



# 响水海域双峰谱型海浪的统计分析

高晨晨, 陈国平, 尹亚军

(河海大学 港口海岸与近海工程学院 海岸灾害及防护教育部重点实验室, 江苏 南京 210098)

**摘要:** 对收集到的响水海域实测双峰谱型海浪资料进行谱分析和统计分析, 探讨了双峰谱型海浪的波高分布、周期分布以及波高与周期的联合分布, 认为用单峰谱型海浪的研究成果来描述双峰谱型海浪已不再适宜, 并根据响水海域实测波浪资料, 提出了双峰谱型海浪的波高、周期的经验分布式。通过对双峰谱型海浪资料进行谱分析, 计算了若干与谱宽有关的波谱参量, 并与合田良实的实测结果进行对比。最后还对双峰谱型海浪的谱特征值与跨零特征值进行了比较, 认为对于双峰谱型海浪, 由谱法计算的有效波高与由跨零法计算的有效波高相差不大; 而对于平均周期, 谱法要略小于跨零法。

**关键词:** 双峰谱; 海浪; 谱分析; 统计特征; 响水海域

中图分类号: TV 139.2<sup>+</sup>1

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2016)03-0023-06

## Statistical analysis of sea waves with double-peaked spectra in Xiangshui sea area

GAO Chen-chen, CHEN Guo-ping, YIN Ya-jun

(Key Laboratory of Coastal Disaster and Defence Ministry of Education, College of Harbor,  
Coastal and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** The spectrum and statistical analysis are made of measured wave data with double-peaked spectra in the Xiangshui sea area. By investigating the wave heights probability distributions, the period probability distributions and the joint probability distributions of wave heights and periods of sea waves with double-peaked spectra, we know that sea waves with single-peaked spectra turn out to be not suitable for describing sea waves with double-peaked spectra. On the basis of measured wave data with double-peaked spectra in the Xiangshui sea area, we propose empirical probability distributions of wave heights and periods of sea waves with double-peaked spectra. Some spectral parameters related to the spectral width are calculated through spectrum analysis and compared with those of Goda's field observation. Furthermore, the spectral characteristic values of sea waves with double-peaked spectra are compared with the statistical ones, and we find that there is only little difference between the significant wave height calculated by the spectrum method and the one calculated by the zero-crossing method; and the mean period calculated by spectrum period is a little bit smaller than that calculated by the zero-crossing method.

**Keywords:** double-peaked spectra; sea wave; spectrum analysis; statistical characteristic; Xiangshui sea area

海浪是一种随机波, 其运动规律十分复杂, 仅通过简单的规则波动不能充分描述它, 为此必须引入海浪频谱的概念, 从能量的角度对其进行描述。大量的海上观测资料表明, 纯风浪和纯涌浪出现的机会很小, 大部分情况下风浪和涌浪同时存在, 此时的海浪频谱极有可能出现双峰甚至多峰。目前

对单峰谱海浪的研究较多, 对双峰谱的研究则相对较少。因此, 根据实测双峰谱型海浪资料, 对其统计性质进行研究, 具有十分重要的意义。

### 1 资料选取与处理

本文采用的实测波浪数据为江苏响水近海波

浪站 2011 年 1 月至 2012 年 1 月共计 13 个月的观测资料。响水近海波浪观测站位置见图 1 (纬度  $34^{\circ}26.2'N$ , 经度  $120^{\circ}06'E$ )。观测站海图水深约 8.4 m、离岸约 8 km, 其 NE-E-SE 向为开敞黄海海区, 海域面积开阔, 无岛屿等障碍物掩护, 能观测到多个方向的波浪, 实测资料的代表性较好。观测仪器采用测波浮标, 每 1 h 进行一次观测, 每次连续记录 1 024 s, 采样时间间隔为 0.25 s, 每份资料采样总数为 4 096 个。

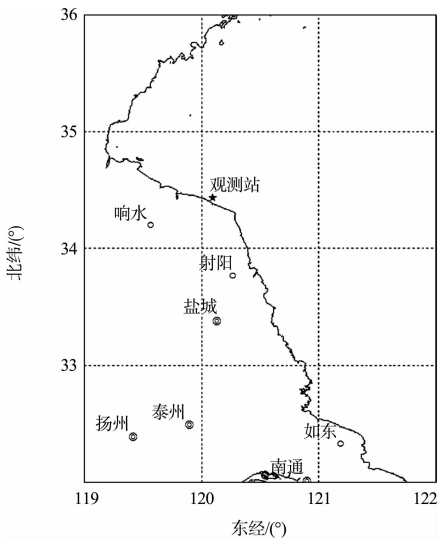


图 1 观测站位置

本文从观测时间段内收集的 9 264 份波浪实测资料中挑选出波高较大的进行谱分析, 再进一步从中筛选出谱型明显呈现双峰的 64 份资料作为分析对象。资料选取的原则是: 1) 有效波高  $H_s$  不小于 0.6 m; 2) 观测资料连续记录的时间长度为 1 024 s (即不存在漏测情况); 3) 波谱主峰与次峰的谱峰频率间隔  $\Delta f \geq 0.10$  Hz; 4) 波谱的次峰谱值不小于主峰谱值的 30%, 且两峰之间的谷谱值不大于次峰谱值的 60%。

在波浪资料的统计过程中, 采用上跨零点法定义波高和周期, 谱分析方法采用目前常用的快速傅里叶变换方法 (FFT), 平滑窗选用汉明窗。

## 2 双峰谱型海浪的统计特征

### 2.1 波高分布

国内外关于波高分布的研究较多。Longuet-

Higgins<sup>[1]</sup> 基于线性和窄谱假定, 在波面高度遵循正态分布的前提下, 利用包络线理论推导出波高服从 Rayleigh 分布。Forristall<sup>[2]</sup> 基于墨西哥湾中 8 个测站共计 116 h 的飓风浪实测资料, 采用 Weibull 分布拟合波高分布, 其结果十分理想。格鲁霍夫斯基根据 20 世纪 50 年代在里海和波罗的海进行的系统现场观测, 考虑水深对波高分布的影响, 引入浅水因子  $H^*$ , 得到了同时适用于深水和浅水的波高分布经验公式。该公式采用 Weibull 分布的形式, 虽然无法从理论上对其予以推导, 但因其与实际资料吻合较好, 且在  $H^*=0$  处能与 Rayleigh 分布衔接, 故被广泛接受。张炳根等<sup>[3]</sup>、Bitner 等<sup>[4]</sup> 考虑了海浪非线性对波高分布的影响。Bitner 进一步把经过推导得到的非线性波高分布与 Rayleigh 分布和浅水格鲁霍夫斯基分布进行了比较。就比较结果来说, Bitner 理论的优越性尚不明显。总体而言, 现有的非线性波高分布公式结构复杂、计算麻烦, 目前很少采用。

上述波高分布的研究主要是针对单峰谱型海浪而言的, 而对双峰谱型海浪的波高分布研究相对较少。本文对收集到的实测双峰谱型海浪资料进行统计分析, 得到无因次波高  $H/\bar{H}$  不小于某一给定值的概率, 见图 2 中的小圆点。这些数据点可以用 Weibull 分布拟合, 即:

$$F(H) = \exp \left[ - \frac{1}{\beta} \left( \frac{H}{\bar{H}} \right)^\alpha \right] \quad (1)$$

其中  $\alpha = 2.271$ ,  $\beta = 1.311$ 。

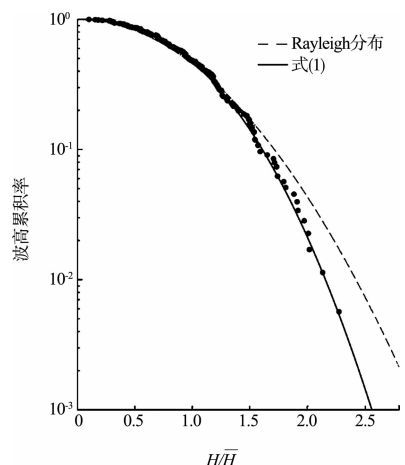


图 2 波高累积率理论值与实测值的比较

图 2 中的虚线代表 Rayleigh 分布, 实线代表式(1)。式(1)对应的概率密度为:

$$f(H) = -\frac{dF(H)}{dH} = 1.733 \left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^{1.27} \exp\left[-0.763 \left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^{2.27}\right] \quad (2)$$

图 3 为双峰谱型海浪波高分布概率直方图及其概率密度曲线。从图 3 可以看到, 波高分布呈现明显的不对称性。式(2)代表的 Weibull 分布曲线上概率密度最大值对应的波高  $H_m$  可利用求极值的条件  $df(H)/dH=0$  求得, 即

$$H_m \approx 0.87\bar{H} \quad (3)$$

式(3)表明概率密度最大值对应的波高并不是平均波高, 而要比平均波高略小, 这与单峰谱型海浪波高的分布规律是一致的, 但波高服从 Rayleigh 分布时的  $H_m$  仅为  $0.8\bar{H}$ , 可见双峰谱型海浪最大出现率对应的波高  $H_m$  有向平均波高  $\bar{H}$  靠近的趋势。

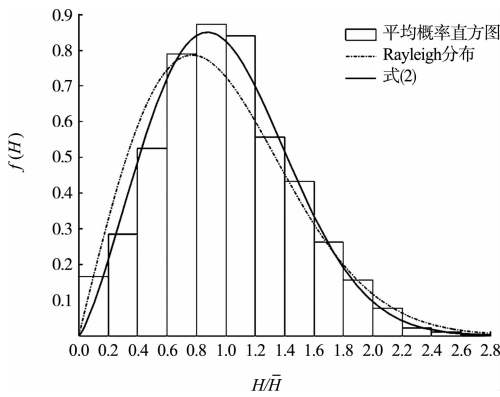


图 3 双峰谱型海浪波高分布

此外, 由图 3 可知, Rayleigh 分布在最大出现率附近给出的概率密度明显偏低, 且对于波高大于  $1.8\bar{H}$  的大波, Rayleigh 分布给出的概率密度稍有偏大。由此可见, 对于双峰谱型海浪的波高分布, 用 Rayleigh 分布进行描述已不再适宜。实测双峰谱型海浪的波高分布可用式(2)所示的拟合经验分布描述。

### 2.2 周期分布

20 世纪 70 年代中期, Longuet-Higgins<sup>[5]</sup> 根据谱的概念, 同样基于线性和窄谱假定, 导出了一种与平均周期  $\bar{T}$  和谱宽参量  $\nu$  有关的理论周期分

布。由于 Longuet-Higgins 理论是以窄谱为前提的, 且认为波高与周期相互独立, 故在谱宽参量  $\nu$  及相关系数  $R(H, T)$  较小的情形下, 理论与实测符合良好。但该分布存在一个明显缺陷, 即在周期为零时, 其概率密度不为零。孙孚<sup>[6]</sup> 基于线性海浪模式及波动的射线理论, 导出了一种较为简单的周期与波高的联合分布, 再将联合分布密度对无因次波高  $x$  自 0 至  $+\infty$  积分, 得到周期概率密度分布。虽然孙孚给出的周期分布克服了 Longuet-Higgins 理论的缺陷, 但同 Longuet-Higgins 理论一样, 在运用时除了计算平均周期  $\bar{T}$  外, 还要计算谱宽参量  $\nu$ , 与早期提出的半经验周期分布相比, 手续较为繁琐。

早在 20 世纪 50 年代, 不少学者就对海浪周期进行了广泛的观测和讨论, 提出了不少半经验周期分布, 其中尤以 Bretschneider 的成果为代表。Bretschneider<sup>[7-8]</sup> 依据观测资料的分析结果, 指出波长  $L$  服从 Rayleigh 分布, 由此得到半经验性的周期分布函数:

$$F(T) = \exp\left[-\Gamma^4\left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^4\right] \quad (4)$$

式(4)与上述理论周期分布相比, 虽未反映出谱宽参量  $\nu$  对周期分布的影响, 但在运用此式时, 仅需计算平均周期  $\bar{T}$ , 因此被广泛应用于工程实践。

也有学者指出, 式(4)中的指数不应取 4, 而应比 4 小。参考前人的经验, 根据现有的实测资料, 以 Weibull 分布

$$F(T) = \exp\left[-\Gamma^k\left(\frac{k+1}{k}\right)\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^k\right] \quad (5)$$

来拟合待定参数  $k$ , 得到经验周期分布

$$F(T) = \exp\left[-0.655\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^{3.5}\right] \quad (6)$$

依式(6)可得到周期的概率密度函数

$$f(T) = -\frac{dF(T)}{dT} = 2.293 \frac{T^{2.5}}{\bar{T}^{3.5}} \exp\left[-0.655\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^{3.5}\right] \quad (7)$$

图 4 为双峰谱型海浪周期分布概率直方图及其概率密度曲线。由图 4 可以看到, 与波高分布

相比, 实测海浪的周期分布范围较窄, 且几乎是对称的, 因此可以认为出现概率最多的周期就是平均周期。这一规律与单峰谱型海浪是相符的。此外, Bretschneider 周期分布在最大出现率附近给出的概率密度明显偏大, 而式(7)的 Weibull 分布与实测周期统计分布符合良好。因此, 可以用式(7)来描述实测双峰谱型海浪的周期分布。

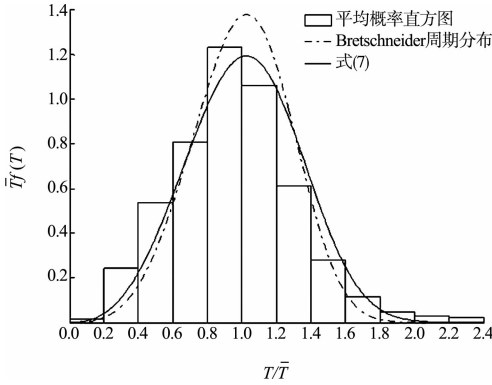


图4 双峰谱型海浪周期分布

### 2.3 波高与周期联合分布

实际工作中常常希望了解某一累积率波高对应的最可能的平均周期或可能周期的范围, 这就需要了解波高与周期的联合分布。

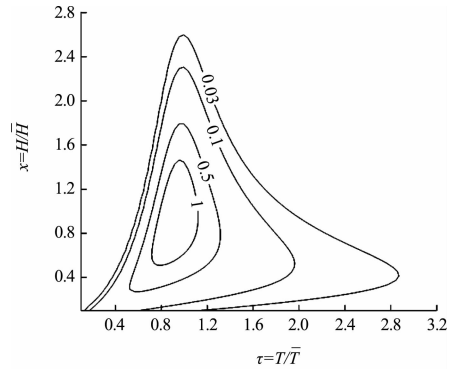
过去一些研究者<sup>[8]</sup>认为波高和周期是两个相互独立的随机变量, 根据随机变量独立性假定, 将波高概率密度和周期概率密度直接相乘, 即可得到波高与周期的联合概率密度。另有一些研究者<sup>[9]</sup>认为, 波高与周期并非完全独立, 特别是对于小比值的  $H/\bar{H}$  和  $T/\bar{T}$ , 两者显著相关。

目前已有一些从理论上推导得到的波高与周期的联合概率分布函数。20世纪70年代中期, Longuet-Higgins<sup>[5]</sup>基于载波的概念, 在窄谱假定下, 最先给出了一种仅与谱宽参量  $\nu$  有关的波高与周期的联合分布, 该分布相对于无因次周期  $\tau = 1$  对称。合田良实<sup>[10]</sup>依观测资料作出的窄谱情形下波高与周期的联合分布图表明, 波高与周期的分布是不对称的。20世纪80年代初, Longuet-Higgins<sup>[11]</sup>通过引入归一化因子对其早期推导出的对称性分布进行了修正, 但由此得到的波高边缘分布已不服从 Rayleigh 分布, 周期与波高相互独立的

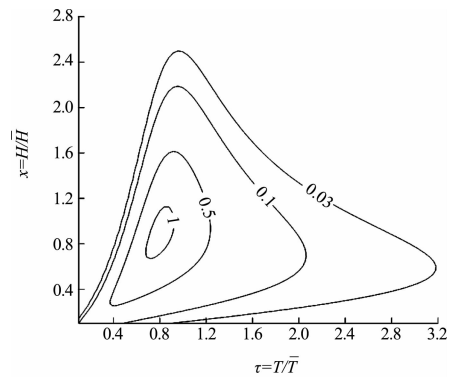
假设也与实测资料不符。孙孚<sup>[6]</sup>依据线性海浪模式及波动的射线理论推导出了一种较为简单的波高与周期的联合分布, 即孙孚公式:

$$f(x, \tau) = \frac{\pi x^2}{4\nu\tau^2} (1 + e^{-\frac{\pi x^2}{\nu^2\tau}}) \exp\left\{-\frac{\pi x^2}{4} \left[1 + \frac{1}{\nu^2} \left(\frac{1}{\tau} - 1\right)^2\right]\right\} \quad (8)$$

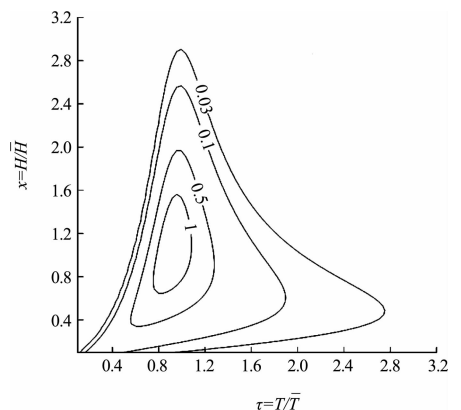
图5为 Longuet-Higgins 非对称性分布与孙孚公式的比较。由图5可以看出, 孙孚给出的分布与 Longuet-Higgins 非对称分布差别不大, 可以认为两者几乎具有同等的效益, 但由孙孚公式导出的波高边缘分布仍服从 Rayleigh 分布, 因而在线性意义概念下较 Longuet-Higgins 的非对称分布更为合理。



a) Longuet-Higgins  $\nu=0.3$



b) Longuet-Higgins  $\nu=0.5$



c) 孙孚  $\nu=0.3$

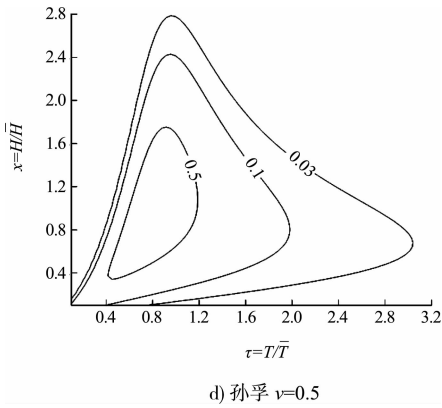


图5 波高与周期的理论联合分布

上述从理论上推导得到的波高与周期联合概率分布函数都是基于单峰谱型海浪而言的。对双峰谱型海浪波高与周期联合分布的研究不多, 因此希望从实际资料中找到双峰谱型海浪波高与周期的联合分布规律。

本文所采用实测资料的谱宽参量  $\nu$  在 0.499 ~ 0.679。图6为谱宽参量  $\nu=0.5$  及  $\nu=0.6$  情形下, 实测波高与周期的联合分布。在对实测资料进行统计时, 取组距  $\Delta H/\bar{H} = \Delta T/\bar{T} = 0.2$ 。

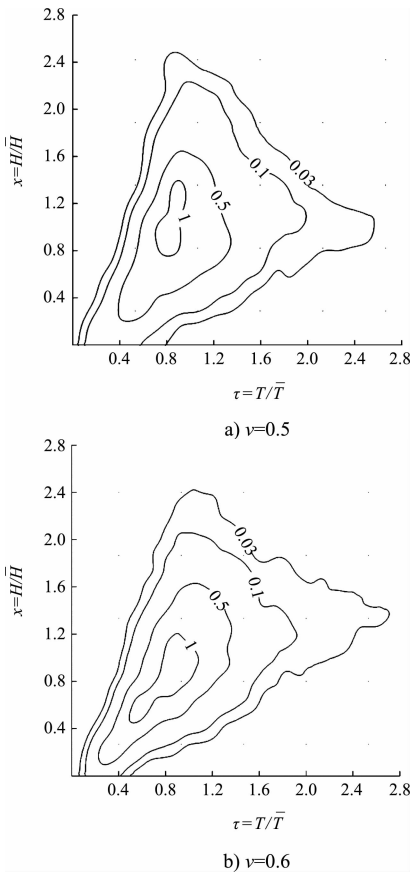


图6 实测波高与周期的联合分布

对比图5、6可以看到, 实测波高与周期的联合分布与理论结果相比有较大差异, 实测图形在外观上接近于一个三角形, 并且具有明显的不对称性。大波对应的无因次周期分布范围明显比理论结果要宽, 最大波对应的无因次周期在 1.0 左右, 这也意味着并非波高越大, 对应的波周期越大。大周期及最大周期对应的无因次波高较理论结果相比也有显著增大, 这可能是由于从单峰谱向双峰谱谱型变异造成的。

## 2.4 波谱参量及谱特征值与跨零特征值的比较

### 2.4.1 波谱参量

进行海浪统计分析时, 常常涉及谱宽度的概念。谱宽度反映波浪能量集中的程度: 宽谱表明能量分散, 窄谱表明能量集中。目前已有多种定义谱宽度的方式, 且通常采用谱矩进行计算。最常用的一种谱宽参量定义如下:

$$\varepsilon = \left( 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \right)^{1/2} \quad (9)$$

另一种较为常用的表征谱宽度的参量定义如下:

$$\nu = \left( \frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (10)$$

式中:  $m_0$ 、 $m_1$ 、 $m_2$  和  $m_4$  分别为谱  $S(\omega)$  相对于坐标原点的零阶矩、一阶矩、二阶矩和四阶矩。

另一方面, 合田良实引入参量

$$Q_p = \frac{2}{m_0^2} \int_0^{+\infty} f S^2(f) df \quad (11)$$

来表征谱的尖锐程度, 称为尖度, 大尖度对应小谱宽。

本文就选取的 64 组实测波浪记录计算了相应的波谱参量, 结果列于表 1。

表1 实测波谱参量平均值与标准差

谱参量	本文实测值	合田实测值
$\varepsilon$	0.848 (0.029)	0.854 (0.062)
$\nu$	0.644 (0.078)	0.557 (0.090)
$Q_p$	1.799 (0.210)	1.993 (0.517)

注: 括号外数字为实测资料对应项目的平均值, 括号内数字为其标准差。

### 2.4.2 谱特征值与跨零特征值比较

图7、8为实测双峰谱型海浪的谱特征值与跨零特征值的比较。可以看出, 就本文收集的资料而言, 由两种方法算出的有效波高的相关性很

好, 相关系数达到 0.992, 标准差为 0.047; 平均周期的相关性稍逊, 相关系数为 0.873, 标准差为 0.040。此外, 波高的分布范围较宽, 而波周期的分布范围明显要窄得多, 主要集中在 4 ~ 6 s, 这也在一定程度上反映了周期的确是一个较为保守的量。

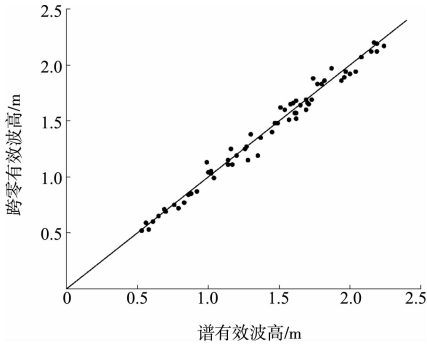


图7 谱有效波高与跨零有效波高比较

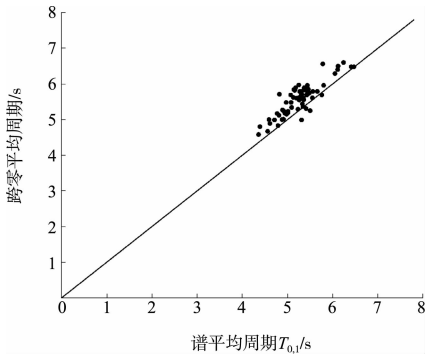


图8 谱平均周期与跨零平均周期比较

### 3 结论

1) 笔者收集的实测双峰谱型海浪过程统计资料表明, 双峰谱型海浪最大出现率对应的波高  $H_m$  有向平均波高  $\bar{H}$  靠近的趋势; 用 Rayleigh 分布描述实测双峰谱型海浪过程已不再适宜; 对于响水海域, 可用经验 Weibull 分布式(2)较好地描述双峰谱型海浪的波高分布。

2) 与波高分布相比, 实测双峰谱型海浪的周期分布范围明显较窄, 且几乎是对称的; Bretschneider 周期分布在最大出现率附近给出的概率密度明显偏大, 而经验 Weibull 分布式(7)与实测周期统计分布符合良好。因此, 可以用式(7)来描述实测双峰谱型海浪的周期分布。

3) 实测双峰谱型海浪的波高与周期联合分布与理论结果相比差异较明显。实测图形在外观上

接近于一个三角形, 并且具有明显的不对称性。大波对应的无因次周期分布范围明显比理论结果要宽, 最大波对应的无因次周期在 1.0 左右。大周期及最大周期对应的无因次波高较理论结果相比也有显著增大, 这可能是由于从单峰谱向双峰谱谱型变异造成的。

4) 就本文涉及的实测资料而言, 由谱法计算的有效波高与由跨零法计算的有效波高相差不大; 而对于平均周期, 谱法要略小于跨零法。

### 参考文献:

- [1] Longuet-Higgins M S. On the statistical distribution of the heights of sea waves[J]. J Mar Res, 1952(11):245-266.
- [2] Forristall G Z. On the statistical distribution of wave heights in a storm[J]. Journal of Geophysical Research Oceans, 1978, 83(5):2 353-2 358.
- [3] 张炳根, 沈毓毅. 关于海浪分布的一种非正态模式[J]. 山东海洋学院学报, 1979 (1): 46-50.
- [4] Bitner E M. Non-linear effects of the statistical model of shallow-water wind waves [J]. Applied Ocean Research, 1980(2): 63-73.
- [5] Longuet-Higgins M S. On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves [J]. Journal of Geophysical Research, 1975, 80(18): 2 688-2 694.
- [6] 孙孚. 海浪周期与波高的联合分布[J]. 海洋学报, 1988, 10(1): 10-15.
- [7] Bretschneider C L. Wave variability and wave spectra for wind generated gravity waves [R]. USA: Beach Erosion Board, 1959.
- [8] Bretschneider C L. A one-dimensional gravity wave spectrum [J]. Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts, 1965, 12(1): 41-56.
- [9] Chakrabarti S K, Cooley R P. Statistical distribution of periods and heights of ocean waves[J]. Journal of Geophysical Research Atmospheres, 1977, 82(9): 1 363-1 368.
- [10] 合田良实. 波浪观测记录による周期と波高结合分布の解析[R]. 日本: 运输省港湾技术研究所, 1977: 1-19.
- [11] Longuet-Higgins M S. On the joint distribution of wave periods and amplitudes in a random wave field [J]. Proceedings of the Royal Society A, Mathematical Physical & Engineering Sciences, 1983(10): 241-258.