



气浮箱型结构在有限水深中的波浪力研究*

周建忠¹, 刘宪庆²

(1. 后勤工程学院 军事供油工程系, 重庆 401311; 2. 后勤工程学院 军事工程管理系, 重庆 401311)

摘要: 以箱型气浮结构为例, 通过气体绝热方程考虑气体的压缩性对气-水界面处的非线性边界条件进行推导, 基于二维势流理论通过特征函数展开和匹配渐进法建立了结构波浪力求解的解析解, 对不同水深宽度比、不同吃水情况下的波浪力的幅频变化规律进行讨论。结果表明: 随着吃水的增加, 结构的水平波浪力呈增加的趋势, 结构的垂向波浪力和波浪力矩呈下降的趋势; 随着水深的增加, 结构的波浪力呈下降的趋势, 垂向波浪力引起的波浪力矩变化比水平波浪力引起的波浪力矩变化明显。

关键词: 气浮结构; 特征函数; 波浪力; 箱型

中图分类号: P 752

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2015)06-0017-05

Wave forces for air-floating rectangular box in finite water depth

ZHOU Jian-zhong¹, LIU Xian-qing²

(1. Department of Military Oil Supply Engineering, Logistical Engineering University of PLA, Chongqing 401311, China;

2. Department of Engineering, Logistical Engineering University of PLA, Chongqing 401311, China)

Abstract: Taking an air-floating rectangular box for example, we deduce the nonlinear boundary condition of air-water interface at the structure bottom considering air compressibility through adiabatic equation. Based on the 2-D potential flow theory using the analytical solution of eigenfunction expansion and progressive matching method, we investigate the amplitude frequency of wave forces with different water depth-width ratios and different drafts. It is shown that the horizontal wave force increases with draft increasing, but the vertical wave force and the moment declines with the increase of the draft; Wave forces decrease with the increase of the water depth, and the change of wave moment caused by vertical wave forces is more obvious than that caused by horizontal wave forces.

Keywords: air float structure; eigenfunction; wave force; rectangular box

传统的海洋结构物从浮式平台到船舶结构, 都是底部封闭的刚底结构, 随着海上油气以及海上能源(风能、波浪能、潮汐能等)开采利用的多样化发展以及经济效益、环境效益和社会效益的综合考虑, 传统浮体的实用性越来越受到限制。在这种形势下, 具有陆地预制、自浮拖航、负压下沉等优点的气浮结构应运而生^[1-3]。这种结构已经在边际油田的开发、防波堤以及海上风力发电等领域被采用^[4-9]。自浮拖航作为气浮结构的关键技术之一, 在结构进出船坞、在位施工的沉浮、

拖航入水的过程中, 都涉及到海洋环境荷载和结构的相互作用问题。波浪是引起海洋结构物运动的主要荷载之一, 因此, 研究作用在气浮结构上的波浪力是很有必要的。

传统海洋结构物波浪力计算方法: 对于规则形状主要从结构尺度上采用 Morison 方程 ($D/L < 0.1$)、二维绕射理论 ($D/L > 0.2$) 和根据 Froude-Krylov 假定得到的波浪力, 对于不规则形状主要采用二维源分布法和有限元法进行求解^[10-12]。对传统海洋构筑物波浪力计算已经很成熟, 而对于气浮

收稿日期: 2014-09-23

*基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目 (2012AA051705)

作者简介: 周建忠 (1971—), 男, 讲师, 从事油料安全与技术研究。

结构考虑其底部气-水交界面的非线性条件的波浪力计算还缺乏研究, 本文将箱型气浮结构的波浪力基于二维微幅波理论采用特征函数展开和匹配渐进法求解, 进而分析了不同水深、吃水下箱型气浮结构的横荡、垂荡以及纵摇方向上的波浪力变化规律。

1 问题描述

设在理想流体中, 建立如图 1 所示的直角坐标系 $oxyz$, oz 轴垂直向上, ox 轴位于静水面上, 考虑在均匀水深 d 中, 固定在水面处吃水为 T 、宽度为 $2B$ 的气浮方箱, 且 $S = d - T$, 在 oy 轴方向假定为无限延伸的, 且 oyz 平面与中垂面重合, 将结构的左半部划分为 Ω_1 和 Ω_2 两个区域。

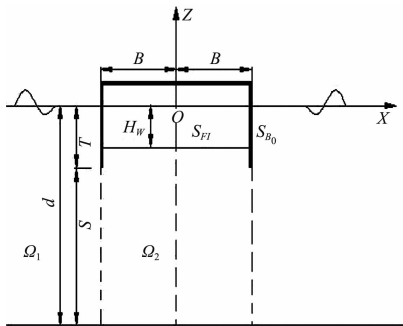


图 1 水面气浮方箱流域划分

流体中速度势 $\varphi(x, z)$ (Ω_1 区域速度势为 $\varphi_1(x, z)$, Ω_2 区域速度势为 $\varphi_2(x, z)$) 分别满足 Laplace 方程(1)、自由表面条件(2)、水底边界条件(3)、物面条件(4):

$$\begin{cases} \nabla^2 \varphi_1(x, z) = 0 \\ \nabla^2 \varphi_2(x, z) = 0 \end{cases} \quad \text{域内} \quad (1)$$

$$-v\varphi_1(x, z) + \frac{\partial \varphi_1(x, z)}{\partial z} = 0 \quad (z=0, |x| > B) \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_1(x, z)}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \varphi_2(x, z)}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad z = -d \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi_1(x, z)}{\partial x} = 0 \quad |x| = B, -T \leq z \leq 0 \quad (4)$$

另外, 还满足散射波向外传播的远场条件。在流域 Ω_1 和 Ω_2 的界面处, 流体速度势和速度满足的连续条件分别为:

$$\varphi_1(-B, z) = \varphi_2(-B, z) \quad -d \leq z \leq -T \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_1(x, z)}{\partial x} \right|_{x=-B} = \left. \frac{\partial \varphi_2(x, z)}{\partial x} \right|_{x=-B} \quad -d \leq z \leq -T \quad (6)$$

对于内域 Ω_2 中, 令 $\Phi = \varphi e^{-i\omega t}$, 在界面 S_{FI} 处的动力学边界条件为:

$$p_c = -\rho g \left(H + \Xi + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) \quad (7)$$

$$\text{运动学边界条件为:} \quad \frac{\partial \Xi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (8)$$

式中: H 为结构内部气体的高度; Ξ 为内部波面; p_c 为结构内部气压。取式(7)的时间导数, 得到:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p_c}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

根据文献[13]描述, 气垫内的压力变化满足玻意耳-马略特定律, 得到:

$$\frac{\Delta p}{p_{cs}} = -\kappa \frac{\Delta V}{V_{cs}} \quad (10)$$

式中: p_{cs} 为气浮方箱内部气压; Δp 为气垫气压的变化量, $\Delta p = p_c - p_{cs}$; V_{cs} 为气垫平均体积; ΔV 为气垫体积变化量; κ 为绝热系数, 对于空气 $\kappa = 1.4$ 。

将式(9)代入式(8)得到:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\kappa p_{cs}}{\rho V_{cs}} \cdot \frac{\partial \Delta V}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

从而, 根据气浮结构运动和自由表面高程得到的相关的体积变化 ΔV 如下:

$$\Delta V = - \iint_{S_{FI}} \Xi \, dS \quad (12)$$

由于是在平面结构上的变化, 所以可以将 ΔV 等价于在 xoz 平面内面积的变化, 则:

$$\Delta V = -L \int_{-B}^B \Xi \, dx \quad (13)$$

式中: L 为结构长度。将式(8)和(13)代入式(11), 可以得到在 Ω_2 区域频域内的线性化的自由表面条件为:

$$-v\varphi_2 + \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} + \frac{\alpha}{A_{c0}} \int_{-B}^B \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \, dx = 0 \quad z = -T, |x| < B \quad (14)$$

式中: $A_{c0} = 2B$; $\alpha = \kappa \frac{P_{cs} A_{c0} L}{\rho g V_{cs}}$, 代表结构内部气体影响的无因次参数。

为了求解问题的方便, 将速度势分为对称速度势 $\varphi^s(x, z)$ (图 2) 和反对称速度势 $\varphi^a(x, z)$ (图 3),

对称解和反对称解相加后, 右侧的入射势将相互抵消掉。得到:

$$\varphi(x, z) = [\varphi^s(x, z) + \varphi^a(x, z)]/2 \quad (15)$$

$$\varphi^s(x, z) = \varphi^s(-x, z) \quad (16)$$

$$\varphi^a(x, z) = -\varphi^a(-x, z) \quad (17)$$

由于结构的对称性, 可以只在 $x < 0$ 的左半区域或者 $x > 0$ 的右半区域进行求解。

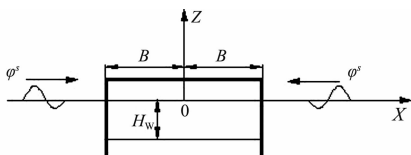


图 2 对称波与气浮方箱的作用

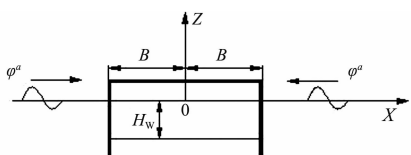


图 3 反对称波与气浮方箱的作用

1.1 对称解求解

在 Ω_1 区域将速度势展开成:

$$\varphi_1^s(x, z) = -\frac{igA}{\omega} \left\{ \left[e^{ik_0(x+B)} + A_0^s e^{-ik_0(x+B)} \right] \cdot Z_0(k_0 z) + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^s e^{k_m(x+B)} Z_m(k_m z) \right\} \quad (18)$$

式中: k_0 为方程 $\omega^2 = gk_0 \tanh(k_0 d)$ 的解; k_m 为本特征值, 为方程 $\omega^2 = -gk_m \tan(k_m d)$ 的正根 ($m \geq 1$); $Z_0(k_0 z) = \cosh[k_0(z+d)]/\cosh(k_0 d)$, $Z_m(k_m z) = \cos[k_m(z+d)]/\cos(k_m d)$ 。

将速度势在 Ω_2 区域分为通解和特解两部分, 表达形式为:

$$\varphi_2(x, z) = \varphi_{2,h}(x, z) + C\varphi_{2,p}(x, z) \quad (19)$$

在 Ω_2 区域的速度势通解展开成:

$$\varphi_{2,h}^s(x, z) = -\frac{igA}{\omega} \left\{ B_0^s \frac{\cos(\beta_0 x)}{\cos(\beta_0 B)} G_0(\beta_0 z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n^s \frac{\cosh(\beta_n x)}{\cosh(\beta_n B)} G_n(\beta_n z) \right\} \quad (20)$$

式中: β_0 为方程 $\omega^2 = g\beta_0 \tanh(\beta_0 S)$ 的解; β_n 为本特征值, 为方程 $\omega^2 = -g\beta_n \tan(\beta_n S)$ 的正根 ($n \geq 1$);

$$G_0(\beta_0 z) = \frac{\cosh[\beta_0(z+d)]}{\cosh(\beta_0 S)}, \quad G_n(\beta_n z) = \frac{\cos[\beta_n(z+d)]}{\cos(\beta_n S)}。$$

通过观察, 特解 $\varphi_{2,h}^s(x, z)$ 可以表示为:

$$\varphi_{2,h}^s(x, z) = -\frac{1}{v} \quad (21)$$

将式(19)代入式(14)得到:

$$C = -\frac{\alpha}{B} \left[B_0^s \tan(\beta_0 B) \tanh(\beta_0 S) - \sum_{n=1}^{\infty} B_n^s \tanh(\beta_n B) \tan(\beta_n S) \right] \quad (22)$$

根据 Ω_1 和 Ω_2 区域在 $x = -B$ 处的速度势连续条件(式(5))可得到:

$$(1 + A_0^s) Z_0(k_0 z) + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^s Z_m(k_m z) = B_0^s \left[G_0(\beta_0 z) + \frac{\alpha \tan(\beta_0 B) \tanh(\beta_0 S)}{vB} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} B_n^s \left[G_n(\beta_n z) - \frac{\alpha \tanh(\beta_n B) \tan(\beta_n S)}{vB} \right] \quad (23)$$

根据特征函数 $G_n(\beta_n z)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) 的正交性并对 z 积分后建立线性方程组:

$$\left\{ f_n^s \right\}_{N+1} + \left[a_{nm}^s \right]_{(N+1) \times (M+1)} \times \left\{ A_m^s \right\}_{M+1} = \left\{ b_{ij}^s \right\}_{(N+1) \times (N+1)} \times B_n^s \quad (24)$$

根据 $x = -B$ 处的速度连续条件(式(6))可得到:

$$(ik_0 - ik_0 A_0^s) Z_0(k_0 z) + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^s k_m Z_m(k_m z) = \begin{cases} 0 & -T < z \leq 0 \\ B_0^s \beta_0 \tan(\beta_0 B) G_0(\beta_0 z) - \sum_{n=1}^{\infty} B_n^s \beta_n \tanh(\beta_n B) G_n(\beta_n z) & -d < z \leq -T \end{cases} \quad (25)$$

根据特征函数 $Z_m(k_m z)$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) 的正交性并对 z 积分建立线性方程组:

$$\left\{ f_m^s \right\}_{M+1} + \left[a_{ij}^s \right]_{(M+1) \times (M+1)} \times \left\{ A_m^s \right\}_{M+1} = \left\{ b_{mn}^s \right\}_{(M+1) \times (N+1)} \times B_n^s \quad (26)$$

联立方程(24)和方程(26)可以得到展开系数 A_m^s 和 B_n^s 。

1.2 反对称解求解

在外域 Ω_1 上速度势的展开式同对称解的展开

式(18)相同。而在 Ω_2 区域上的速度势展开式为:

$$\varphi_2^a(x, z) = -\frac{igA}{\omega} \left\{ B_0^a \left[\frac{\sin(\beta_0 x)}{\sin(\beta_0 B)} G_0(\beta_0 z) + \frac{\alpha \tanh(\beta_0 S)}{\nu B} \cdot \frac{\cos(\beta_0 B) - 1}{\cos(\beta_0 B)} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} B_n^a \left[\frac{\sinh(\beta_n x)}{\sinh(\beta_n B)} G_n(\beta_n z) + \frac{\alpha \tanh(\beta_n S)}{\nu B} \cdot \frac{\cosh(\beta_n B) - 1}{\cosh(\beta_n B)} \right] \right\} \quad (27)$$

同对称解的求解方法类似, 由 $x = -B$ 处的速度势连续条件可以建立线性方程组:

$$\left\{ f_n^a \right\}_{N+1} + \left\{ a_{nm}^a \right\}_{(N+1) \times (M+1)} \times \left\{ A_m^a \right\}_{M+1} = \left\{ b_{ij}^a \right\}_{(N+1) \times (N+1)} \times B_n^a \quad (28)$$

由 $x = -B$ 处的速度连续条件和物面条件可以建立线性方程组:

$$\left\{ f_m^a \right\}_{M+1} + \left\{ a_{ij}^a \right\}_{(M+1) \times (M+1)} \times \left\{ A_m^a \right\}_{M+1} = \left\{ b_{nm}^a \right\}_{(M+1) \times (N+1)} \times B_n^a \quad (29)$$

联立方程组(28)和方程组(29)可以得到待定系数 A_m^a 和 B_n^a 。确定了对称和反对称的速度势后, 可以由方程(15)得到总的速度势。波浪对物体的作用力可由物面上的波浪压强沿着物面积分得到:

$$\mathbf{f} = \int_{S_B} p \mathbf{n} ds \quad (30)$$

式中: \mathbf{n} 为物面的单位法向矢量, 指向流体为正。应用线性化的伯努利方程, 代入速度势后, 得到波浪力各分量为:

$$F_x = i\omega\rho \int_{-T}^0 \varphi^a(-B, z) dz \quad (31)$$

$$F_z = i\omega\rho \int_{-B}^0 \varphi^s(x, -T) dx \quad (32)$$

$$M_y = i\omega\rho \left\{ \int_{-T}^0 \varphi^s(-B, z) z dz - \int_{-B}^0 \varphi^a(x, -T) x dx \right\} \quad (33)$$

2 模型建立及数据分析

作为算例, 选取参考文献[13]中的箱型气浮结构, 结构的长度为 250.0 m、宽度为 78.0 m、半宽 B 为 39.0 m、高度为 15.0 m、吃水 T 为 10.0 m、内外压力水头差 H_w 为 5.0 m。海洋波浪的周期范围主要集中在 5 ~ 25 s, 其圆频率范围大约为 0.3 ~ 1.25 rad/s。编制计算程序求解结构在不同圆

频率下受到的 x 、 z 方向的波浪力以及绕 y 轴的纵摇力矩, x 、 z 方向的波浪力和绕 y 轴的纵摇力矩分别以 $\rho g d A$ 和 $\rho g d B A$ 进行无因次化, 在级数计算中截取运算的前 300 项, 计算结果表明, 可以满足级数的收敛性。

2.1 不同吃水下波浪力计算结果

图 4 为水深为 30.0 m, 吃水分别为 8.0、10.0、12.0 m 情况下作用在气浮方箱上的水平、垂向波浪力和绕 y 轴转动的波浪力矩。

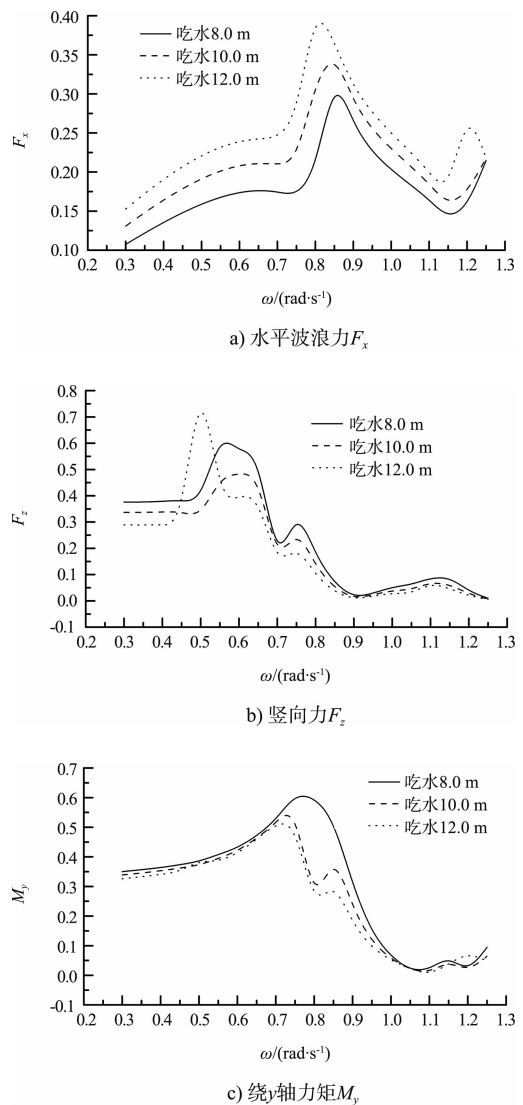


图 4 不同吃水下的波浪力计算结果

从图 4a) 可以看出, 在吃水一定的情况下, 水平波浪力随着入射波浪圆频率的增加呈现先增加后降低的趋势, 也就是说, 在计算的频率区段内算例中的结构波浪力能够得到最大值; 且随着吃水的增加, 结构承受的水平波浪力呈增加的趋

势。原因是吃水的增加导致结构的迎浪面积增加。

从图 4b) 可以看出, 在吃水一定的情况下, 结构垂向波浪力随入射波频率的增加呈现先增加后下降的趋势, 且随着吃水的增加, 垂向波浪力呈减小的趋势, 但是在频率区域 $0.4 \sim 0.6 \text{ rad/s}$ 时在 12 m 吃水时的波浪力呈增大的趋势。原因是由于吃水增加, 由入射波产生的内域内的速度势变小, 水质点的垂向速度降低。

从图 4c) 可以看出, 在吃水一定的情况下, 由入射波产生的绕 y 轴的波浪力矩入射波频率的增加呈先增加后降低的趋势, 而在不同的吃水下, 随吃水的增加呈降低的趋势, 且该结构在频率区段 $0.7 \sim 0.9 \text{ rad/s}$ 的变化趋势较其他频率区段明显, 这是因为波浪力矩是由水平波浪力、垂向波浪力分别积分得到, 且从图 4a) 和图 4b) 可以看出, 垂向波浪力在频率区段 $0.7 \sim 0.9 \text{ rad/s}$ 的变化明显且其数值大于水平波浪力, 也就是说, 在该频率区段内垂向波浪力引起结构的弯矩大于由水平波浪力引起的弯矩。

2.2 不同水深下波浪力计算结果

吃水为 10.0 m , 水深吃水比分别为 $2:1$ 、 $3:1$ 和 $4:1$ 情况下作用在气浮方箱上的水平、垂向波浪力和绕 y 轴转动的波浪力矩见图 5。从图 5a) 和图 5b) 可以看出, 随着水深的增加, 结构的水平

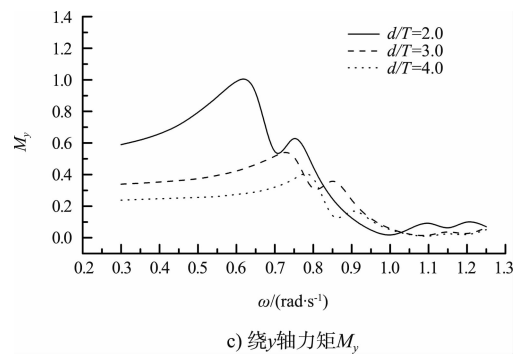


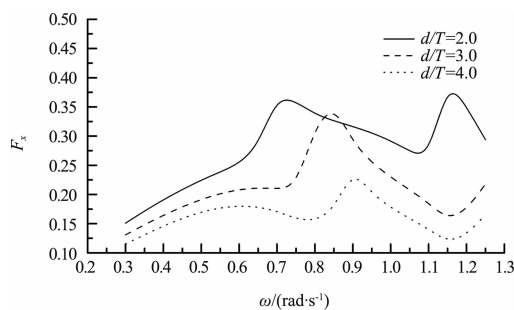
图 5 不同水深下的波浪力计算结果

波浪力、垂向波浪力呈下降的趋势, 原因是在有限水深情况下, 在流域内部相同位置质点的速度随水深增加呈下降的趋势。从图 5c) 可以看出, 随着水深的增加, 结构绕 y 轴的波浪力矩呈下降的趋势, 但是在频率区段为 $0.8 \sim 1.0 \text{ rad/s}$ 时呈增加的趋势, 且在频率区段 $0.3 \sim 0.7 \text{ rad/s}$ 的变化明显大于其他频率区段, 这是由于, 从计算结果来看, 同 2.1 中一样, 垂向波浪力是产生波浪力矩的主要作用, 在该频率区段内结构垂向波浪力的值远大于水平波浪力的值。

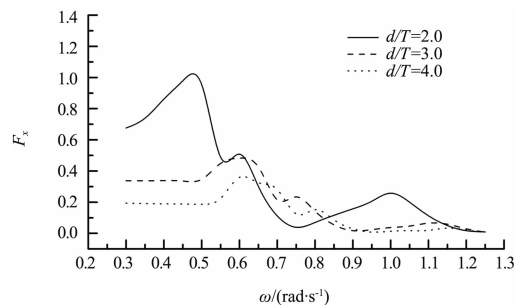
3 结论

气浮结构在波浪中的运动是结构-水-气体组成的复杂耦合作用系统, 而波浪力是引起结构运动的主要因素, 对于某些规则的结构形状, 在合理的假定下得到解析解将对实际工程具有非常重要的指导意义。本文基于二维微幅波理论采用匹配渐进法和特征函数展开, 得到了箱型气浮结构波浪力计算的解析方法, 并通过 MATLAB 编制计算程序, 对不同吃水、不同水深吃水比下的的水平、垂向波浪力和绕 y 轴转动的波浪力矩的幅频变化规律进行了分析。结果表明, 垂向波浪力在一定的圆频率区段内是引起波浪力矩的主要因素; 水深的增加和吃水的降低都能够引起结构波浪力的变大, 实际工程中, 根据施工地点的水深调整吃水的大小是降低波浪下响应的主要方法。本研究只对理想流体的波浪力进行了初探, 而对黏性流体下的实际波浪的三维模型有待进一步研究。

(下转第 25 页)



a) 水平波浪力 F_x



b) 竖向力 F_z