,然后由 $\beta$ ,  $t_0$ 和式(9)可求得 $S_d$ 。

如果 $t_2 - t_1 = t_3 - t_2$ 可得

$$\frac{S_3(S_2 - S_1) - S_2(S_3 - S_2)}{(S_2 - S_1) - (S_3 - S_2)} = S_\infty \quad (12)$$

$$\beta = \frac{1}{t_2 - t_1} \ln \frac{S_2 - S_1}{S_3 - S_2} \quad (13)$$

由以上推导过程可知,分级荷载情况下三点法仍然适用。

### 1.3 前期沉降资料缺失

设总荷载级数为 $n$ ,  $t_a$ 为第 $j$ 级荷载施加后的某个时间点,  $t_a$ 之前的沉降缺失。将 $t_a$ 时的超静孔压作为瞬时沉降已近完成的第 $n+1$ 级荷载,其施加时间为 $\tau_{n+1} = t_a$ ,根据曾国熙提出的统一固结度公式得到第 $n+1$ 级荷载为<sup>[2]</sup>

$$P_{n+1} = \sum_{i=1}^j P_i e^{-\beta(t_a - \tau_i)} \quad (14)$$

设 $S_a, S_{da}$ 分别为 $t_a$ 时的总沉降、瞬时沉降,则有

$$S_t = S_d + S_a - S_{da} + \sum_{i=j+1}^{n+1} (S_{\infty i} - S_{di}) [1 - e^{-\beta(t-\tau_i)}] \quad (15)$$

由于 $S_a$ 缺失,实测的沉降为 $S'_i = S_t - S_a$ ,相应地 $S'_\infty = S_\infty - S_a$ ,  $S'_d = S_d - S_{da}$ 。此时不能采用式(5)修正时间起点,设 $t'_0$ 是前期沉降缺失情况下的修正时间起点,式(15)可以由式(16)代替

$$S'_i = S'_d + (S'_\infty - S'_d) [1 - e^{-\beta(t-t'_0)}] \quad (16)$$

根据等沉降法由式(15)和(16)可得

$$\sum_{i=j+1}^{n+1} P_i [1 - e^{-\beta(t-\tau_i)}] = P' [1 - e^{-\beta(t-t'_0)}] \quad (17)$$

式中:  $P' = \sum_{i=j+1}^{n+1} P_i$

由式(17)得

$$t'_0 = \frac{1}{\beta} \ln \sum_{i=j+1}^{n+1} \frac{P_i}{P'} e^{\beta \tau_i} \quad (18)$$

由1.1节、1.2节可知,采用 $S'_i$ 可以利用三点法确定 $\beta, S'_\infty, S'_d$ ,即三点法适用于前期沉降确实情况。

总的瞬时沉降、最终沉降和任意时候的沉降可分别按照式(19)~(21)得到

$$S_d = \lambda_1 \sum_{i=1}^n P_i \quad (19)$$

$$S_\infty = (\lambda_1 + \lambda_2) \sum_{i=1}^n P_i \quad (20)$$

$$S_t = \lambda_1 \sum_{i=1}^n P_i + \lambda_2 \sum_{i=1}^n P_i [1 - e^{-\beta(t-\tau_i)}] \quad (21)$$

式中:  $\lambda_1 = \frac{S'_d}{\sum_{i=j+1}^n P_i}$ ;  $\lambda_2 = \frac{S'_\infty - S'_d}{P'}$ 。

## 2 三点法应用

### 2.1 沉降资料未缺失时

1) 在时间-沉降曲线预压阶段,选择3个点,3点间隔时间相等时,利用式(13)计算 $\beta$ ,利用式(12)计算 $S_\infty$ ;3点间隔时间不相等时,采用式(11)计算 $\beta$ ,利用式(10)计算 $S_\infty$ 。

2) 根据堆载填筑施工记录得到各级荷载大小 $P_i$ 和填筑时间 $\tau_i$ (以第1级荷载开始时间作为0)。某级荷载填筑持续时间较长时,可按式(7)计算

其等效加载时间。

3) 根据式(5)计算 $t_0$ 。

4) 根据式(9)计算 $S_d$ 。

### 2.2 沉降资料缺失时

当前面 $j$ 级堆载施工时未进行沉降监测,其余的级 $n-j$ 堆载及预压期均进行了沉降监测时:

1) 在时间-沉降曲线预压阶段,选择3个点,3点间隔时间相等时,利用式(13)计算 $\beta$ ,利用式(12)计算 $S'_\infty$ ;3点间隔时间不相等时,采用式(11)计算 $\beta$ ,利用式(10)计算 $S'_\infty$ 。

2) 根据堆载填筑施工记录得到各级荷载大小 $P_i$ 和填筑时间 $\tau_i$ (以第1级荷载开始时间作为0)。某级荷载填筑持续时间较长时,可按式(7)计算其等效加载时间。按照式(14)计算 $P_{n+1}$ 。

3) 根据式(18)计算 $t'_0$ 。

4) 根据式(9)计算 $n-j$ 级堆载对应的 $S'_d$ 。

5) 按照式(19)和式(20) $S_d$ 计算和 $S_\infty$ 。

### 2.3 注意事项

1) 各级荷载应包括相邻两级加载之间的沉降荷载,即根据填土厚度确定荷载。

2) 3个沉降点宜选在堆载完成7 d后,且时间间隔应尽量长。

## 3 工程算例

采用工程算例论证本文方法的正确性,是因为工程实例的瞬时沉降通常难以准确确定,而工程算例却可以准确计算出瞬时沉降,便于与本文的方法计算的结果进行对比。

大面积堆载填土密度取 $\rho=1.9\text{ t/m}^3$ ,软土厚度 $H=20\text{ m}$ 。压缩模量 $E_s=1.2\text{ MPa}$ ,变形模量 $E_c=12\text{ MPa}$ 。地基中设置塑料排水板处理后 $\beta=0.005\text{ d}^{-1}$ 。填土时间 $\tau$ 和填土高度 $h$ 见表1。 $t$ 时的沉降 $S_t$ 按照式(22)计算。

$$S_t = \frac{h\rho g}{E_c} H + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta h_i \rho g}{E_s} H [1 - e^{-\beta(t-\tau_i)}] \quad (22)$$

式中: $n$ 为 $t$ 时的填土层数; $\Delta h_i, \tau_i$ 为第 $i$ 填土的厚度、填土时间。

根据式(22),利用上述参数计算得到的沉降 $S_t$ 见表1和图2。按照式(22)得到的总沉降 $S_\infty=2.264\text{ m}$ ,利用式(22)的第一项得到的瞬时沉降 $S_d=0.206\text{ m}$ 。

表1 堆载预压施工、沉降情况

序号	$t/d$	$h/m$	$S_t/m$	$S'_t/m$
1	0	2.5	0.079	
2	59	2.5	0.281	
3	60	4.5	0.348	0
4	179	4.5	0.895	0.547
5	180	6.5	0.961	0.613
6	215	6.5	1.171	0.823
7	240	6.5	1.299	0.951
8	270	6.5	1.433	1.085
9	310	6.5	1.584	1.236
10	360	6.5	1.735	1.387
11	420	6.5	1.872	1.524
12	450	6.5	1.926	1.578
13	490	6.5	1.988	1.640
14	535	6.5	2.043	1.695

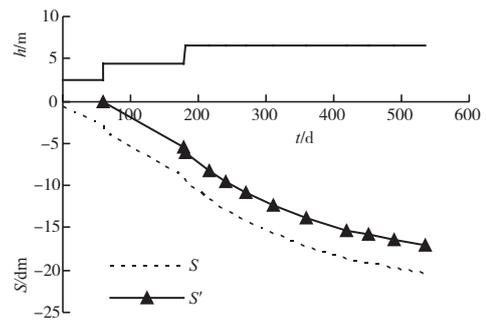


图2 时间-堆载高度-沉降关系曲线

利用表1中 $(t, S_t)$ 分别采用三点法推算 $\beta, S_\infty, S_d$ 。由式(11)得到的 $\beta=0.005\text{ d}^{-1}$ ,由式(10)得到的 $S_\infty=2.264\text{ m}$ 。按照中点加权法得到的 $t_0=73.85\text{ d}$ ,  $S'_d=0.049\text{ m}$ ;按照等沉降法得到的 $t_0=88.52\text{ d}$ ,  $S_d=0.206\text{ m}$ 。可见,利用等沉降法确定的修正时间零点得到的瞬时沉降 $S'_d$ 与实际值相同;利用中点加权法确定的瞬时沉降与实际值相差较大。

假设第3级荷载施加之前才设置沉降板并进行沉降监测,此时实测沉降 $S'_t$ 等于表1第4列序号4及其以后的沉降减去序号3对应的沉降(见表1第5列)。按照式(22)得到的总沉降 $S'_\infty=1.916\text{ m}$ ,其中瞬时沉降 $S'_d=0.063\text{ m}$ 。

利用 $S'_t$ 由式(11)得 $\beta=0.005\text{ d}^{-1}$ 。 $\tau_4=60\text{ d}$ ,由式(14)得 $P_4=73.19\text{ kPa}$ 。由式(18)得 $t'_0=109.52\text{ d}$ ,由式(10)得 $S'_\infty=1.916\text{ m}$ ,由式(9)得 $S'_d=0.063\text{ m}$ ,与理论值一致。

其他参数不变，改变 $\beta$ 可以得到 $\beta$ 与按照中点加权法得到的 $t_0, S_d$ 的误差 $\delta_t$ 和 $\delta_s$ 之间的关系曲线见图3。可见，中点加权法确定的 $t_0, S_d$ 的误差随着 $\beta$ 的增大而增大，且 $S_d$ 的误差增大较快。

设单级等速加载荷载加载历时 $T$ ，采用本文方法确定的 $t_0$ 与取加载中点的误差 $\delta_t$ 见图4。可见 $\delta_t$ 随着 $\beta$ 的增大而增大，并且 $T$ 越大，误差越大。

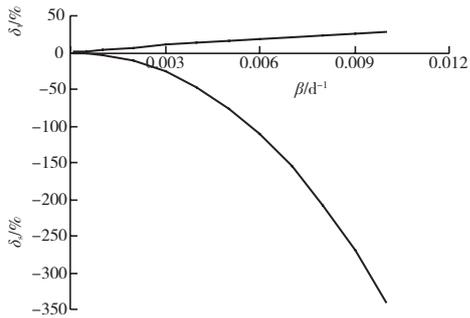


图3  $\beta$ - $\delta_t$ 和 $\delta_s$ 的关系曲线

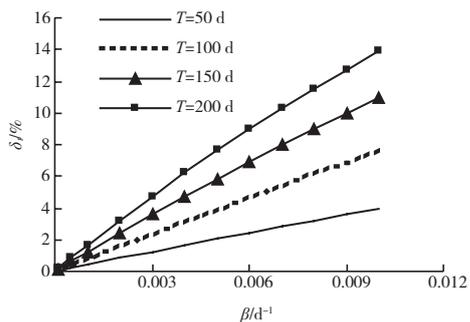


图4 不同 $\beta$ - $\delta_t$ 的关系曲线

工程算例证明了本文方法的可行性和合理性。

#### 4 工程实例

广州西二环南段高速公路为国道主干线广州绕城公路九江至小塘段，全线位于佛山市南海区境内。西二环南段K32+065路基宽33.5 m，边坡坡率为1:1.5。淤泥厚17.5 m，路堤填土高6.9 m，采用CFG桩+排水固结处理。由于桩帽较小、CFG桩深度不足等原因，沉降和侧向位移均较大。本工程路堤底宽约为软土厚度的3倍，可近似看作大面积荷载。选择施工资料齐全、同时进行了表面沉降和深层侧向位移监测且侧向位移较大的监测断面K32+065论证本文方法的可行性和正确性。K32+065路中心线处填土高度-桩间土沉降曲线见图5，利用测斜管测定的路堤坡脚的侧向位移与深

度之间的关系曲线见图6。

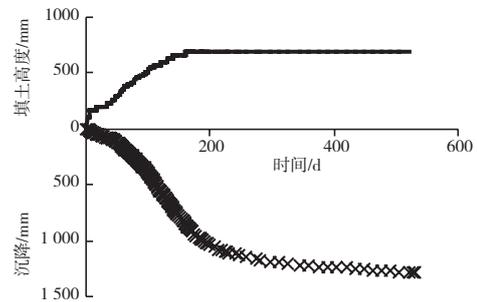


图5 路中线沉降-时间的关系曲线

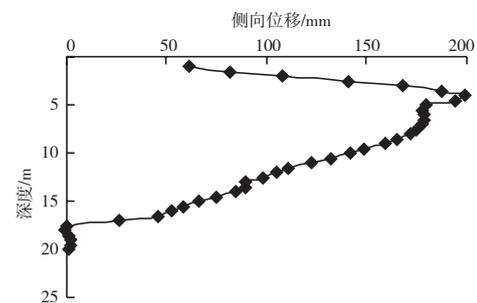


图6 填土完毕时坡脚侧向位移-深度的关系曲线

借鉴文献[1]利用实测瞬时沉降测定侧向位移的思路，利用该监测断面坡脚侧向位移反算瞬时沉降，以便与不同方法推算的瞬时沉降对比。测斜管测定的侧向位移包络线包围的面积（2.063 m<sup>2</sup>）近似等于瞬时沉降的面积，路基底宽为54.2 m，假设路基横断面沉降近似为抛物线形状，则路基中线处瞬时沉降为114.2 mm。

利用恒载阶段的沉降监测资料，采用三点法推算的 $\beta=0.016 \text{ d}^{-1}$ ，最终沉降为1.209 m。分别采用等沉降法和中点加权法确定的 $t_0$ 和 $S_d$ 见表2。

表2 不同方法确定的瞬时

推算方法	$t_0 / \text{d}$	$S_d / \text{mm}$	
		推算	侧向位移反算
等沉降法	82.0	100.4	114.2
中点加权法	63.3	-294.3	

可见，利用测斜管实测侧向位移反算的瞬时沉降与采用等沉降法推算的瞬时沉降接近，但是采用中点加权法推算的瞬时沉降为负值，明显是不正确的。因此，相对中点加权法，等沉降法确定 $t_0$ 更加合适，得到的 $S_d$ 更加符合实际情况。

(下转第165页)