

孙东坡弯道环流公式改进*

马国淇¹, 黄赛花², 欧剑²

(1. 浙江大学港口海岸及近海工程研究所, 浙江杭州 310058;

2. 浙江水利水电学院水利与环境工程学院, 浙江杭州 310018)

摘要: 孙东坡弯道环流流速公式结构简明、形式合理、不受卡门常数影响, 且与实验室资料有良好的拟合性。但在横比降的计算和普朗特紊流切应力的构架方面存在着缺陷, 使得公式不能很好地反映出粗糙床面的实际情况。针对上述问题, 引入与实际情况相符的罗索夫斯基横比降公式, 重新构架了普朗特紊流切应力方程。改进公式不仅改善了原公式中存在的问题, 而且计算值与实测值吻合度非常好, 可应用到实际的弯道流速计算中去。

关键词: 弯道环流; 孙东坡公式; 横比降; 普朗特紊流切应力

中图分类号: TV 143

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2016)04-0025-04

Improvement of Sun-Dongpo formulation for circulation in bends

MA Guo-qi¹, HUANG Sai-hua², OU Jian²

(1. Institute of Port, Coastal and Offshore Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Institute of Hydraulic & Environmental Engineering, Zhejiang University of Water Resources and Electric Power, Hangzhou 310018, China)

Abstract: The formulation of circulation velocity by Sun-Dongpo has a concise and reasonable structure, and the results won't be affected by Karman's constant and the agreement is acceptable with the experimental findings. But the actual situation of the rough bed can't be reflected, for the inadequacy in the calculation of transverse slop and the establishment of prandtl's turbulent stress. For the problems mentioned above, we imported Rozocskii's formulation of transverse slop which fitted well with the real situation, built the Prandtl's turbulent stress, and then joined them together to get the improved formulation. Not only did the improved formulation correct the defect in the usual one, but also the results matched very well with the real data, so the improved formulation could be put into use in natural bends.

Keywords: transverse circulation; formulation of Sun-Dongpo; transverse slop; prandtl's turbulent stress

自然河流大部分呈弯曲的形态, 对于弯曲航道和河口三角洲, 弯道横向流速分布、河宽、曲率的大小等直接控制着通航船舶的尺度、载量和河口的冲淤、演变等。弯道中二次环流的横向流速影响着弯道横向输沙以及分叉河口的冲刷。因此, 深入研究弯道水流横向流速, 能够更好地分析弯道和分叉河道的演变过程, 对于内河弯曲航

道整治设计、船舶安全航行、减少三角洲泥沙淤积以及稳定航道等都有十分重要的意义^[1]。

国内外现已有许多学者对此进行了深入的研究, 如罗索夫斯基^[2]、Engelund^[3]、Odgaard^[4]以及我国的孙东坡^[5]、张红武^[6]等, 他们以充分稳定发展的河流为研究对象, 在水流运动方程的基础上, 引入纵向流速分布公式、床面横比降以及河

收稿日期: 2015-10-26

*基金项目: 浙江省科技厅优先主题重点社会发展项目 (2009C13016)

作者简介: 马国淇 (1990—), 男, 硕士研究生, 从事河流泥沙动力学研究。

底边界条件等求得最终的横向环流分布公式。

孙东坡公式涉及变量较少,尤其是不受卡门常数和谢才系数的影响,无论在粗糙或光滑床面,都能与罗索夫斯基、张红武等人实测资料符合较好,能够随变量的调整做出相应的改变,并反映出横向环流的特点,且公式结构形式简洁、计算方便,在实际工程中应用广泛,因此具有较高的理论和实用价值。

孙东坡弯道环流横向流速公式如下:

$$v_r = 4.80 \sqrt{\frac{H}{r}} \cdot U(\eta - 0.44\eta^{9/7} - 0.307) \quad (1)$$

式中: v_r 为横向流速; H 为水深; r 为曲率半径; U 为纵向平均流速; $\eta = z/H$ 为相对水深。

但在公式推导过程中存在两个问题:

1) 由动量平衡方程所得横比降方程为:

$$J_r = \frac{1}{gH} \int_0^H \frac{u^2}{r} dz \quad (2)$$

在纵向流速 u 的选取上,孙东坡采用了指数流速分布公式,即:

$$u = \frac{n+1}{n} U \eta^{1/n} \quad (3)$$

式中: n 是与雷诺数和相对粗糙度有关的常数,孙东坡根据实测资料取值为7。但是由于所引用的指数流速公式为经验性公式,不能反映出河床粗糙状况的影响,因此存在缺陷。

2) 普朗特湍流切应力构架为:

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \quad (4)$$

式中: ρ 为密度; l 为混掺长度。

孙东坡认为横向湍流切应力与纵向湍流切应力具有相同的物理实质,因此可将横向湍流切应力写成:

$$\tau_r = \rho l^2 \left(\frac{dv_r}{dz} \right)^2 \quad (5)$$

但在此方程的构架中,孙东坡只考虑了横向流速沿垂向的梯度,并没有考虑纵向流速垂向梯度对横向湍流切应力的影响。

针对上述问题,笔者引入与实际情况符合良好的罗索夫斯基弯道横比降公式,并构架新的普朗特紊流切应力表达式,在两者的基础上对孙东

坡公式重新进行推导,得出本文的改进公式。

1 公式推导

1.1 罗索夫斯基横比降公式推导

在弯道二元恒定环流条件下,按照达朗贝尔平衡原理可直接得出横比降方程:

$$J_r = a_0 \frac{v_{cp}^2}{gr} \quad (6)$$

式中: a_0 为流速分布系数; v_{cp} 为纵向平均流速; g 为重力加速度; r 为弯道一点处的曲率半径。

采用对数纵向流速分布公式:

$$v = v_{cp} \left[1 + \frac{\sqrt{g}}{kc} (1 + \ln \eta) \right] \quad (7)$$

式中: k 为卡门常数; c 为谢才系数; η 为相对水深。

流速分布系数表达式为:

$$a_0 = \frac{1}{v_{cp}^2} \int_0^1 v^2 d\eta \quad (8)$$

将式(7)代入式(8)化简后可得:

$$a_0 = \left(1 + \frac{g}{k^2 c^2} \right) \quad (9)$$

将式(9)代入式(6)即可得弯道横比降方程:

$$J_r = \left(1 + \frac{g}{k^2 c^2} \right) \frac{v_{cp}^2}{gr} \quad (10)$$

1.2 普朗特切应力构架

孙东坡根据普朗特湍流切应力形式,将横向湍流切应力写成如下形式:

$$\tau_r = \rho l^2 \left(\frac{dv_r}{Hd\eta} \right)^2 \quad (11)$$

式中: v_r 为弯道环流横向流速; l 为混掺长度; H 为水深。

式(6)中,原作者仅用横向流速梯度 $\frac{dv_r}{Hd\eta}$ 代替纵向流速梯度 $\frac{dv}{Hd\eta}$,而笔者则认为弯道中纵向流速是横向流速及横向切应力产生的根本,纵向流速梯度的改变将对横向流速梯度以及横向切应力产生影响。因此不能将横向切应力仅表达为横向流速梯度的函数,而应该将纵向流速梯度考虑在内,即:

$$\tau_r = \rho l^2 \left(\frac{dv_r}{Hd\eta} \right) \left(\frac{dv}{Hd\eta} \right) \quad (12)$$

1.3 环流流速公式推导

在充分发展且稳定的弯道中, 假设沿河流方向为恒定均匀流动, 则可将环流运动方程简化为:

$$\rho v^2/r - rJ_r + \frac{\partial \tau_r}{H \partial \eta} = 0 \quad (13)$$

由于对数流速公式的相对复杂性, 为使最终所得环流公式不至于因为繁琐失去实用价值, 此处纵向流速采用指数型公式, 即:

$$v = \frac{8}{7} v_{cp} (\eta)^{1/7} \quad (14)$$

将式(10)及式(14)代入式(13)中, 并沿水深进行积分可得:

$$\tau_r = \frac{\rho v_{cp}^2 H}{r} \left[\left(1 + \frac{g}{k^2 c^2} \right) \eta - \frac{64}{63} \eta^{9/7} \right] + c_1 \quad (15)$$

由水面边界条件:

$$\tau_r |_{\eta=1} = 0 \quad (16)$$

可求得积分常数 $c_1 = -\frac{g}{k^2 c^2} \cdot \frac{\rho v_{cp}^2 H}{r}$ (17)

将由式(14)求出的流速梯度代入到式(12)中, 并将式(12)与式(15)进行联立, 最后对 $\frac{dv_r}{H d\eta}$ 沿水深进行积分, 可得:

$$v_r = \frac{v_{cp} H}{0.006r} \left[0.54 \left(1 + \frac{g}{k^2 c^2} \right) \eta^{1.86} - 0.47 \eta^{2.14} \right] - 194.4 \frac{g}{k^2 c^2} \frac{v_{cp} H}{r} \eta^{0.86} + c_2 \quad (18)$$

由水流连续条件:

$$\int_0^1 v_r d\eta = 0 \quad (19)$$

可得积分常数

$$c_2 = 1046.6 \frac{v_{cp} H}{rc^2 k^2} - \frac{v_{cp} H}{r} \left[31.4 \left(1 + \frac{g}{k^2 c^2} \right) - 24.7 \right] \quad (20)$$

将 c_2 代入式(18)中, 最后可得弯道横向环流流速表达式为:

$$v_r = \frac{v_{cp} H}{r} \left[89.7 \left(1 + \frac{g}{k^2 c^2} \right) \eta^{1.86} - 77.8 \eta^{2.14} - \frac{1944}{k^2 c^2} \eta^{0.86} + \frac{732.6}{c^2 k^2} - 6.7 \right] \quad (21)$$

2 公式验证

利用罗索夫斯基水槽资料^[7]和张红武大型模型资料对罗氏公式(丁君松近似)、孙东坡公式以及本文改进公式进行验证(图1)。

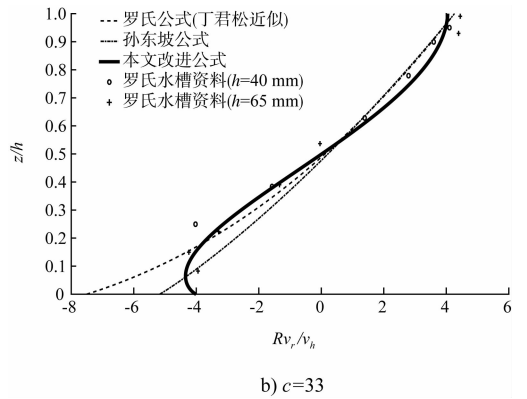
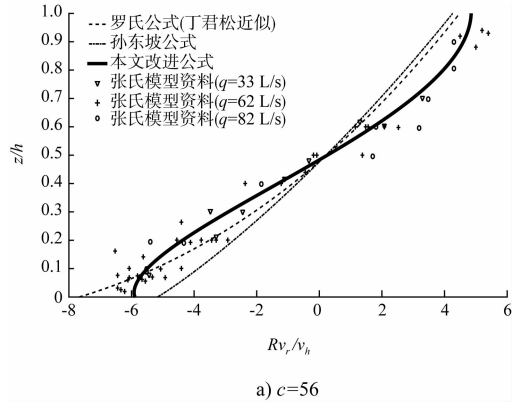


图 1 各家公式与实测值对比

由图1可以看出无论在光滑条件(C值较大)和粗糙条件(C值较小)下, 本文改进公式在近底部的模拟上较罗氏、孙氏公式具有明显的优势, 且在中上部也能与实测数据很好吻合, 而且公式能够随谢才系数的改变做出相应的调整, 证明了本文改进公式的合理性和较好的适应性。

根据实测资料和公式计算值, 对各家公式在光滑床面和粗糙床面的上部、中部以及近底部进行偏离度的计算(表1)。

通过上述对比可以看出, 本文改进公式在上、中、下部的偏差都在接受范围之内, 尤其在近底部与实测资料拟合度非常高, 符合定性、定量分析, 显示出改进公式的通用性。

表1 各家公式与模型资料验证

谢才系数	相对水深 η	偏离度/%		
		罗氏公式 (丁君松近似)	孙东坡公式	本文改进公式
56	0.90	-19.5	-31.4	-2.17
	0.40	-55.5	-63.8	-19.4
	0.03	19.0	-20.6	-7.9
33	1.00	-5.6	-5.6	-8.9
	0.39	-31.5	-94.5	1.4
	0.08	39.6	4.0	9.1

3 结论

本文分析了孙东坡公式在横比降和横向切应力计算上的缺陷并进行以下改进：1) 计算罗索夫斯基横比降公式并替换孙东坡横比降公式；2) 考虑纵向流速的影响重新构架普朗特湍流横向切应力；3) 重新推导横向环流流速公式；4) 对新公式进行验证并与其他各家公式进行比较。

改进公式不仅在光滑、粗糙床面的计算值与实测资料吻合较好，在近底部模拟上相对原公式更能显示出优势。且公式能够随谢才系数

的改变做出相应调整，显示出本文改进公式的通用性。

参考文献：

- [1] 王平义. 弯曲河道动力学[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1995: 65-71.
- [2] 罗索夫斯基. 弯道水流的研究[J]. 尹学良, 译. 泥沙研究, 1958(1): 83-95.
- [3] Engelund F. Flow and bed topography in channel bends[J]. J of the Hydraulics Division, 1976, 102 (HY9): 1 327-1 342.
- [4] Odgaard A J. Meander flow model. I: Development[J]. J of Hyd Eng, 1986, 112(12): 1 117-1 136.
- [5] 孙东坡, 朱歧武, 张耀先, 等. 弯道环流流速与泥沙横向输移研究[J]. 水科学进展, 2006(1): 61-66.
- [6] 张红武. 弯道环流分布规律的研究现状[J]. 泥沙情报, 1986(4): 1-4.
- [7] 罗索夫斯基. 天然河流的横向流动[J]. 张定邦, 译. 港工航道译丛, 1964(4): 25-26.

(本文编辑 武亚庆)

(上接第24页)

参考文献：

- [1] 王学昌, 孙长青, 赵可胜. 连云港近岸海域物理自净能力研究及水质预测—I. 西大堤工程对潮流场的影响[J]. 青岛海洋大学学报, 1994(S1): 161-167.
- [2] 孙长青, 孙英兰, 赵可胜, 等. 连云港近岸海域物理自净能力研究及水质预测—II. 连云港近岸海域水质预测[J]. 青岛海洋大学学报, 1994(S1): 168-173.
- [3] 赵可胜, 姜安刚, 王学昌. 连云港近岸海域物理自净能力研究及水质预测—III. 西大堤建成后对物质运输的影响[J]. 青岛海洋大学学报, 1994(S1): 174-179.
- [4] 王金华, 章卫胜, 高正荣, 等. 连云港港水质现状评价及主要污染物分析[J]. 水道港口, 2015(2): 161-166.
- [5] 王兴刚, 董敏, 熊伟. 连云港港主体港区水交换三维数值模拟[J]. 水运工程, 2015(4): 92-99.
- [6] 韩卫东, 张玮, 陈祯, 等. 环抱式港池水体交换效果影响因素研究[J]. 科学技术与工程, 2015(9): 258-265.
- [7] Wang J H, Shen Y M. Development and validation of a three-

- dimensional, wave-current coupled model on unstructured meshes[J]. Science China-Physics Mechanics & Astronomy, 2011, 54(1): 42-58.
- [8] Galperin B, Kantha L H, Hassid S, et al. A quasi-equilibrium turbulent energy model for geophysical flows[J]. Journal of the Atmospheric Sciences, 1988, 45(1): 55-62.
- [9] Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment[J]. Monthly Weather Review, 1963, 91(3): 99-164.
- [10] Levitus S, Boyer T P. World ocean atlas 1994, volume 4: Temperature [R]. Washington DC, US: Department of Commerce, 1994.
- [11] Levitus S, Burgett R, Boyer T P. World ocean atlas 1994, volume 3: Salinity[R]. Washington DC, US: Department of Commerce, 1994.

(本文编辑 郭雪珍)