

· 地基与基础 ·

# 复杂水平荷载作用下部分埋入单桩的计算方法\*



蒋建平, 陈文杰

(上海海事大学 海洋科学与工程学院, 上海 201306)

**摘要:** 在 Winkler 地基梁模型和有限单元法理论的基础上, 提出了一种在复杂水平荷载作用下求解部分埋置水平受荷单桩弯矩和位移的计算方法。将该方法计算结果与经典算例结果和现场试验结果进行对比, 验证了该方法的正确性。通过算例分析了水流冲刷作用和桩顶约束条件对部分埋入桩桩身弯矩和位移的影响, 分析结果表明, 在研究冲刷对桩基水平承载力的影响时应结合桩顶的约束条件。该方法可有效开展复杂水平荷载下部分埋置水平受荷桩的计算分析。

**关键词:** 桩; 水平荷载; 弹性地基梁; 有限单元法; 部分埋置桩

**中图分类号:** TU 473; U 655.54<sup>+</sup>4.1

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1002-4972(2016)07-0116-06

## Calculation method for partially embedded single pile under complex horizontal loading

JIANG Jian-ping, CHEN Wen-jie

(College of Ocean and Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China)

**Abstract:** Based on the Winkler footing beam model and the theory of finite element method, a calculation method to solve the displacement and bending moment of partially embedded lateral load-bearing pile under complex lateral loading was proposed. The validity of the proposed method was verified by comparing the calculation results in proposed method with the results of classic calculation example and the field experimental results. Finally, through the analysis on the calculation example, this paper analyzed the influence of the scouring action of current and the constraint conditions at the pile head on the displacement and bending moment of the partially embedded pile body. The analysis results show that the constraint conditions at the pile head should be considered when the impact of scouring on the lateral bearing capacity of pile foundation is being studied. The proposed method in this paper is effective to carry out computational analysis on partially embedded load-bearing pile under complex lateral load.

**Keywords:** pile; lateral loading; elastic foundation beam; finite element method; partially embedded pile

桩基础作为深基础形式之一, 已被广泛应用于港口、桥梁及近海工程中<sup>[1]</sup>。除了承受竖向荷载外, 桩基础往往也承受复杂的水平荷载作用。目前, 研究水平受荷桩的方法很多, 其中主要有弹性地基梁法、弹性理论法<sup>[2-3]</sup>和整体数值法<sup>[4-6]</sup>。Winkler 弹性地基梁方法因计算简单、应用方便等优点应用最为广泛, 其将桩周土体的作用简化为

一系列相互独立的弹簧, 建立弹簧刚度与桩身变形的函数关系, 该方法可分为  $p$ - $y$  曲线法和弹性地基反力法。周铭<sup>[7]</sup>用数值解法求解了弹性地基梁的微分方程。常林越等<sup>[8]</sup>根据地基反力法和简化的土体弹塑性本构关系, 得到了双层非均质弹塑性地基中水平受荷桩的解析解。周洪波等<sup>[9]</sup>考虑  $p$ - $y$  曲线法和 Poulos 弹性理论法两者的优点, 提出

收稿日期: 2016-02-19

\*基金项目: 国家自然科学基金面上项目(41372319); 上海市教委科研创新项目(14YZ101); 上海市研究生教育创新计划实施项目(水利工程博士点培育)(20131129)

作者简介: 蒋建平(1966), 男, 博士, 教授, 从事港航工程、地基基础学方面的教学和研究工作。

耦合算法。考虑土体固结和渗流作用, 陆建飞等<sup>[10]</sup>基于 Biot 固结解分析了饱和土体中水平受荷桩-土相互作用。上述研究方法局限性小、计算精度高, 但是上述分析方法大多假定桩基础完全埋置在地基里面且桩顶完全自由。然而实际工程中, 桩身常常部分露出地表且裸露部分桩段也会承受风荷载、波浪荷载、水流冲刷等作用, 基于完全埋置受荷桩的计算方法较难适用于部分埋置的水平受荷桩的分析。国内外对于复杂水平荷载作用下部分埋置水平受荷桩的计算方法研究仍较少。

工程设计中对水平受荷桩的计算往往更关心的是桩身的最大挠度和最大弯矩, 因此, 在满足计算精度和实际工程需求的前提下, 有必要选择一种简便易行的分析方法来求解复杂水平荷载作用下的桩基础。本文把桩假定为一维弯曲杆件, 根据 Bernouli-Euler 梁的假定, 采用二节点梁单元离散水平受荷桩。根据 Winkler 地基模型, 求得地基的刚度矩阵方程。然后, 利用桩土间相互作用力的平衡条件和位移协调条件, 建立了桩土的共同作用方程。最后, 编制了相应的 Matlab 计算程序, 并将本文的计算结果与经典理论算例和现场试验结果进行对比, 验证本文方法的有效性和准确性。

## 1 分析方法

### 1.1 水平受荷桩的平衡方程

图 1 为复杂水平荷载作用下部分埋入水平受荷单桩的受力示意图, 其中裸露地面桩身段作用有水平集中力  $P$ 、弯矩  $M$ 、均布荷载  $q(z)$ , 桩顶转角约束为  $\theta$ 。引入有限单元法, 采用两节点梁单元对桩身进行离散, 对桩单元的离散除了在桩体入土深度为零的位置以及土层界面处划分之外, 还需要根据计算精度的要求, 划分桩单元的数量。每个单元包括 4 个广义位移 (2 个为水平位移, 2 个为转角)。设桩身共离散为  $m$  个单元, 其中裸露土体部分桩段单元为  $n$  个, 则桩身的节点总数为  $m+1$  个, 未知节点位移和转角共有  $2(m+1)$  个。

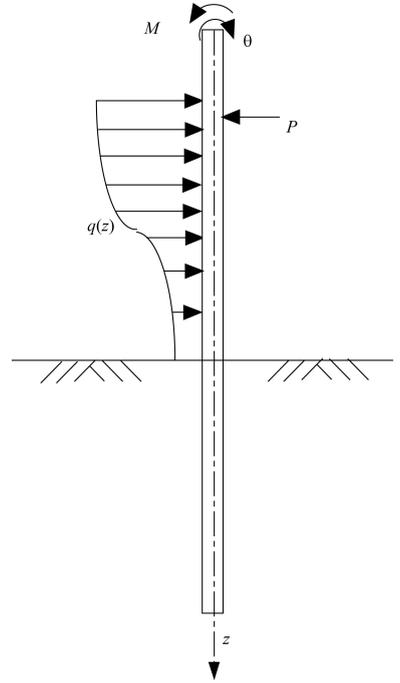


图 1 部分埋置水平受荷桩

根据有限元基本原理, 可得到水平受荷桩的整体平衡方程:

$$\mathbf{K}_p \times \mathbf{U}_p = \mathbf{P} + \mathbf{R} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{K}_p$  为桩单元的整体刚度矩阵, 与桩身抗弯刚度和各单元长度有关, 可根据理论求出;  $\mathbf{U}_p$  为桩节点位移及转角组成的向量, 且  $\mathbf{U}_p = \{w_1, \theta_1, w_2, \theta_2, \dots, w_{m+1}, \theta_{m+1}\}^T$ ;  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{R}$  分别为作用在裸露地面桩身段的等效节点外荷载向量和埋置桩段由地基反力引起的等效节点荷载向量, 且  $\mathbf{P} = \{Q_1, M_1, Q_2, M_2, \dots, Q_n, M_n, \mathbf{0}_{2(m-n+1) \times 1}\}^T$ ;  $\mathbf{R} = \{\mathbf{0}_{2n \times 1}, Q_{n+1}, M_{n+1}, Q_{n+2}, M_{n+2}, \dots, Q_{m+1}, M_{m+1}\}^T$ 。

### 1.2 地基反力方程

为简化计算, 采用 Winkler 模型模拟天然地基。根据土体的分层情况来离散埋入地基部分的桩段, 把桩土接触面划分为  $m-n$  个单元区域, 每一个区域各自有对应的桩节点。假定作用在每个单元区域上的侧向土压力都是均匀分布的, 且平均分配到每个单元的两端节点上。地基反力的矩阵方程可表示为:

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{K}_s \times \mathbf{U}_s \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{F}_s$  为桩节点处桩对地基作用的等效节点力向量, 且  $\mathbf{F}_s = \{F_{n+1}^s, F_{n+2}^s, \dots, F_{m+1}^s\}^T$ ;  $\mathbf{U}_s$  为入土部

分桩节点处桩对地基作用而产生的位移向量，且  $U_s = \{U_{n+1}^s, U_{n+2}^s, \dots, U_{m+1}^s\}^T$ ； $K_s$  为地基刚度系数矩阵，与各桩单元长度和各层土的基床反力模量有关，为对角矩阵。

### 1.3 桩土相互作用的协调条件

由于桩土间不传递弯矩作用，为考虑桩土协调条件，需要把作用在每个桩单元上的土压力转换为等效节点外荷载向量  $R$ 。本文假定作用在桩身单元上的土压力是均匀分布的，则根据有限元的基本原理，对作用在第  $i$  个桩单元上的均布荷载进行转化，转换后的桩单元节点水平力上端为  $p_i h_i / 2$ 、下端为  $p_i h_i / 2$ ，转换后的桩单元节点弯矩上端为  $-p_i h_i^2 / 12$ 、下端为  $p_i h_i^2 / 12$ ，其中  $p_i$  和  $h_i$  分别为作用在第  $i$  个桩单元上的均布力大小和桩单元长度。入土部分桩节点力和节点转换弯矩都需要考虑前后单元的叠加效果，因此叠加后的节点力和转换弯矩可分别表示为

$$Q_i = p_i h_i / 2 + p_{i-1} h_{i-1} / 2 \tag{3}$$

$$M_i = p_i h_i^2 / 12 - p_{i-1} h_{i-1}^2 / 12 \tag{4}$$

因此，埋置桩身部分桩节点的力与弯矩之间的矩阵关系式可表示为：

$$M = T \times F_p \tag{5}$$

式中： $M = \{M_{n+1}, M_{n+2}, \dots, M_{m+1}\}^T$ ； $F_p = \{Q_{n+1}, Q_{n+2}, \dots, Q_{m+1}\}^T$ ； $T = T^1 - T^2$ ，其中：

$$T^1 = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & & & & & & 0 \\ h_{n+1} & 0 & & & & & \\ -h_{n+2} & h_{n+2} & 0 & & & & \\ h_{n+3} & -h_{n+3} & h_{n+3} & 0 & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ (-1)^{i+j-1} h_{m-1} & \dots & h_{m-1} & -h_{m-1} & h_{m-1} & 0 & \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & h_m \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$T^2 = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} h_{n+1} & & & & & & 0 \\ -h_{n+2} & h_{n+2} & & & & & \\ h_{n+3} & -h_{n+3} & h_{n+3} & & & & \\ -h_{n+4} & h_{n+4} & -h_{n+4} & h_{n+4} & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ (-1)^{i+j} h_m & \dots & -h_m & h_m & -h_m & h_m & \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

矩阵中  $i, j$  分别是矩阵元素所在的行标数和列标数，其正对角线右边的元素皆为零值。

根据式(5)，可进一步得到以下关系式：

$$[Q_{n+1}, M_{n+1}, Q_{n+2}, M_{n+2}, \dots, Q_{m+1}, M_{m+1}]^T = G \times F_p \tag{8}$$

式中： $G = [I_1, T_1, \dots, I_i, T_i, \dots, I_{m-n+1}, T_{m-n+1}]^T$ ；其中  $I_i$  和  $T_i$  分别表示  $(m-n+1)$  阶单元矩阵  $I$  和  $(m-n+1)$  阶矩阵  $T$  的第  $i$  行向量。

根据桩土作用面上力的平衡条件，有：

$$F_s + F_p = 0 \tag{9}$$

为了顺利把桩的平衡方程和地基方程进行联立，需用零值对式(2)和式(8)进行扩阶。本文假定桩基部分埋置于土体中，且裸露地表桩段不受土反力作用。因此，裸露部分桩段节点对应的位置以及埋入地基桩段节点的转角对应的位置皆用零值填充。填充后，可以获得以下式子：

$$R = -\bar{G} \times \bar{K}_s \times \bar{U}_s \tag{10}$$

式中： $\bar{G}$  和  $\bar{K}_s$  分别是  $G$  和  $K_s$  的扩阶矩阵，其对应于裸露部分桩节点的行列以及对应转角的位置均用零填充；并且有：

$$\bar{U}_s = \{0_{2n \times 1}, U_{n+1}^s, 0, U_{n+2}^s, 0, \dots, U_{m+1}^s, 0\}^T \tag{11}$$

根据桩土相互作用位移协调条件，即有：

$$\bar{U}_s = U_p \tag{12}$$

### 1.4 联立方程求解桩身位移

联立桩的平衡方程式(1)以及桩土协调条件式(9)和式(12)，可得桩身位移求解方程式：

$$U_p = (\bar{G} \times \bar{K}_s + K_p)^{-1} \times P \tag{13}$$

求得桩身位移后，最后根据有限单元法的理论或者采用截面法求解桩身弯矩。

## 2 算例验证

### 2.1 基于经典理论解答的算例对比

横山幸满<sup>[11]</sup>基于线弹性地基反力法并结合幂级数法求解，计算了作用有分布波浪力和风荷载的海洋桩结构的位移和内力，其外荷载作用情况见图2。算例中采用钢管桩为分析对象，桩全长为 58.87 m，其中埋入土 33 m，桩径  $D = 0.762$  m，桩身抗弯刚度  $544 \text{ MN} \cdot \text{m}$ ，基床反力模量  $K = 2\,500 \text{ kN/m}^2$ 。

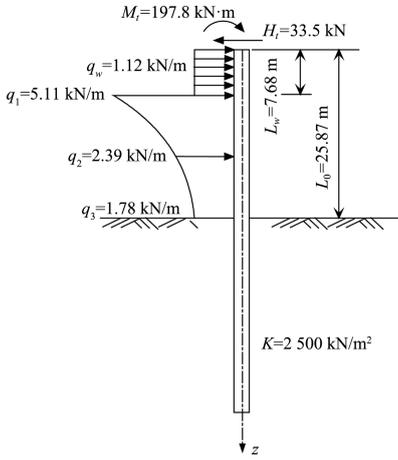


图 2 单桩受力

本文在计算过程中, 把桩身离散成 59 个单元, 其中裸露部分桩段离散成 26 个单元, 单元长度为 0.87~1 m, 入土部分桩段离散成 33 个单元, 单元长度为 1 m。作用在裸露部分桩段的分布荷载, 可近似为沿单元均匀分布, 并按照有限单元法中均布力转化为节点力的方法进行简化。图 3 给出了两种不同方法计算桩身弯矩的结果对比曲线。从对比结果可以看出, 本文方法计算的结果与文献[11]的结果吻合较好, 验证了本文方法的正确性与可行性。

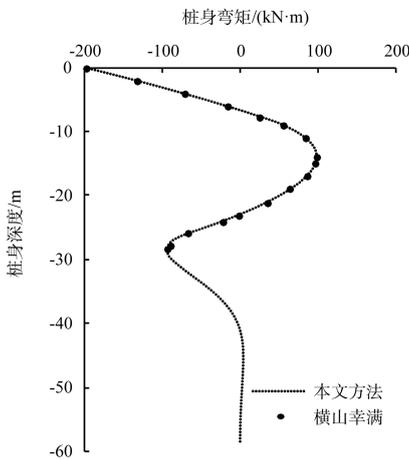


图 3 桩身弯矩的结果对比

### 2.2 基于现场试验结果的算例对比

Kim 等<sup>[12]</sup>通过现场水平静载试验研究了海洋软黏土中水平受荷单桩的承载性状。该试验采用钢管桩进行试桩(图 4), 桩径为 1.016 m, 埋深

26.6 m, 桩头露出地面 1 m, 桩身抗弯刚度  $EI = 1\ 260\ \text{MN}\cdot\text{m}$ 。参照文献[12]的地质勘察报告, 根据标准贯入击数确定各层土体的平均弹性模量, 土体的力学参数见表 1。在静载单桩试验中分别逐级施加水平力 200、500、700、900 kN。

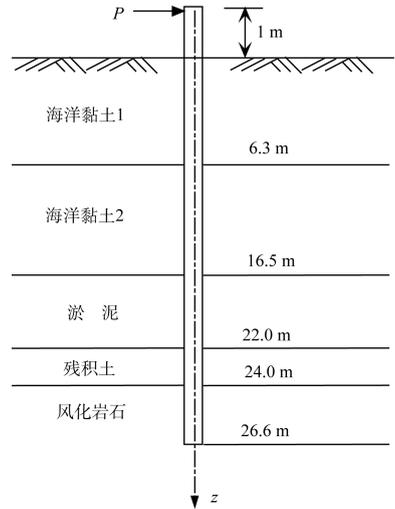


图 4 现场试验受荷单桩承载性状

表 1 单桩静载试验各土层参数

土层	土层厚度/m	土弹性模量/MPa	泊松比
海洋黏土 1	6.3	2	0.49
海洋黏土 2	10.2	6	0.45
淤泥	5.5	30	0.35
残积土	2.0	50	0.30
风化岩石	3.4	100	0.30

各土层的基床反力模量  $K$  采用文献[13]提出的方法:

$$K = \frac{E_s D}{(1-\nu^2) D_{ref}} \left( \frac{E_s D}{E_p I_p} \right)^{1/2} \quad (14)$$

式中:  $E_s$  为土体弹性模量;  $D$  为桩径;  $D_{ref}$  取 1 m;  $\nu$  为土的泊松比;  $E_p I_p$  为桩的抗弯刚度。

本文在计算过程中, 把桩身离散成 30 个单元, 除了在入土深度为零的位置和各土层间的分界处划分外, 其它地方的单元长度控制在 0.6~1 m。基于本文方法计算的桩身位移(图 5)和弯矩(图 6)与现场实测值<sup>[12]</sup>较为接近, 这进一步说明了本文方法的可行性。

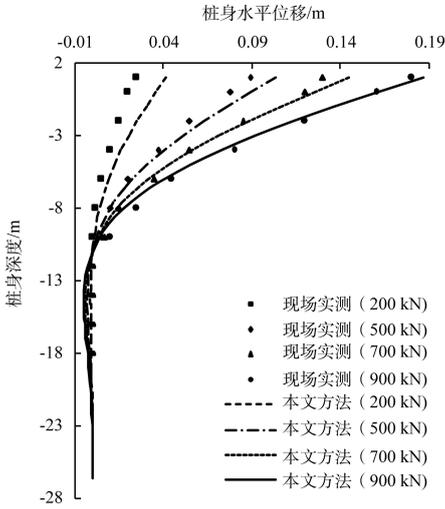


图5 桩身水平位移对比

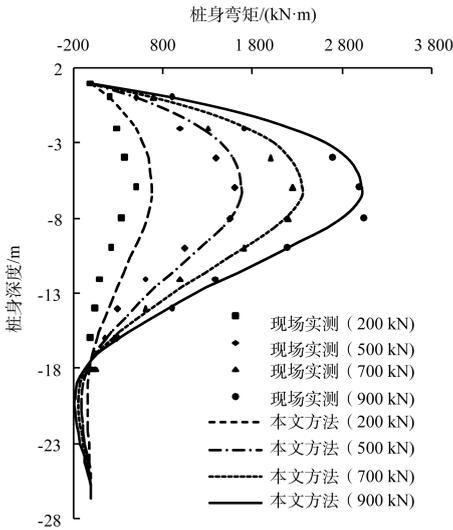


图6 桩身弯矩对比

### 3 工程实例

某桥梁工程的桩基础，桩长 44 m、埋深 30 m、桩径 1.6 m，桩身抗弯刚度 9 000 MN·m。桩周地基由两层土组成，第 1 层为淤泥质亚黏土，厚度 13 m，弹性模量  $E_{s1}=6$  MPa，泊松比  $\nu_1=0.44$ ；第 2 层为中密砂土，厚度 40 m，弹性模量  $E_{s2}=12$  MPa，泊松比  $\nu_2=0.2$ 。在桩顶上作用有水平向右的集中力  $F=500$  kN 和顺时针弯矩  $M=400$  kN·m。考虑到实际近海工程及水上桥梁工程中的桩基础往往受到水流的冲刷作用，桩周土体流失，导致桩基的承载力下降甚至破坏。另外，桩顶也常会受到承台或上部结构的约束作用，以致桩基的水平承载力受桩顶的约束影响。结合上述两种实际的工况，

基于本文推导的方法，分析不同冲刷深度以及不同桩顶约束条件对桩基水平承载力的影响。其中，桩顶约束条件分为桩顶自由和桩顶固定(指约束桩顶的转角)两种情况。

本文在计算过程中，把桩身离散成 37 个单元，其中裸露部分桩段离散成 7 个单元，单元长度为 2 m；入土部分桩段离散成 30 个单元，单元长度为 1 m。考虑冲刷作用时，把冲刷深度以上对应的行的元素替换为零值；考虑桩顶约束条件时，使用大数法，即相应位置的元素值用一个数量级为  $10^{10}$  的大数替换。在两种不同的桩顶约束条件下，桩顶位移(图 7)及桩身最大弯矩(图 8)都随着桩周土体冲刷深度的增加而增大，这主要归因于冲刷作用导致地表桩周土体的流失，减弱了桩抵抗侧向变形的能力。图 8 中桩顶自由时不同冲刷

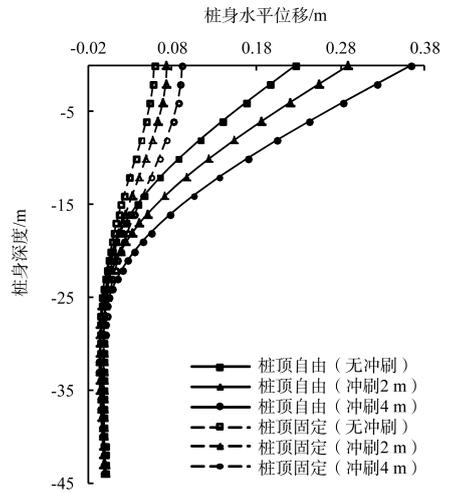


图7 桩身位移

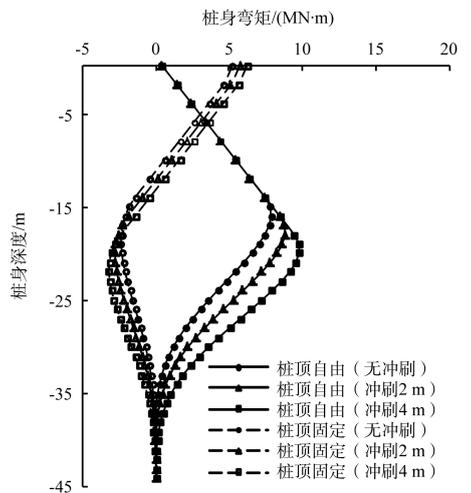


图8 桩身弯矩

深度的弯矩曲线, 其最大弯矩以上的部分曲线重合; 当桩顶固定时, 不同冲刷深度的弯矩曲线则不发生曲线重合现象。当桩顶自由且冲刷深度由 0 增至 4 m 时, 桩顶位移则从 0.226 m 增大到 0.364 m, 增幅约 61%; 最大弯矩也从 7 827 MN·m 增大到 9 732 MN·m, 增幅超过 24%。与桩顶自由的情况相比, 桩顶固定约束会对桩顶施加力矩以阻止桩顶旋转。因而, 桩顶固定的桩身最大弯矩出现在桩顶处, 而桩顶自由的桩身最大弯矩则发生在地面以下某位置处, 并且桩顶固定时的最大弯矩要小于桩顶自由时的最大弯矩。两种约束条件下的桩身最大位移皆发生在桩顶, 但桩顶固定时的桩身位移远小于桩顶自由时的桩身位移, 以没有冲刷作用所对应的位移曲线为例, 桩顶自由时的桩顶位移比桩顶约束时增加了约 280%。因此, 在研究冲刷对桩基水平承载力的影响时必须考虑桩顶约束条件的影响。

#### 4 结论

1) 本文把桩假定为一维弯曲杆件, 结合弹性地基梁理论, 求解出复杂水平荷载作用下部分埋入单桩的内力与位移。通过与经典理论算例和现场试验结果对比, 验证了本文方法的正确性与有效性。

2) 本文方法简单实用, 编程规律明显, 能较好地描述作用在部分埋置水平受荷桩的复杂荷载, 且编制程序后对不同的地基分层、土体参数变化以及桩长度变化等适应性强。

3) 水流冲刷作用对桩基承载力的影响不容忽视, 且在研究冲刷作用对桩基水平承载力的影响时应结合桩顶的约束条件。

#### 参考文献:

- [1] 臧德记, 汪滨, 蒋华忠. 不同土质下预制方桩沉桩承载力特性分析[J]. 水运工程, 2015 (12): 157-160.
- [2] Poulos H G. Behavior of laterally loaded piles: I-single piles [J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1971, 97(5): 711-731.
- [3] Poulos H G, Davis E H. Pile foundation analysis [M]. New York: Chichester Bishano Toronto, 1980: 72-228.
- [4] Brown D A, Shie C F. Three dimensional finite element model of laterally loaded piles[J]. Computers and Geotechnics, 1990, 10(1): 59-79.
- [5] Li F, Han J, Lin C. Effect of scour on the behavior of laterally loaded single piles in marine clay [J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2013, 31(3): 271-289.
- [6] 刘敦平, 蒯行成. 软土运动作用下被动桩桩-土水平相互作用的三维有限元分析[J]. 中国公路学报, 2008, 21(4): 18-24.
- [7] 周铭. 弹性桩与弹性梁通解[J]. 岩土工程学报, 1982, 4(1): 1-15.
- [8] 常林越, 王金昌. 双层弹塑性地基水平受荷桩解析计算[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(3): 433-440.
- [9] 周洪波, 杨敏. 水平受荷桩的耦合算法[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(4): 432-436.
- [10] 陆建飞, 王建华. 考虑固结和流变的水平受荷桩的理论分析[J]. 中国公路学报, 2000, 13(3): 29-32.
- [11] 横山幸满(Yokoyama). 桩结构物的计算方法和计算实例[M]. 唐业清, 吴庆荪, 译. 北京: 中国铁道出版社, 1984.
- [12] Kim Y, Jeong S, Won J. Effect of lateral rigidity of offshore piles using proposed *p-y* curves in marine clay [J]. Marine Georesource and Geotechnology, 2009, 27: 53-77.
- [13] Carter D P. A non-linear soil model for predicting lateral pile response[R]. New Zealand: University of Auckland, 1984.

(本文编辑 武亚庆)