

# 基于有限元应力积分传递系数法的 岩质边坡抗滑稳定分析

赵 丹,孙建生,王志鹏,李旭耀

(太原理工大学 水利科学与工程学院,山西太原 030024)

摘要:针对含非贯通软弱结构面的岩质边坡抗滑稳定问题,将有限元法与传递系数法结合,提出考虑主抗滑面位置搜 索的有限元应力积分传递系数法。在弹塑性有限元法分析应力场的基础上,使用应力积分求得各滑裂面上的法向及切向力; 在等安全系数条件下,模拟边坡失稳时剩余推力沿滑裂面依次传递到主抗滑面的过程并对各滑裂面建立极限平衡方程;最 后结合 Fortran 语言快速搜索主抗滑面起点位置、倾角及对应的最小安全系数。通过算例分析发现:有限元应力积分传递系 数法能精确找到主抗滑面的位置,并将边坡稳定性量化到一个具体的数值。克服了传递系数法只能进行刚性分析及需要假 定主抗滑面位置的缺点,相比强度折减法也少了人为判定引起的误差问题,结果更合理可靠。

关键词:软弱结构面;有限元法;应力积分;Fortran语言;主抗滑面搜索;安全系数

中图分类号: TU 457; U 65 文献标志码: A 文章编号: 1002-4972(2016)05-0132-05

## Analysis of anti-sliding stability of rock slope

#### based on finite element stress integral transfer coefficient method

ZHAO Dan, SUN Jian-sheng, WANG Zhi-peng, LI Xu-yao

(College of Water Resources Science and Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: The finite element stress integral transfer coefficient method is proposed to solve the problem on anti-sliding stability of the rock slope with non-penetrating weak structural plane, which can search the position of main anti-slip surface by combining the finite element method with the transfer coefficient method.Based on the stress field analysis of elastic plastic finite element method, we obtain the normal direction and tangential force of each sliding surface using the stress integral.Under the condition of equal safety factor, we simulate the dynamic process of residual thrust transfer along the slip surface to the main anti-slip surface when the slope is unstable, and set up limit equilibrium equations of every slip surface.Finally, we search the starting point position and angle of the main anti-slip surface and the corresponding minimum safety factor using Fortran. The calculation example show that the finite element stress integral transfer coefficient method can accurately find the main anti-slip surface's position, and the slope stability can be quantified to a specific value.This method overcomes the disadvantages of transfer coefficient method which can only analyze the rigidity and need assume the position of main anti-slip surface.In contrast to the strength reduction method, the error caused by human is also reduced.So the result is more reasonable and reliable.

Keywords: weak structural plane; finite element; stress integral; Fortran; main anti-slip surface search; safety factor

岩质边坡在道路、露天煤矿及水利库岸工程 中经常见到,稳定性问题也一直是学术界和工程 界的一个重要研究内容。由于成岩、构造作用的 影响,节理、裂隙、断层和软弱夹层等不连续结

作者简介:赵丹 (1991-),男,硕士研究生,研究方向为水工结构。

收稿日期: 2015-11-27

构面<sup>[1-2]</sup> 经常出现在岩质边坡中,这对边坡稳定性 产生非常不利的影响;最危险滑裂面常常由不连 续结构面相互连接并贯通至地表形成,但自然界 中不连续结构面往往不会完全贯通。针对这些问 题,本文研究不连续结构面未贯通至地表造成主 抗滑面位置未知情况下的边坡抗滑稳定性,包括 主抗滑面的位置搜索及整体稳定性的定量评价。 目前主要的分析方法有极限平衡法和有限 元法<sup>[3-4]</sup>。

极限平衡法中传递系数法<sup>[5-6]</sup> 是目前规范推荐 采用的计算方法,为了简化计算做了人为的假设: 假定岩体为理想均质刚塑性材料,不考虑岩体内 部的应力与应变对边坡稳定性的影响;在滑裂面 位置不确定时,需要人为假定;在对滑裂面进行 受力分析时,人为将滑体划分为不同大小的条块, 并且对条间力做了人为假设。有限元分析方法中, 强度折减法<sup>[7-9]</sup>得到了广泛的应用,但目前主要的 失稳判据(求解不收敛、特征点位移突变、塑性 区贯通)受人为因素的影响很大。

针对两种方法存在的缺陷,考虑将二者结合 起来,通过弹塑性有限元分析计算岩体应力场, 利用有限元应力积分法求得各滑裂面上的下滑力 及抗滑力,采用在等安全系数条件下的剩余推力 沿滑裂面依次向下传递的方法,同时引入程序语 言快速搜索下部主抗滑面的起点及倾角,确定主 抗滑面的准确位置及对应复杂滑裂面上整体的极 小安全系数。

# 1 搜索主抗滑面的有限元应力积分传递系数法原理

1.1 屈服准则

目前岩土工程中应用最为广泛的屈服准则<sup>[10-11]</sup>是 Mohr-Coulomb 屈服准则和 Drucker-Prager 屈服准则。

传统极限平衡法采用 Mohr-Coulomb 屈服准则, 用应力不变量和抗剪强度参数可以表示为:

$$F = \frac{1}{3}I_1 \sin\varphi + \sqrt{J_2} \left(\cos\theta - \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta\sin\varphi\right) - c\cos\varphi = 0$$
(1)

式中:  $I_1$  为应力张量第一不变量;  $J_2$  为应力偏张 量第二不变量;  $\theta$  为应力 Lode 角。

在有限元数值模拟中采用 Drucker-Prager 屈服 准则:

$$F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \tag{2}$$

式中: $\alpha$ 、k为与岩土材料粘聚力c及内摩擦角 $\varphi$ 有关的参数,通过变换 $\alpha$ 、k的表达式可以在有限 元软件中实现不同的屈服准则。

M-C 屈服准则较好地反映了岩土材料拉压不 等的特性,缺点在于屈服面存在棱角和尖点,容 易导致数值计算不收敛,Drucker-Prager 屈服在 π平面上为圆形,消除了棱角和尖点的影响,容 易进行数值模拟,根据张鲁渝<sup>[8]</sup>等的研究,发现 可用等面积圆屈服准则 (D-P4) 代替传统 M-C 屈 服准则,α、k 表达式如下:

$$\alpha = \frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}}$$
(3)

$$k = \frac{6\sqrt{3}C\cos\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}}$$
(4)

1.2 滑裂面抗滑力及下滑力计算

处理弹塑性有限元分析得到的应力数据时, 通过应力积分来确定每个滑裂面上的抗滑力及下 滑力,具体的计算过程如下:

1) 有限元软件(ANSYS)可以得到每个单元各 节点的应力数据  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  及  $\tau_{xy}$ ,通过差值可算得 经过每一单元的微小滑裂面长度  $l_i$  及应力值  $\sigma_{xi}$ 、  $\sigma_{yi}$ 、 $\tau_{xyi}$ 。

2) 通过角度变换后,可以求得滑裂面上各点的法向应力  $\sigma_n$  及切向应力  $\tau_n$  分别为:

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\alpha) + \tau_{xy} \sin(2\alpha)$$
 (5)

$$\tau_n = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\alpha) - \tau_{xy} \cos(2\alpha)$$
(6)

式中: α 为滑裂面单元的法线与水平方向的夹角。

3) 计算得到滑裂面上每个微小单元的长度  $l_i$ 、 法向应力  $\sigma_{ni}$ 和切向应力  $\tau_{ni}$ 后,考虑滑裂面的粘 聚力 c 及内摩擦角  $\varphi$ ,通过应力积分法可以得到 整个滑裂面上的抗滑力  $T_f$ 和下滑力 T,满足库伦 定律。

$$T_f = \sum_{i=1}^{n} \left( \sigma_{ni} \tan \varphi_i + c_i \right) l_i \tag{7}$$

$$T = \sum_{i=1}^{n} \tau_{ni} l_i \tag{8}$$

1.3 有限元应力积分传递系数法

传递系数法又称为不平衡推力法,是针对滑 裂面为折线形提出的,在水利部门和铁道部门得 到了广泛的应用。将其与有限元应力积分结合, 采用应力积分的方法算得各滑裂面上的抗滑力及 下滑力后,沿用传递系数法中力在滑裂面间的传 递方式,即假定每个滑裂面上的安全系数都相等, 由边坡顶端第一块滑裂面开始,将上部滑移体的 剩余推力依次传递到下一滑移体,对每个滑裂面 都进行力的平衡分析,最终使坡脚的最后一个滑 裂面的剩余推力为零,此时得到的安全系数即为 边坡的安全系数,计算公式如下:

$$F_{s} = \frac{P_{i}F_{s} + T_{fi} + P_{i-1}\sin(\alpha_{i-1} - \alpha_{i})\tan\varphi_{i}}{T_{i} + P_{i-1}\cos(\alpha_{i-1}\alpha_{i})}$$
(9)

式中: $T_i$ 为第i条滑裂面上的下滑力; $T_i$ 为第i条 滑裂面上的抗滑力; $P_i$ 为第i条块的剩余推力;  $F_s$ 为边坡的安全系数; $\alpha_i$ 为第i条滑裂面的底面 倾角; $\varphi_i$ 为第i条滑裂面的内摩擦角。

1.4 主抗滑面搜索

将 ANSYS 软件与 Fortran 语言结合,用 ANSYS 快速实现边坡的弹塑性有限元应力分析, 用 Fortran 语言进行大量数据的高效处理,从而快 速实现对主抗滑面起点位置和倾角的搜索,并最 终对边坡的稳定性给出一个量化的准确数值,分 析过程见图 1。

#### 2 计算模型

已知某一岩质边坡,坡高为24m,坡面的水

平投影长 30 m, 坡角为 39.0°, 在坡内含有一条 非贯通至地表的折线型软弱结构面, 坡体及软弱 结构面的材料参数见表 1。



图 1 分析过程

表1 边坡模型的材料参数

边坡 模型	密度 /(t/m <sup>3</sup> )	变形模量 /GPa	泊松比 <i>ν</i>	粘聚力 /kPa	内摩擦角 /(°)
滑体	2. 550	1.010	0. 23	500	27
夹层	2. 129	0.038	0.32	70	17
滑床	2. 620	1.690	0. 22	1 200	36

为方便进行理论分析,假定边坡所承受的外 力不随 z 轴变化,位移和应变都发生在自身平面 内,可将边坡简化为二维平面应变问题。实测经 验表明:边坡的影响范围在 2 倍坡高范围,因此 模型选取范围为坡脚水平延伸 80 m、坡顶水平延 伸 75 m、坡脚向下垂直延伸 76 m。用智能网格划 分的方法对边坡进行剖分,采用 PLANE82 单元共 划分 33 044 个单元、99 901 个节点。荷载仅考虑 自重,模型左右边界施加水平方向约束,底部施 加水平和竖向两方向约束,计算简图、模型网格 划分情况见图 2、3。



图 2 岩质边坡计算简图



图 3 有限元模型网格划分

# 3 结果分析

3.1 主抗滑面位置确定

当边坡失稳时,主抗滑面会与第3滑裂面 贯通,因此可在第3滑裂面上搜索主抗滑面的 起点位置,纵坐标与横坐标关系一一对应,所 以通过改变 x 轴坐标来控制起点的位置变换。 安全系数是随 x 坐标及倾角变换的双变量函数, 因此采用控制单一变量法,搜索不同倾角同一 起点下安全系数的变化规律,找到每一起点下 最小的安全系数及对应的倾角,改变起点位置 并重复搜索,得到不同起点下最小安全系数的 变化规律,最终找到主抗滑面的准确位置和安 全系数的极小值。

 图 4 为最小安全系数随 x 坐标的变化曲
 线,最小安全系数随着起点位置的变化呈现先减
 小后增大的趋势,在中间拐点处达到整体最小值, 可确定主抗滑面的起始破裂点发生在此处。

2)为了研究安全系数随倾角的变化规律,现 将起点位置在(64.25,71.26)的安全系数随倾 角的变化曲线列出(图5)。可以看出,安全系数 随倾角也呈现先减后增的变化趋势,当滑裂面较 陡时,安全系数较大,不容易滑坡,当滑裂面倾 角较缓时,相应的主抗滑面长度变长,也不容易 滑坡,计算结果符合工程实际。

3)结合图 4 和图 5 可以看出,主抗滑面起点位置在(64.25,71.26),与水平方向角度为 143.35°时,边坡的安全系数达到极小值 2.719 755(图 6)。



图 6 主抗滑面位置搜索结果

# 3.2 应力积分精度分析及方法对比

 1)采用各滑裂面上的积分结果在水平和竖直 方向的分力总和与理论值之间的误差来评定积分精 度,各滑裂面上的应力积分结果见表 2,可以看出 积分得到的水平力及竖直力与理论值相差很小,垂 直方向的积分精度较小,但误差也仅为 0.669%。 5回二点书和八件田

		本	え 有限に应力が	汀泊禾		K1N
滑裂面	法向应 力积分	切向应	水平分量		竖直分量	
		力积分	法向	切向	法向	切向
第1滑裂面	3 101.203	1 414. 545	-2 217. 941	998.6721	2 167. 533 0	1 011. 664 0
第2滑裂面	11 467.000	2 717.628	-4 229. 522	2 526.010 0	10 658.470 0	1 002. 385 0
第3滑裂面	14 307.870	3 438. 476	-1 390. 159	3 422. 208 0	14 240. 176 0	334.083 8
主抗滑面	1 132. 569	298.709	676. 113	239.6247	908.6164	-178.321 0
总计			14. 993		30 144. 607	

注: 法向力以压为正, 切向力以滑动方向为正, 水平力向左为正, 竖直力向下为正。理论水平力为 0, 垂直力为重力 30 347.564 kN。

2)采用传递系数法算得安全系数为2.961,比本文大8.87%,相比之下,有限元应力积分传递系数法考虑到了岩体的弹塑性特征以及内部的变形协调条件,算得的应力场更接近于边坡的真实状态,积分结果精度较高,因此比采用条分法算得的下滑力及抗滑力更真实,安全系数相对更合理可靠。

3)采用有限元强度折减法对此边坡进行稳定 性分析。选定坡脚处第3滑裂面的上下两点作为 特征点,得到水平方向的相对位移随强度折减系 数的变化规律(图7)。可以看出,强度折减系数 在2.6附近出现突变,在强度折减系数为2.8时 有限元计算不收敛,与本文计算得到的安全系数 2.719 755较为接近。





## 4 结论

 有限元应力积分传递系数法能够对岩质边 坡进行弹塑性分析,算得的结果更接近真实应力 场,并且应力积分精度达到了 0.669%,可以克服 条分法在计算滑裂面下滑力及抗滑力时简化带来 的误差问题,加入了主抗滑面位置的搜索,更避 免了传递系数法人为假定滑裂面位置的缺陷。

 2)与有限元强度折减法的对比发现,计算得 到的安全系数结果接近,但克服了强度折减法安
 全系数受失稳判据及人为判断突变点的影响,结 果更具有唯一性。

3)本文方法能够解决主抗滑面位置未知时岩 质边坡的抗滑稳定性问题,搜索的结果符合工程 实际,能够为边坡的治理提供设计依据。

#### 参考文献:

- [1] 丁立明,才庆祥,刘雷,等.软弱夹层对露天矿边坡稳定
   性的影响[J].金属矿山,2012(4):40-42.
- [2] 刘远明,刘杰,夏才初.不同节理表面形貌下非贯通节 理岩体强度特性直剪试验研究[J].岩土力学,2014, 35(5):1 269-1 274.
- [3] 方建瑞,朱合华,蔡永昌.边坡稳定性研究方法与进展[J].地下空间与工程学报,2007(2):343-349.
- [4] 何小敏,杨敏,李琳,等.基于刚体极限平衡法的反拱底 板稳定性研究[J].水利水电技术,2013,44(6):36-40.
- [5] 杨海平.基于改进的传递系数法滑坡稳定性分析[J].水 电能源科学, 2013, 31(5): 138-139.
- [6] 童广勤,苏爱军.改进的传递系数法[J].长江科学院院报,2010,27(6):43-48.
- [7] 郑颖人,赵尚毅.有限元强度折减法在土坡与岩坡中的 应用[J].岩石力学与工程学报,2004,23(19):3 381-3 388.
- [8] 张鲁渝,郑颖人,赵尚毅,等.有限元强度折减系数法计
   算土坡稳定安全系数的精度研究[J].水利学报,2003, 34(1):21-27.
- [9] 谢瑾荣,周翠英,程晔,等.基于非饱和土有限元强度折 减法的降雨入渗条件下高边坡施工稳定性分析[J].水 运工程,2012(4):174-179.
- [10] 董玉文,郭航忠,任青文.屈服准则对土质边坡稳定安
   全度计算的影响分析[J].重庆建筑大学学报,2006, 28(3):51-55.
- [11] 董玉文,任青文.屈服准则对边坡稳定有限元分析的 影响研究[J].水电能源科学,2009,27(1):137-139.

(本文编辑 武亚庆)