

考虑土拱效应的大圆筒外壁土压力计算方法

梁虹, 鲁子爱, 丁国莹

(河海大学 港口海岸与近海工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 在考虑土拱效应的基础上, 重新定义了大圆筒结构土压力计算的侧土压力系数, 并提出了计算大圆筒结构外壁土压力的新公式。该公式充分考虑了影响土压力的各因素, 如剪切力、内摩擦角、筒土摩擦角等。通过与试验结果比较可知, 公式与实测值符合较好。

关键词: 土拱效应; 大圆筒结构; 土压力; 侧土压力系数

中图分类号: TU 432

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2015)05-0197-05

Calculation method of earth pressure around large cylinders considering soil arch effect

LIANG Hong, LU Zi-ai, DING Guo-ying

(Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Considering the soil arch effect, we redefine the coefficient of lateral earth pressure acting on the cylinder structure and propose a new formula of earth pressure around the circle of large cylinders. The new formula takes full account of factors that affect the soil pressure, such as the shear stress, internal friction angle and tube soil friction angle. The comparison with experimental results show that the proposed method is in good agreement with the measured values.

Keywords: soil arch effect; large cylinder; earth pressure; coefficient of lateral earth pressure

大圆筒结构是我国近年来引入并开始推广的一种新型的港口、海洋结构形式, 一般是指直径在7 m以上的无底、无内隔墙的薄壁圆柱壳结构, 对软土地基和恶劣海况等复杂条件适应性强^[1]。但大圆筒结构的土压力计算方法尚未成熟, 阻碍了这种结构形式的进一步推广应用。本文着重研究大圆筒外壁土压力的平面分布规律。

目前广泛采用的大圆筒外壁土压力计算公式是列瓦切夫公式^[2], 该公式提出的前提是相邻筒体之间不存在相互影响, 筒体外壁土压力分布完全可以根据单个圆筒的情况加以考虑。但在工程实践和试验研究^[3]中均发现, 筒外填土在两个相邻的圆筒之间存在土拱效应, 这将会导致圆筒外

壁的土压力发生重分布^[4]。本文考虑土拱效应的影响, 推导了大圆筒外壁土压力的计算公式, 并给出了解析解。

1 计算模型

1.1 主应力偏转角

土拱是用来描述应力转移的一种现象, 该现象是通过土体抗剪强度的发挥实现的。太沙基^[5]通过著名的活动门试验证明了土拱的存在, 并提出了土拱存在的两个条件: 土体存在不均匀位移并且存在支撑的拱脚。圆筒后的土体在荷载作用下满足这两个条件, 因而在计算其土压力时需要考虑土拱的影响。

收稿日期: 2014-09-11

作者简介: 梁虹 (1990—), 女, 硕士研究生, 研究方向为港口工程结构。

Handy^[6]认为土拱效应可以用小主应力轨迹线描述,若结构拱向上凸,则小主应力拱凸向下方,该轨迹线的形状为悬链线(图1)。Harrop-Williams^[7]、蒋波等^[8]认为也可采用圆弧线描述小主应力的轨迹线,并且通过计算证明采用圆弧拱与悬链拱的差别不大。故本文采用圆弧拱,根据 Paik 等^[9]的研究成果,认为竖直挡墙上主应力的偏转角度 θ (图2) 可用下式计算:

$$\theta = \arctan \left[\frac{1 - K_a + \sqrt{(1 - K_a)^2 - 4 \tan^2 \delta K_a}}{2 K_a \tan \delta} \right] \quad (1)$$

其中

$$K_a = \sigma_3 / \sigma_1 = \tan^2 (\pi/4 - \phi/2) \quad (2)$$

式中: ϕ 为土体的内摩擦角; δ 是土体与挡墙的摩擦角。当 $\delta = \phi$ 时, $\theta = \pi/4 + \phi/2$ 。

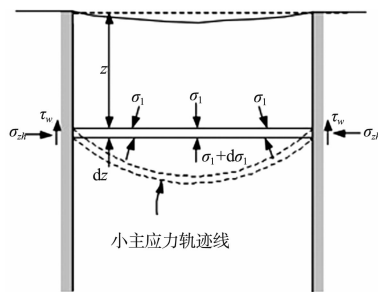


图1 小主应力轨迹线

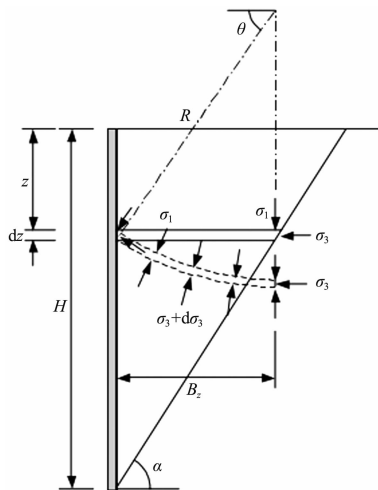


图2 主应力偏转角

1.2 圆筒结构的侧压力系数

取相邻圆筒间的微分土条进行受力分析(图3)。

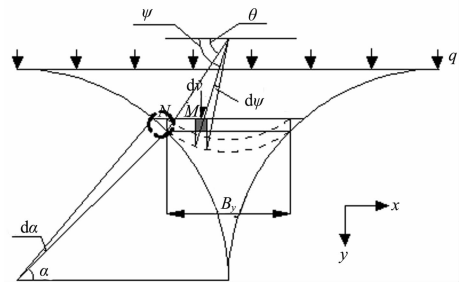


图3 圆筒侧土压力系数计算图示

作用于阴影部分上边缘 M 的 y 向力可以表示为:

$$dV = \sigma_v dA = \sigma_1 (\sin^2 \psi + K_a \cos^2 \psi) R d\psi \sin \psi \quad (3)$$

式中: σ_v 是作用于阴影部分的竖向应力; dA 是阴影部分的宽度。因 M 的方向与该点小主应力面的夹角为 ψ , 故

$$\sigma_v = \sigma_1 (\sin^2 \psi + K_a \cos^2 \psi) \quad (4)$$

作用于微分土条上的平均 y 向应力 $\bar{\sigma}_v$ 可以由作用于该土条上的总的 y 向力除以该土条的宽度 $B_y = 2R \cos \theta$ 得到, 其中 R 为圆弧拱的半径; θ 为主应力的偏转角度, 可由式(1)计算得到, 这里取 $\theta = \pi/4 + \phi/2$, 即:

$$\bar{\sigma}_v = V/B_y = \frac{\int_{\theta}^{\pi-\theta} \sigma_1 (\sin^2 \psi + K_a \cos^2 \psi) R \sin \psi d\psi}{2R \cos \theta} \quad (5)$$

经计算可得:

$$\bar{\sigma}_v = \sigma_1 \left(1 - \frac{1 - K_a}{3} \cos^2 \theta \right) \quad (6)$$

作用于 N 点的水平应力为 σ_h , 根据 Handy^[5]对侧向土压力系数 K_w 的定义:

$$K_w = \sigma_h / \bar{\sigma}_v = \frac{3 (\cos^2 \theta + K_a \sin^2 \theta)}{3 - (1 - K_a) \cos^2 \theta} \quad (7)$$

由于圆筒壁为圆弧状, 作用于圆筒上的土压力并非 σ_h 。取虚线圆内的三角形土体进行分析(图4)。

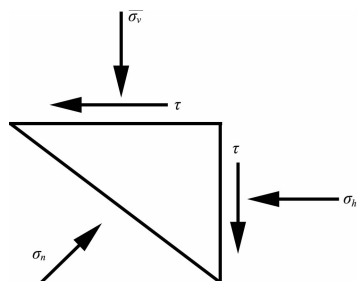


图4 三角形土体

作用于圆筒外壁上的径向力与 σ_n 的大小相等方向相反, 根据受力分析可知:

$$\sigma_n = \bar{\sigma}_v \sin^2 \alpha + \sigma_h \cos^2 \alpha + 2\tau \sin \alpha \cos \alpha \quad (8)$$

其中

$$\tau = \sigma_h \tan \phi = K_w \sigma_v \tan \phi \quad (9)$$

定义圆筒外壁上的侧土压力系数 K_r 为径向力与竖向平均应力的比值, 即:

$$K_r = \sigma_n / \bar{\sigma}_v \quad (10)$$

将式(6)~(8)代入式(10), 可以得到:

$$K_r = \sin^2 \alpha + K_w \cos^2 \alpha + K_w \sin(2\alpha) \tan \phi \quad (11)$$

K_r 即为重新定义的圆筒外壁土压力计算的侧土压力系数。

1.3 圆筒土压力平面分布

取筒间微分土条进行受力分析, 计算模型见图 5。

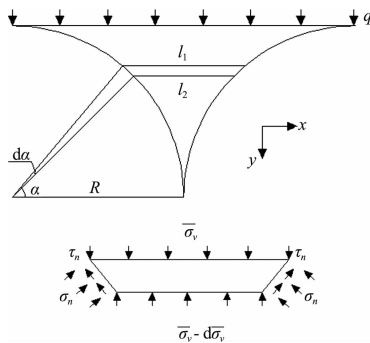


图 5 圆筒外壁土压力计算

根据 y 向力的平衡:

$$\bar{\sigma}_v l_1 + (\bar{\sigma}_v - d \bar{\sigma}_v) l_2 + 2\sigma_n \sin \alpha ds + 2\tau_n \cos \alpha ds = 0 \quad (12)$$

其中

$$l_1 = 2R[(1 - \cos(\alpha + d\alpha))] \quad (13)$$

$$l_2 = 2R(1 - \cos \alpha) \quad (14)$$

$$ds = R d\alpha \quad (15)$$

$$\sigma_n = K_r \bar{\sigma}_v \quad (16)$$

$$\tau_n = \sigma_n \tan \delta \quad (17)$$

整理化简可得:

$$\frac{d \bar{\sigma}_v}{d\alpha} = \frac{\bar{\sigma}_v(-\sin \alpha + K_r \sin \alpha + K_r \tan \delta \cos \alpha)}{1 - \cos \alpha} \quad (18)$$

该方程即为求解的基本微分方程。边界条件为 $\alpha = \pi/2$, $\bar{\sigma}_v = q$ 。 q 可采用一般的平面挡墙土

压力公式进行计算, 本文采用

$$q = k_a(\rho g z + q_0) \quad (19)$$

式中: k_a 为库伦主动土压力系数; ρ 为筒外填土密度; z 为填土面以下深度; q_0 为填土面超载。

$$\text{该方程的解为: } \bar{\sigma}_v = C_1 \exp[f(\alpha)] \quad (20)$$

其中:

$$f(\alpha) = \frac{1}{4} \sec \delta \{ -[4 \sin \alpha + \sin(2\alpha)] A_1 + \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) A_2 - 2 \ln\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right) A_3 + 2\alpha A_4 - [4 \cos \alpha + \cos(2\alpha)] A_5 \} \quad (21)$$

$$C_1 = q \exp\left[\frac{1}{4} \sec \delta (-4A_1 + A_2 + A_3 \ln 2 + \pi A_4 + A_5)\right] \quad (22)$$

$$A_1 = 2a \cos(b + \delta) \quad (23)$$

$$A_2 = 4 \sin \delta (a \sin b + c) \quad (24)$$

$$A_3 = 4(c - 1) \cos \delta + 6a \sin(b + \delta) - 2a \sin(b - \delta) \quad (25)$$

$$A_4 = 2c \sin \delta + a \cos(b - \delta) - 3a \cos(b + \delta) \quad (26)$$

$$A_5 = 2a \sin(b + \delta) \quad (27)$$

$$a = \sqrt{\frac{(K_w \tan \phi)^2 + (K_w - 1)^2}{4}} \quad (28)$$

$$b = \arctan\left(\frac{K_w - 1}{2K_w \tan \phi}\right) \quad (29)$$

$$c = \frac{K_w + 1}{2} \quad (30)$$

2 与列氏公式及王元战方法的比较

目前计算大圆筒外壁土压力时, 广泛采用的是列氏公式, 其给出的作用于筒壁上的径向力和切向力的公式为^[2]:

当 $0 < \alpha < \delta$ 时:

$$\begin{cases} R = q \cos^2 \alpha \\ \tau = 0.5 q \sin(2\alpha) \end{cases} \quad (31)$$

当 $\alpha > \delta$ 时:

$$\begin{cases} R = \frac{q \cos \alpha \cos \delta}{\cos(\alpha - \delta)} \\ \tau = \frac{q \cos \alpha \sin \delta}{\cos(\alpha - \delta)} \end{cases} \quad (32)$$

王元战方法^[10], 如图 5:

当 $\alpha > \alpha_0$ 时, 假定柱壳与土体不产生相互滑动, 则:

$$R = (\sin^2 \alpha + K \cos^2 \alpha) q \quad (33)$$

$$\tau = (1 - K) q \sin \alpha \cos \alpha \quad (34)$$

$$q = k_a (\rho g Z + q_0) \quad (35)$$

当 $\alpha < \alpha_0$ 时, 假定柱壳与土体产生相互滑动, 则:

$$\tau = R \tan \delta \quad (36)$$

$$R = \frac{K P_y(Z, \alpha)}{1 - \tan \delta \tan \alpha} \quad (37)$$

$$P_y(Z, \alpha) = \left(\frac{1 - \cos \alpha_0}{1 - \cos \alpha} \right)^{1 - \frac{K}{\cos^2 \delta}} \cdot \left[\frac{\cos \left(\delta + \frac{\alpha_0 + \alpha}{2} \right) - \sin \frac{\alpha_0 - \alpha}{2}}{\cos \left(\delta + \frac{\alpha_0 + \alpha}{2} \right) + \sin \frac{\alpha_0 - \alpha}{2}} \right]^{K \frac{\tan \delta}{\cos \delta}} \cdot \left[\frac{\cos(\delta + \alpha_0)}{\cos(\delta + \alpha)} \right]^{K \tan^2 \delta} e^{-K \tan \delta \left(\cot \frac{\alpha}{2} - \cot \frac{\alpha_0}{2} \right)} \cdot q \quad (38)$$

$$q = k_a (\rho g Z + q_0) \quad (39)$$

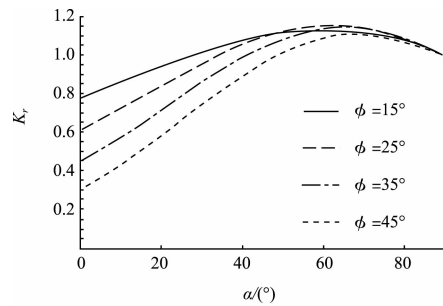
式中: R 为径向力; τ 为切向力。

王元战方法在相邻圆筒之间取条形微元体, 根据条形微元体上力的平衡条件建立平衡方程, 求出解析解, 而列氏公式是王元战方法在特定假设 ($K=0$, 柱壳与土体不产生相互滑动) 下的结果。与本文不同的是, 在考虑条形微元体 y 向力时, 不计相邻微元体间剪切力的作用, 认为 P_y (本文用 σ_v 表示) 是均匀分布的。事实上, 由于土拱的作用, P_y 并非均匀分布。另外, 对于侧向土压力系数 K (即本文 K_w), 并未给出相应的计算方法。值得指出的是, 王元战方法将土体与筒壁间的土压力计算分为滑动区与无滑动区, 而本文则认为土体与筒壁之间产生相对滑动 ($\tau_n = \sigma_n \tan \delta$), 即均处于滑动区。不可否认, 这两种假设都有一定的局限性, 不能完全符合实际情况。如当 $\alpha = \pi/2$ 以及 $\alpha = 0$ 时, 土体并未与筒壁产生相对滑动。但由于边界条件的限制, 即当 $\alpha = \pi/2$, $\bar{\sigma}_v = q$; 当 $\alpha = 0$, $\bar{\sigma}_v = 0$, 减小了本文假设在这两点附近引起的 $\bar{\sigma}_v$ 与 σ_n 的误差, 从而使结果更加合理。

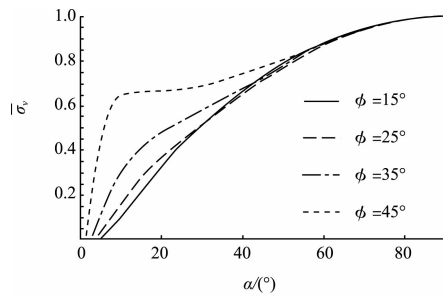
3 圆筒结构平面土压力分布

3.1 土压力分布随内摩擦角的变化

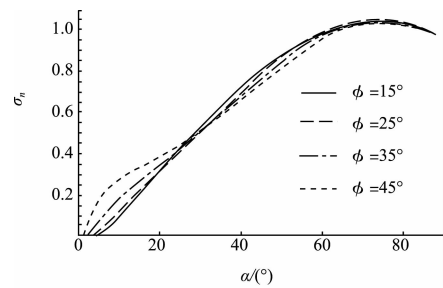
图 6 分别为 $\delta = 15^\circ$ 、 $q = 1$ 时, 圆筒的侧土压力系数 K_r 、 y 向平均土压力 $\bar{\sigma}_v$ 及径向土压力 σ_n 随 α 和 ϕ 的变化规律。从图 6a) 中看出, K_r 随 α 和 ϕ 的变化规律。从图 6a) 中看出, K_r 随 α 的增大而增大, 但极大值并非出现在 $\alpha = 90^\circ$ 处, 而是出现在 $\alpha = 55^\circ \sim 75^\circ$ (不同 ϕ 对应不同极值点)。当 α 相同时, K_r 基本随 ϕ 值的增大而减小。图 6b) 显示 $\bar{\sigma}_v$ 随 α 的增大而增大, 当 ϕ 值较大时, 在靠近 $\alpha = 0$ 处会有应力集中的现象出现。 ϕ 对 $\bar{\sigma}_v$ 的影响主要体现在 α 较小时, ϕ 值越大则 $\bar{\sigma}_v$ 越大。图 6c) 显示, σ_n 随 α 的变化并非单调, 而是在 $\alpha = 70^\circ \sim 75^\circ$ 附近出现极大值。当 α 相同时, ϕ 对 σ_n 的影响不大。



a) K_r 随 α 和 ϕ 的变化规律



b) $\bar{\sigma}_v$ 随 α 和 ϕ 的变化规律

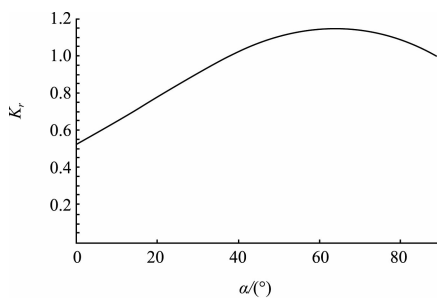


c) σ_n 随 α 和 ϕ 的变化规律

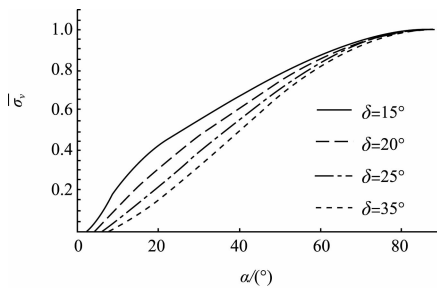
图 6 土压力分布随内摩擦角的变化

3.2 土压力分布随筒壁与土体摩擦角的变化

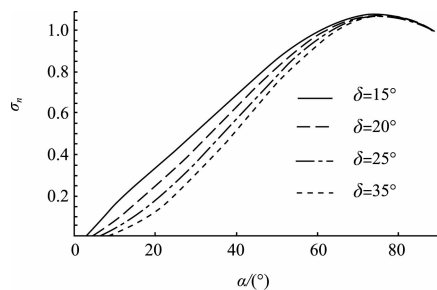
图 7 分别为 $\phi = 30^\circ$ 、 $q = 1$ 时, 圆筒的侧土压力系数 K_r 、 y 向平均土压力 $\bar{\sigma}_v$ 及径向土压力 σ_n 随 α 和 δ 的变化规律。从图 7a) 可以看出, 本文提出的圆筒的侧土压力系数是 ϕ 及 α 的函数, 不随 δ 改变。图 7b) 显示 $\bar{\sigma}_v$ 的值随 α 的增大而增大, 对于同样的 α , $\bar{\sigma}_v$ 随 δ 的增大而减小。图 7c) 反映出 σ_n 随 α 的变化并非单调, 而在 α 约为 $70^\circ \sim 75^\circ$ 时出现极大值。当 α 相同时, σ_n 随 δ 的增大而减小。



a) K_r 随 α 和 δ 的变化规律



b) $\bar{\sigma}_v$ 随 α 和 δ 的变化规律



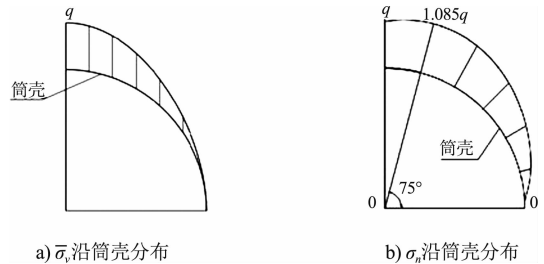
c) σ_n 随 α 和 δ 的变化规律

图 7 土压力分布随筒壁与土体摩擦角的变化

3.3 土压力沿筒壳的分布

为直观起见, 绘制土压力沿筒壳的分布情况。图 8 分别给出了当 $\phi = 30^\circ$ 、 $\delta = 15^\circ$ 时 y 向平均土压力 $\bar{\sigma}_v$ 、径向土压力 σ_n 沿筒壳的分布曲线。图中筒壁上方竖线长度体现了相应位置处 $\bar{\sigma}_v$ 、 σ_n 的大

小。从图 8b) 中可以看出, 径向土压力 σ_n 的最大值并非出现在圆筒后边缘处 (即 $\alpha = 90^\circ$ 处), 而是出现在 $\alpha = 75^\circ$ 时, 最大值为 $1.085q$ 。



a) $\bar{\sigma}_v$ 沿筒壳分布

b) σ_n 沿筒壳分布

图 8 土压力沿筒壳的分布

4 与试验数据比较

为检验本文提出公式的适用性。将本文提出公式的计算结果与竺存宏所做试验结果^[11] 进行比较。该试验筒外径为 1.2 m, 筒高 2.4 m, 筒外填砂 1.4 m, 内外填料为密度 $1.68 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 的砂, 内摩擦角为 33.7° , 沿筒的横断面每隔 20° 布置一个土压力盒。

图 9 显示了距筒底高度分别为 5、20、90 cm 处的 3 组试验结果 (在图中分别表示为十字、圆形及矩形的数据点) 与本文提出方法的计算结果。同时, 将王元战公式^[10] 与竺存宏提出的公式^[11] 绘制在图中。

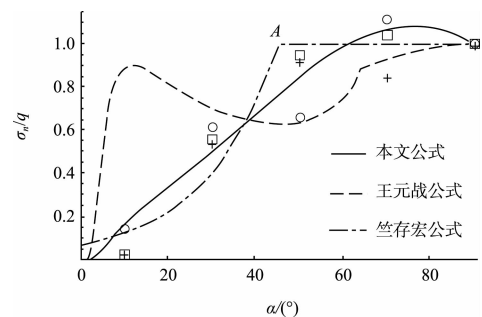


图 9 计算值与实测值的对比

可以看出, 竺存宏公式^[11] 与本文提出的方法计算结果相近, 均与试验结果比较吻合。所不同的是, 竺存宏公式^[11] 是从该试验结果分析整理得到, 并且其公式的分界点 (图中 A 点) 仅适用于外径为 1.2 m 的圆筒, 当外径变化时, 并未给出分界点的计算方法。综合以上分析, 可以认为本文提出公式从理论上来说更为合理, 从结果上来说也更具普适性。

(下转第 220 页)