



基于恒载零弯矩理论的预应力配束方法

陈海波¹, 李新平²

(1. 中交四航工程研究院有限公司, 广东 广州 510230; 2. 华南理工大学, 广东 广州 510640)

摘要: 预应力混凝土桥普遍存在跨中下挠, 其根本原因是桥梁结构在施工建设过程中积累了不平衡弯矩。为了从根本上解决此问题, 减小不平衡弯矩, 基于恒载零弯矩理论, 研究了预应力混凝土桥的直线与曲线布束形式, 推导了预应力配束的相关计算公式, 建立了预应力混凝土桥的预应力配束方法, 并通过算例进行分析, 验证该方法的有效性, 从而可以主动控制预应力混凝土桥的跨中变形。

关键词: 零弯矩; 不平衡弯矩; 混凝土桥; 预应力

中图分类号: TU 378

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2015)03-0196-05

Method of prestressing tendon layout based on zero bending moment of dead load theory

CHEN Hai-bo¹, LI Xin-ping²

(1. CCCC Fourth Harbor Engineering Institute Co., Ltd., Guangzhou 510230, China;

2. South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Mid-span deflection is widely spreaded in prestressed concrete bridges, and the root cause is that the bridge structure in the construction process accumulated unbalanced moment. In order to fundamentally solve the problem, and reduce the unbalanced moment, based on zero bending moment of dead load theory, this paper studies the arrangement of tendon with beeline and curve in concrete bridges and deduces relevant calculation formulas of prestressing tendon layout. The method of prestressing tendon layout is established and verified to be effective by examples, and the mid-span deformation of prestressed concrete bridges is controlled initiatively.

Keywords: zero bending moment; unbalanced moment; concrete bridge; prestress

根据林同炎提出的荷载平衡法概念^[1], 上官兴^[2]在此基础上提出了“恒载零弯矩”的理论, 即用预应力产生的弯矩去平衡结构自重产生的弯矩, 这样在预应力和自重作用下, 结构将处于轴向受压状态, 结构在混凝土长期收缩徐变作用下, 只会发生轴向缩短, 而不会发生弯曲下挠。零弯矩理论认为, 混凝土桥跨中下挠的本质原因, 是桥梁在施工建造过程中累积了不平衡弯矩, 预加力所产生的弯矩无法抵消建桥过程中结构自重产生的弯矩。

为了能够从根本上解决混凝土桥跨中下挠问

题, 从而主动控制混凝土桥长期变形, 本文应用恒载零弯矩理论, 推导了简支梁的直线布束和曲线布束的计算公式, 建立了基于恒载零弯矩理论的预应力配束方法, 并以算例对比分析, 确定了该方法的有效性。

1 直线布束简支梁

1.1 预应力配束相关公式推导

对于直线配束的简支梁, 由于预应力束的偏心, 可以将其看作一个压弯构件, 在分析计算时, 考虑预加力 N_p 轴向的附加弯矩的影响^[3-4]。

收稿日期: 2014-12-18

作者简介: 陈海波 (1985—), 男, 硕士, 工程师, 研究方向为结构工程试验检测与加固。

假定一矩形截面直线布束的简支梁桥, 其受力及弯矩见图1。

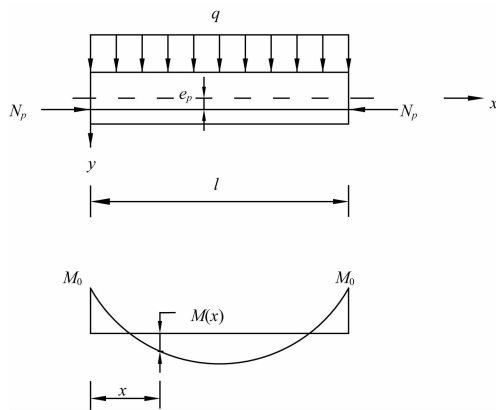


图1 简支梁受力及弯矩

根据图1, 由于采用直线配束, 预应力在任意截面的弯矩为:

$$M_p(x) = N_p(e_p + y) \quad (1)$$

而自重任意截面的弯矩为:

$$M_g(x) = \frac{1}{2}qx(l-x) \quad (2)$$

当简支梁在均布荷载和预加力作用时, 任意截面的弯矩一般方程为:

$$M(x) = M_0 - \frac{1}{2}qx(l-x) = \quad (3)$$

$$N_p(e_p + y) - \frac{1}{2}qx(l-x)$$

不考虑梁体下挠, 即 $y=0$ 时,

$$M(x) = N_p e_p - \frac{1}{2}qx(l-x) \quad (4)$$

根据恒载零弯矩理论, 当 $M(x) = 0$ 时, 则可求得预加力:

$$N_p = \frac{qx(l-x)}{2e_p} \quad (5)$$

式中: q 为自重集度; e_p 为预应力钢筋质心至毛截面质心的距离。

1.2 算例

1) 基本资料。

一简支梁, 跨径 20 m, 计算跨径为 19.6 m, 设计荷载为公路二级, 梁体横截面为 1 m × 1 m 实心矩形截面, 混凝土编号为 C50, 密度 $\rho = 2.5 \text{ t/m}^3$, 强度设计值 $f_{cd} = 22.4 \text{ MPa}$, 弹性模量 $E = 3.45 \times$

10^4 MPa 。采用 $\Phi^j 15.24$ 高强度低松弛钢绞线, 单根钢绞线直径为 15.24 mm, 其标准强度 $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$, 设计强度 $f_{pd} = 1260 \text{ MPa}$, 弹性模量 $E_p = 1.95 \times 10^5 \text{ MPa}$ 。预应力钢绞线采用直线布束方式。

2) 依据恒载零弯矩理论求解跨中截面布筋形式。

根据荷载布置 (图2), 自重荷载集度为 $q = 25 \text{ kN/m}$ 。根据恒载零弯矩理论, 由式(5)可求得跨中截面的预加力:

$$N_p = \frac{ql^2}{8e_p} = \frac{1200.5}{e_p} \quad (6)$$

对于预应力钢筋质心至毛截面质心的距离

$$e_p = \frac{h}{2} - a_p \quad (7)$$

式中: h 为截面高度; a_p 为预应力筋保护层厚度。

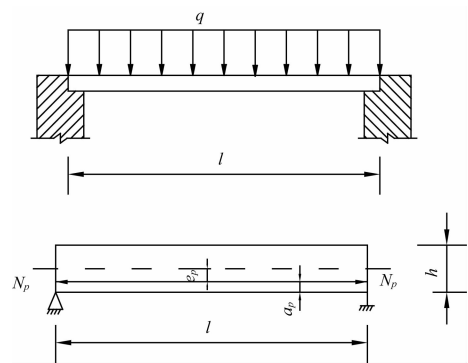


图2 简支桥跨荷载布置

假定保护层厚度 $a_p = 150 \text{ mm}$, 则由上式可得 $e_p = 350 \text{ mm}$ 。将 $e_p = 350 \text{ mm}$ 代入式(4), 可得 $N_p = 3.43 \text{ MN}$ 。

采用 $\Phi^j 15.24$ 钢绞线, 单根钢绞线的公称截面面积 $A = 139 \text{ mm}^2$, 张拉控制应力取 $\sigma_{con} = 0.75f_{pk} = 1395 \text{ MPa}$, 预应力损失按张拉控制应力的 20% 估算。

则所需预应力钢绞线的根数为:

$$n_p = \frac{N_p}{(1-0.2)\sigma_{con}A} \quad (8)$$

计算得 $n_p = 22.11$, 取 24 根。采用 4 束 $6\Phi^j 15.24$ 预应力钢筋束, OVM. M15-6 型锚具, 供给的预应力钢筋截面面积 $A_p = 3336 \text{ mm}^2$ 。预应力钢筋束的布置见图3。

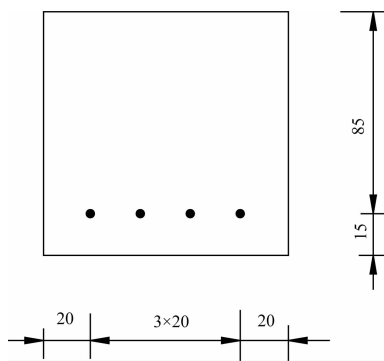


图3 预应力筋布置 (单位: cm)

3) 承载能力计算。

根据桥涵通用规范^[5], 公路一级荷载为均布荷载 $q = 10.5 \text{ kN/m}$, 集中荷载 $P = 180 \sim 360 \text{ kN}$, 按桥跨 $5 \sim 50 \text{ m}$ 直线内插, 此梁跨径 20 m , 内插后可得 $P = 240 \text{ kN}$ 。由自重荷载和公路二级荷载产生的跨中截面弯矩为:

$$M_g = \frac{1}{8}gl^2 \quad (9)$$

计算得 $M_g = 1\,200.5 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 。

$$M_q = 0.75 \times \left(\frac{1}{8}ql^2 + \frac{1}{4}Pl \right) \quad (10)$$

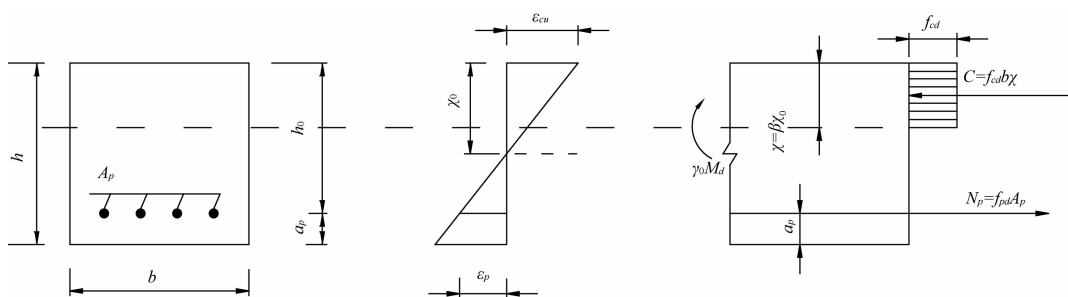


图4 计算示意图

计算得 $M_q = 1.26 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 。

考虑荷载分项系数后的弯矩组合设计值为

$$M_d = 1.2M_g + 1.4M_q \quad (11)$$

计算得 $M_d = 3.2 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 。

此外, 由图3可知: $a_p = 150 \text{ mm}$, $h_0 = h - a_p = 850 \text{ mm}$ 。

此桥采用 C50 混凝土, 相对界限受压区高度 $\xi_b = 0.4$, 根据图4, 由水平方向 $\sum x = 0$ 的条件, 计算混凝土受压区高度:

$$x = \frac{f_{pd}A_p}{f_{cd}b} \quad (12)$$

计算得 $x = 187.6 \text{ mm} \leq \xi_b h_0 (= 340 \text{ mm})$ 。

将 $x = 187.65 \text{ mm}$ 代入下式计算截面承载能力

$$M_{du} = f_{pd}A_p \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (13)$$

计算得 $M_{du} = 3\,178.58 \text{ kN}\cdot\text{m} > \gamma_0 M_d (= 2.88 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m})$ 。式中结构重要性系数 γ_0 取 0.9。

计算结果表明, 该梁跨中截面的抗弯承载力满足要求。

2 曲线布束筒支梁

2.1 预应力配束相关公式推导

对于曲线配束的筒支梁, 也是可以将其看作一个压弯构件, 在分析计算时, 仍需要考虑预加力 N_p 轴向的附加弯矩的影响^[3-4]。

假定一曲线配束的筒支梁 (图5), 跨径为 l , 曲线预应力筋端偏心距为 e , 跨中垂度 (矢高) 为 f , 自重的等效均布荷载为 q , 建立如图5所示的坐标系, x 轴沿梁的纵形心轴。

按图的坐标系及符号, 预应力筋的方程可表示为:

$$y_p(x) = -\frac{4f}{l^2}x^2 + \frac{4f}{l}x - e \quad (14)$$

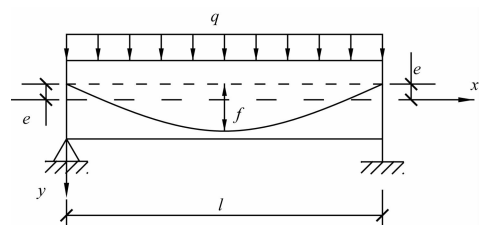


图5 曲线布束预应力筒支梁

$$\text{则有: } y'_p = -\frac{8f}{l^2}x + \frac{4f}{l} \quad (15)$$

预应力在任意截面产生的弯矩为:

$$M_p(x) = N_p |\cos\theta| (y_p + y) = N_p |\cos\theta| \left(\frac{4f}{l^2}x^2 - \frac{4f}{l}x - e + y \right) \quad (16)$$

其中, $|\cos\theta| = \frac{1}{\sqrt{1+(y'_p)^2}}$, 则

$$M_p(x) = \frac{N_p}{\sqrt{1+(y'_p)^2}} \left(-\frac{4f}{l^2}x^2 + \frac{4f}{l}x - e + y \right) \quad (17)$$

自重任意截面的弯矩为:

$$M_g(x) = \frac{1}{2}qx(l-x) \quad (18)$$

则简支梁任意截面的弯矩为:

$$M(x) = M_p(x) - M_g(x) = \frac{N_p}{\sqrt{1+(y'_p)^2}} \left(-\frac{4f}{l^2}x^2 + \frac{4f}{l}x - e + y \right) - \frac{1}{2}qx(l-x) \quad (19)$$

不考虑梁体下挠时, 即 $y=0$ 时, 则上式变为:

$$M(x) = M_p(x) - M_g(x) = \frac{N_p}{\sqrt{1+(y'_p)^2}} \left(-\frac{4f}{l^2}x^2 + \frac{4f}{l}x - e \right) - \frac{1}{2}qx(l-x) \quad (20)$$

根据恒载零弯矩理论, 当 $M(x)=0$ 时, 则可求得预加力

$$N_p = \frac{qx(l-x)l^2 \sqrt{1+(y'_p)^2}}{2(-4fx^2 + 4flx - el^2)} \quad (21)$$

式中: q 为自重集度; e 为预应力钢筋端部至毛截面质心的距离; f 为预应力筋跨中垂度 (矢高); y'_p 为预应力筋曲线函数一阶导数, 且

$$y'_p = -\frac{8f}{l^2}x + \frac{4f}{l} \quad (22)$$

2.2 算例

1) 基本资料。

以跨径为 20 m、计算跨径为 19.6 m 的简支 T 梁为计算模型, 设计荷载为公路二级, 梁体横截面见图 6。混凝土编号为 C50, 密度 $\rho = 2.5 \text{ t/m}^3$, 强

度设计 $f_{cd} = 22.4 \text{ MPa}$, 弹性模量 $E = 3.45 \times 10^4 \text{ MPa}$ 。采用 $\Phi^{15.24}$ 高强度低松弛钢绞线, 单根钢绞线直径为 15.24 mm, 其标准强度 $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$, 设计强度 $f_{pd} = 1260 \text{ MPa}$, 弹性模量 $E_p = 1.95 \times 10^5 \text{ MPa}$ 。预应力钢绞线采用曲线布束方式, 曲线方程为式(14)。

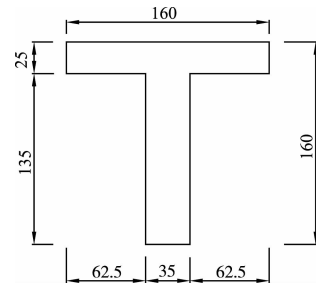


图6 简支 T 梁横截面 (单位: cm)

2) 依据恒载零弯矩理论求解跨中截面布筋形式。

由图 6 可知, 截面面积 $A = 0.8725 \text{ m}^2$ 。

$$f = e + y_{\text{下}} - a_p \quad (23)$$

式中: $y_{\text{下}}$ 为截面质心至下缘距离, $y_{\text{下}} = 104.18 \text{ cm}$; a_p 为预应力筋保护层厚度。

根据图 7, 自重荷载集度为 $q = A\lambda = 21.8125 \text{ kN/m}$ 。对于跨中截面, 当 $x = \frac{1}{2}l$ 时, $y'_p = 0$ 。

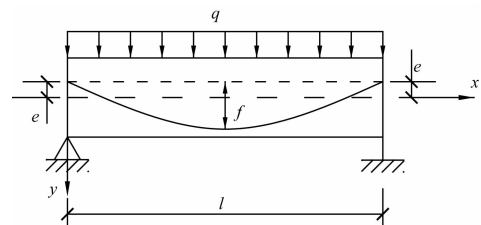


图7 简支 T 梁荷载及预应力束布置

假定保护层厚度 $a_p = 15 \text{ cm}$, 预应力筋端部偏心距 $e = 25 \text{ cm}$, 则代入式(23)可求得: 预应力筋跨中垂度 $f = 1.1418 \text{ m}$ 。

根据恒载零弯矩理论, 由式(21)可求得跨中截面的预加力 $N_p = 1896.4 \text{ kN}$ 。

采用 $\Phi^{15.24}$ 钢绞线, 单根钢绞线的公称截面积 $A = 139 \text{ mm}^2$, 张拉控制应力取 $\sigma_{\text{con}} = 0.75f_{pk} = 1395 \text{ MPa}$, 预应力损失按张拉控制应力的 20% 估算。

则所需预应力钢绞线的根数为 $n_p = 12.22$ ，取 14 根。

采用 2 束 $7\Phi^{15.24}$ 预应力钢筋束（图 8），OVM. M15-7 型锚具，供给的预应力钢筋截面面积 $A_p = 1\ 946\ \text{mm}^2$ 。

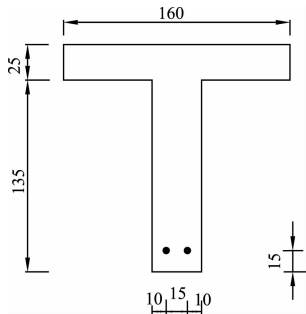


图 8 预应力筋布置（单位：cm）

3) 承载能力计算。

根据桥涵通用规范^[5]，公路一级荷载为均布荷载 $q = 10.5\ \text{kN/m}$ ，集中荷载 $P = 180 \sim 360\ \text{kN}$ ，按桥跨 5 ~ 50 m 直线内插，此梁跨径 20 m，内插后可得 $P = 240\ \text{kN}$ 。然后由自重荷载和公路二级荷载产生的跨中截面弯矩为： $M_g = 1\ 047.43\ \text{kN}\cdot\text{m}$ ， $M_q = 1\ 260.15\ \text{kN}\cdot\text{m}$ 。考虑荷载分项系数后的弯矩组合设计值为 $M_d = 3\ 021.12\ \text{kN}\cdot\text{m}$

由图 8 可知： $a_p = 150\ \text{mm}$ ， $h_0 = 1\ 450\ \text{mm}$ ，该简支 T 梁采用 C50 混凝土，相对界限受压区高度 $\xi_b = 0.4$ ，由水平方向力 $\sum x = 0$ 的条件，计算混凝土受压区高度 $x = 312.75\ \text{mm}$ ($\leq \xi_b h_0 = 580\ \text{mm}$)。

将 $x = 195.47\ \text{mm}$ 代入计算截面承载能力： $M_{du} = 3\ 171.92\ \text{kN}\cdot\text{m} > \gamma_0 M_d (= 2\ 719.01\ \text{kN}\cdot\text{m})$ ，结构重安性系数 γ_0 取 0.9。

计算结果表明，该梁跨中截面的抗弯承载力满足要求。

3 结语

1) 基于恒载零弯矩理论，推导了简支梁桥的直线布束和曲线布束的相关公式。

2) 运用推导出来的预应力混凝土桥的预应力配束公式，建立了基于恒载零弯矩理论的预应力配束方法，并以算例对比分析，说明该配束公式确实可以减小梁段的不平衡弯矩，保证梁段跨中的抗弯承载力满足要求，从而可以主动控制预应力混凝土桥的跨中变形。

参考文献：

[1] 范立础. 预应力混凝土连续梁桥[M]. 北京: 人民交通出版社, 1999.

[2] 上官兴, 郭圣栋, 林继桥, 等. 预应力混凝土连续梁桥“恒载零挠度设计”新理念[C]//全国既有桥加固、改造与评价学术会议论文集. 北京: 交通运输部公路科学研究院, 2008: 65-72.

[3] 程涛等. 关于横向荷载作用下压弯构件的等效弯矩系数的研究[J]. 黄石高等专科学校学报, 2001(2): 7-8.

[4] 孙晔青, 余学进. 对压弯构件附加弯矩的研究[J]. 力学与实践, 2004(4): 72-74.

[5] JTG D60—2004 公路桥涵设计通用规范[S].

(本文编辑 武亚庆)

(上接第 195 页)

参考文献：

[1] 中建二局南方公司妈湾电厂工程项目组. 循环水泵房下部结构半潜驳浮箱法施工工艺[J]. 施工技术, 1993(9): 26.

[2] 赵维军. 大型沉箱构件预制和出运施工技术综述[J]. 华南港工, 2005(1): 9-13.

[3] 张泉. 半潜船载运重大件货物完整稳性研究[D]. 大连:

大连海事大学, 2013: 8-11.

[4] 谢伟明, 孙浩. 浅谈半潜船完整稳性标准[J]. 广东造船, 2013(5): 72-74.

[5] 盛振邦, 刘应中. 船舶原理(上)[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2003.

(本文编辑 武亚庆)