

· 综 合 ·



椭圆余弦波浅水变形实用算法 (I)

——对《海港水文规范》的一个补充

贺 铭, 邱大洪

(大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 尽管线性波浪理论不适宜应用在近岸浅水海域, 但我国《海港水文规范》中波浪浅水变形的计算方法仍是建立在线性波浪理论的基础上, 且没有考虑外界因素(如风和海底摩擦)的影响。为弥补上述不足, 基于波浪传播过程中能量守恒的原理建立了一个波浪浅水变形的数值模型, 该模型采用椭圆余弦波假定, 并考虑了风和海底摩擦对波能的增加和损耗作用。在该数值模型基础上, 分析大量工况下的计算结果, 提出了便于工程设计初期用于确定近岸波浪要素的浅水变形实用计算方法(PCM)。

关键词: 浅水变形; 椭圆余弦波; 风; 海底摩擦; 实用算法(PCM)

中图分类号: TV 193.2

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2015)01-0001-07

Practical calculation method of cnoidal wave shoaling (I): a supplement to the *Code of Hydrology for Sea Harbour*

HE Ming, QIU Da-hong

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The calculation method of wave shoaling in the *Code of Hydrology for Sea Harbour* is still performed based on the linear wave theory, though the linear assumption is proved to be inaccurate in shallow water. In addition, the influences of external factors (e. g. wind and bottom friction) are not taken into account on the wave propagation. To compensate these drawbacks, a numerical model of wave shoaling is proposed based on the energy-conservation law and built under the cnoidal wave assumption. In this model, the shoaling calculation, considering wind and bottom friction effects, as two opposing ways of energy input and dissipation respectively, are taken into account. Based on the numerical model, a computational procedure is programmed. Using this procedure, a wide range of possible conditions is simulated. A practical calculation method (PCM) of wave shoaling for the preliminary engineering designs is proposed via studying the numerical results.

Keywords: wave shoaling; cnoidal wave; wind; bottom friction; practical calculation method (PCM)

近几十年来, 我国在沿海资源的开发和利用过程中, 建设了许多海岸及近海工程, 如港口、滩涂围垦、沿海工业区和人工岛等。在规划和设计这些海域工程时, 需要工程所在地的海洋环境资料。对于工程所在地的设计波浪要素, 一般可由工程所在地邻近观测站的实测波浪资料或气象

资料推算出波浪要素, 再根据近海区域的水深变化进行波浪的浅水变形和折射计算得到。由于海域勘测工作耗资巨大且水文资料监测周期较长, 在工程规划设计的初期阶段, 规划设计部门一般依据有关部门颁布的设计规范来推算工程所在地的波浪要素。

收稿日期: 2014-04-23

作者简介: 贺铭(1988—), 男, 博士研究生, 从事海岸和近海工程数值模拟研究。

1 波浪浅水变形研究现状

我国颁布的 JTJ 145—2013 《海港水文规范》(简称《规范》)中,波浪浅水变形的计算建立在线性波浪理论的基础上^[1]。对于近岸海域,工程所在地的设计波浪要素通常都已超出了线性波浪理论的应用范围,因此波浪的传播问题应考虑波浪非线性作用的影响。作为一种重要的浅水非线性波浪理论,椭圆余弦波最早由 Korteweg 等^[2]提出,后经 Littman^[3]、Wiegel^[4]和 Fenton^[5]等人的研究开始被应用于工程实践。在椭圆余弦波浅水变形方面,Sevenson 和 Brink-Kjaer^[6]根据波浪传播过程中波能流守恒的原理,推导了椭圆余弦波浅水变形的计算方程,并通过数值计算绘制了波高、波长浅水系数的曲线。采用相同的原理,邱大洪^[7]用数值计算的方法得到了一阶椭圆余弦波的浅水系数,并讨论了其与基于线性波浪理论计算结果的差别。Isobe^[8]以浅水波浪传播速度代替椭圆余弦波的波速,用简化了的波能流计算式推导出近似的椭圆余弦波浅水变形计算公式,并考虑了波浪折射对浅水变形计算结果的影响。

直到现在,考虑外界因素(如风和海底摩擦)影响的椭圆余弦波浅水变形研究仍然很少。对于实际的海岸和近海工程,由于波浪的传播距离较远,风和海底摩擦等外界因素均会较大程度地影响着波浪要素的变化。精确求解波浪浅水变形问题通常需应用计算程序(如 SWAN)或商业软件(如 DHI-MIKE21 和 Delft3D),而这在工程规划设计的初期阶段往往是难以实现的。考虑到目前《规范》中波浪浅水变形的计算方法仍是基于线性波浪理论假定且未考虑外界因素影响的这一现状^[1],本文旨在提供一种适用于平缓海岸的波浪浅水变形的实用计算方法(PCM)。该方法通过建立波浪传播过程中能量守恒的数值模型来实现,并有效地考虑了风和海底摩擦 2 种主要外界因素的影响。为便于工程应用,本文对大量数值计算结果进行了分析,提供了推算工程所在地浅水波浪要素的曲线和拟合公式。

2 椭圆余弦波的浅水变形计算

2.1 理想情况(即不考虑折射、风及底摩擦影响)

在图 1 所示的坐标系中,波浪在某一水深断面处的单宽波能流为:

$$FLUX = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{z_s} \left[p - \rho g(d - z) + \frac{\rho}{2}(u^2 + v^2) \right] u dz dt \quad (1)$$

式中: d 是水深; T 是波浪周期; g 是重力加速度; ρ 是流体密度; u 和 v 分别是波浪水质点的水平和垂向速度; p 是波浪动水压强,近似取为:

$$p = \rho g(z_s - z) \quad (2)$$

z_s 是波面距水底的高度:

$$z_s = d + H \left\{ -1 + \frac{1}{\kappa^2} \left[1 - \frac{E(\kappa)}{K(\kappa)} \right] + \text{cn}^2 \left[2K(\kappa) \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right), \kappa \right] \right\} \quad (3)$$

式中: H 是波高; L 是波长; κ 是椭圆余弦波的模数; $E(\kappa)$ 和 $K(\kappa)$ 分别是 κ 的第一类和第二类完全椭圆积分; $\text{cn}(\cdot)$ 是雅可比椭圆余弦函数。

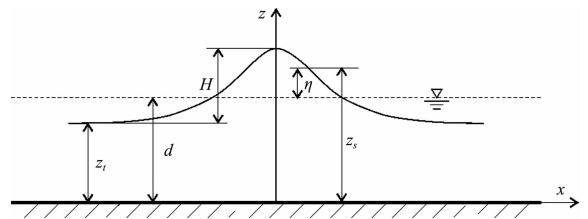
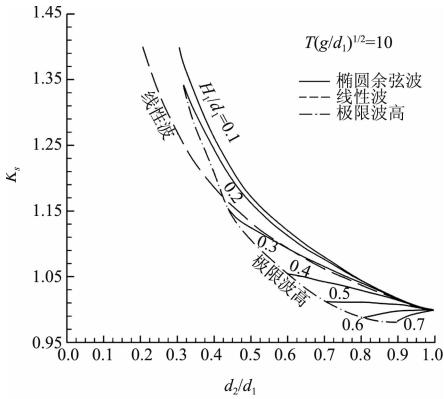


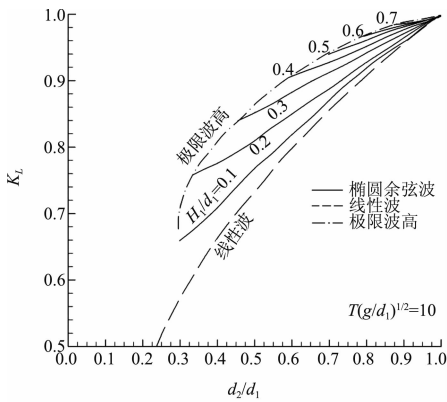
图 1 椭圆余弦波波面形状

基于椭圆余弦波传播过程中波能流守恒的原理,邱大洪^[7]采用数值计算的方法,得到了无因次化波周期 $T(g/d_1)^{1/2} = 10$ 时的波浪浅水系数,并与基于线性波浪理论假定的计算结果进行比较,见图 2。极限波高为波浪传播过程中水深 d 处相对波高 H/d 的最大值,该值由波浪破碎的运动学判别指标(波峰顶部水质点的水平速度大于波浪传播速度)得到,邱大洪^[9]的研究表明该值约为 0.7。

对于实际工程问题,波浪周期是任意的,因此需提出适用于任意波浪周期的椭圆余弦波浅水系数曲线。本文以 $T(g/d)^{1/2} = 8$ 时的椭圆余弦波波高、浅水系数 K_S 和 K_L 为基础,通过乘以周期修正系数 K_{ST} 和 K_{LT} 来得到任意波周期下的波浪浅水系数。 K_{ST} 和 K_{LT} 的计算式可通过对数值计算结果的拟合得到。



a) 波高浅水系数 $K_S = H_2/H_1$



b) 波长浅水系数 $K_L = L_2/L_1$

图 2 $T(g/d_1)^{1/2} = 10$ 时的波浪浅水系数

图 3 为部分波浪要素下 K_{ST} 的示例, 可以看到, K_{ST} 随相对水深 d_2/d_1 呈钟形变化, 因此可假设 K_{ST} 符合如下形式的计算式:

$$K_{ST} = 1 + f_1(r)f_2(q) \exp\left[-\frac{f_3(p)}{f_4(r)}\right] \lg(q) \quad (4)$$

式中: $p = H_1/d_1$; $q = [T(g/d_1)^{1/2}]/8$; $r = d_2/d_1$; f_1 和 f_4 是 r 的函数; f_2 和 f_3 分别是 q 和 p 的函数。式(4)中的 $\lg q$ 项使得当 $T(g/d)^{1/2} = 8$ 时 $K_{ST} = 1$ 。

图 4 为相同波浪要素下 K_{LT} 的示例, 从曲线形态来看, 适宜采用 d_2/d_1 的多项式形式来拟合 K_{LT} , 计算式为:

$$K_{LT} = 1 - f_5(p, q, K_{ST}) [f_6(r) + f_7(r)] \lg q \quad (5)$$

式中: f_5 是 p 、 q 和 K_{ST} 的函数; f_6 和 f_7 是 r 的函数。

通过数值计算的方法得到 $T(g/d_1)^{1/2} = 7 \sim 18$ (间隔 1)、 $H_1/d_1 = 0.1 \sim 0.7$ (间隔 0.1) 和 $d_2/d_1 = 0.1 \sim 1$ (间隔 0.01) 共 7 560 组波况下的 K_{ST} 和 K_{LT} , 由数学通用全局优化软件 1 stOpt 拟合得到了式(4)和式(5)中函数 $f_1 \sim f_7$ 的表达式。最终得到

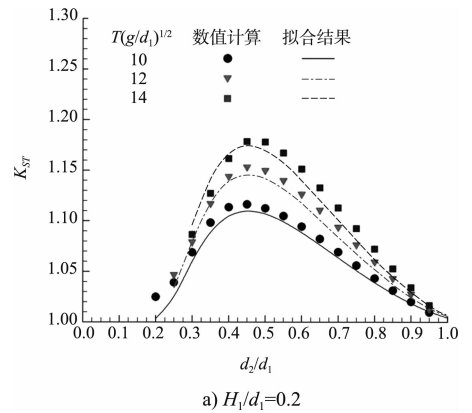
K_{ST} 和 K_{LT} 的计算式分别为:

$$K_{ST} = 1 + 5.401 \times \frac{(0.657 - 0.614r)^{1.673}}{q^{0.252}} \exp\left(-\frac{p^{1.927}}{r^{2.86}}\right) \lg q \quad (6)$$

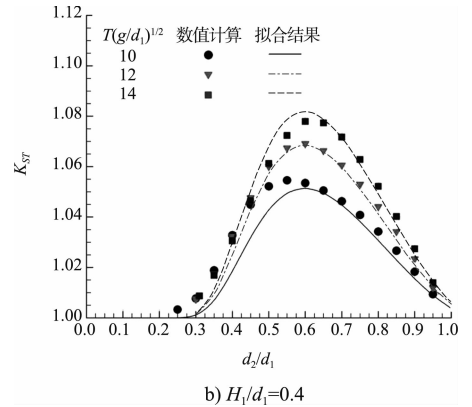
$$K_{LT} = 1 + \frac{0.186}{p^{0.984} q^{0.985} K_{ST}^{4.078}} \cdot$$

$$(0.37r^{3.551} + 2.72r^{4.843p^{2.235}} - 3.08) \lg q \quad (7)$$

以上两式的相关指数 R^2 都在 0.98 以上, 相关性很好, 可以认为, 拟合结果与数值计算结果基本一致。部分比较结果见图 3 和 4。

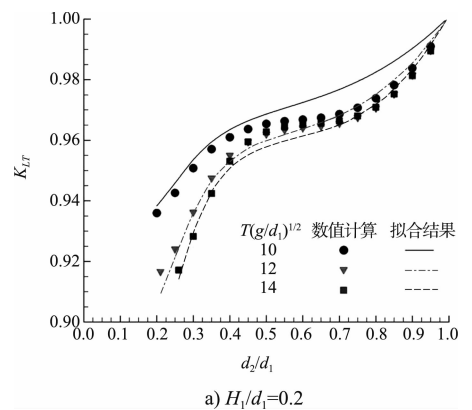


a) $H_1/d_1 = 0.2$



b) $H_1/d_1 = 0.4$

图 3 数值计算的 K_{ST} 与拟合公式计算结果的比较



a) $H_1/d_1 = 0.2$

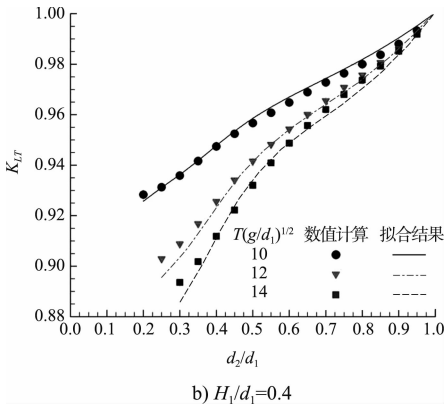


图4 数值计算的 K_{LR} 与拟合公式计算结果的比较

则理想情况下任意波浪周期时的椭圆余弦波浅水系数可从图5中查得,图中纵坐标上的 K_{SR} 和 K_{LR} 分别由式(6)和式(7)计算。由于在后文中还将考虑波浪浅水变形过程中外界因素(风和海底摩擦)的影响,波高是否达到极限情况,不唯一取决于水深改变这个因素,因此图5未指出波浪破碎的范围。

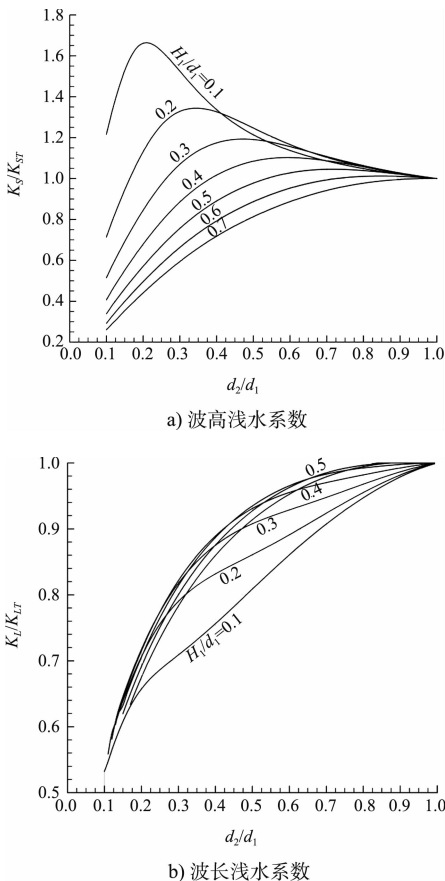


图5 理想情况下任意波周期的椭圆余弦波浅水系数曲线

2.2 考虑外界因素(风和海底摩擦)

风和海底摩擦对波浪浅水变形的影响体现在

波浪传播过程中波能的增加和损耗。考虑这些外界因素影响时,相邻波向线间能量守恒关系为:

$$FLUX_1 + P_w - P_f = FLUX_2 \quad (8)$$

式中:下标1和2分别代表波浪浅水变形过程中某一段的起始点和终止点(起始点处水深较大); P_w 和 P_f 分别是波浪传播过程中,在该段上受风作用获得的能量和由于海底摩擦作用损耗的波能。

对于水深梯度较小的传播段,式(8)可进一步写作:

$$\frac{FLUX_2 - FLUX_1}{\Delta S} = \frac{R_{w1} + R_{w2}}{2} - \frac{R_{f1} + R_{f2}}{2} \quad (9)$$

式中: R_w 为风能输入率; R_f 为底摩擦耗能率; ΔS 是该段波浪的传播距离。

根据 Miles 的切流不稳定理论^[10],风能输入是通过风在波面的法向应力做功的方式来传递能量,因此 R_w 可写作:

$$R_w = \frac{1}{T} \int_0^T p_N \frac{\partial \eta}{\partial t} dt \quad (10)$$

式中: η 是波面高度; p_N 是风对波面压力的法向分量,根据 Jeffreys 的遮拦理论^[11-12]有:

$$p_N = s_j \rho_a (U - c) |U - c| \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (11)$$

式中: s_j 是遮拦系数,取 Jeffreys 实测的 0.27^[12]; ρ_a 是空气密度; U 是风速沿波浪传播方向上的分量; c 是波速。

根据 Bretschneider 等^[13]提出的波动流场与静止海底作相对运动造成摩擦力做功引起损失的理论, R_f 可写作:

$$R_f = \frac{1}{T} \int_0^T \tau_b |u_b| dt \quad (12)$$

式中: u_b 是波浪底部水质点的水平运动速度; τ_b 是海床底部剪切应力,计算式为:

$$\tau_b = \rho f u_b |u_b| \quad (13)$$

式中: f 是底摩擦系数,由波况、海底坡度和海底泥沙颗粒粒径等因素决定。为便于应用,底摩擦系数通常可对特定的海床底质(淤泥型或砂质型)取为常数。表1给出底摩擦系数的一些现有研究成果,在本文中分别取淤泥型和砂质型海床的底摩擦系数 $f=0.01$ 和 0.015 。

表 1 底摩擦系数的现有研究成果

研究者	适用海域	海床底质	底摩擦系数 f
Bretschneider 和 Reid ^[13]	墨西哥湾	砂质	0.01
Iwagaki and Kakimura ^[14]	日本沿海	砂质	0.03 ~ 0.09
Hasselmann 和 Collins ^[15]	美国佛罗里达州 巴拿马城海岸	淤泥质 和砂质	0.015
Van Ieperen ^[16]	南非梅尔克 博斯特兰海岸	砂质	0.06 ~ 0.10
Hasiao 和 Shemdin ^[17]	美国佛罗里 达州海洋公园	砂质	0.008
Kurian and Baba ^[18]	印度西南沿海	淤泥质 和砂质	0.02
龚崇淮和戴功虎 ^[19]	中国连云港	淤泥质	0.01
蒋德才和张琦 ^[20]	中国沿海	淤泥质 砂质	0.02 ~ 0.03 0.03 ~ 0.05

由式(10)和式(11)可知, 相对波高 H_1/d_1 对风能输入率 R_w 的影响是不显著的。 R_w 主要取决于海面风速 U 、风的吹程 $\Sigma \Delta S$ 和浅水变形前后水深比 d_2/d_1 。为此, 本文引入了一个包含上述参数的波高风力修正系数 δ_{wHT} 来定量计算风对波高浅水系数 K_s 的影响, δ_{wHT} 的值可从图 6 查得。使用图 6 时, 首先由已知的 d_2/d_1 值得到下侧横坐标上的 A 点, 从 A 点向上引垂直线至 B 点, B 点由已知的 $\Sigma \Delta S/d_1$ 在该曲线族 (实线) 上内插求得。再自 B 点引水平线交虚线于 C 点, C 点由已知的风速 $U/(gd_1)^{1/2}$ 在该曲线族 (虚线) 上内插求得。最后自 C 点引垂直线向上, 交于上侧横坐标轴于 D 点, 由 D 点的横坐标值乘以 δ_{wHT} 即得到 δ_{wH} 。

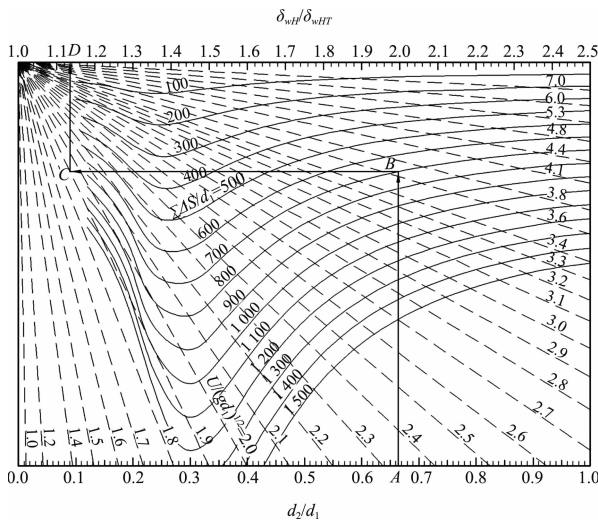
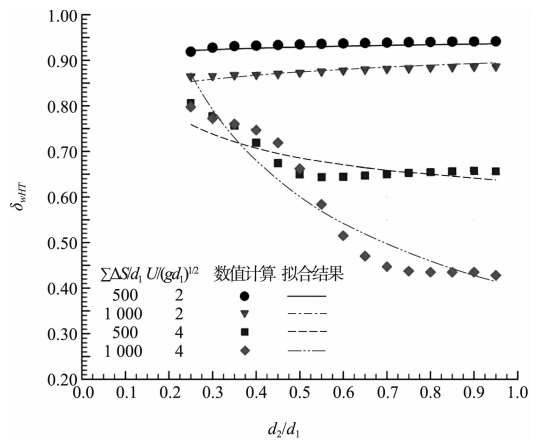


图 6 波高风力修正系数 δ_{wHT} 曲线

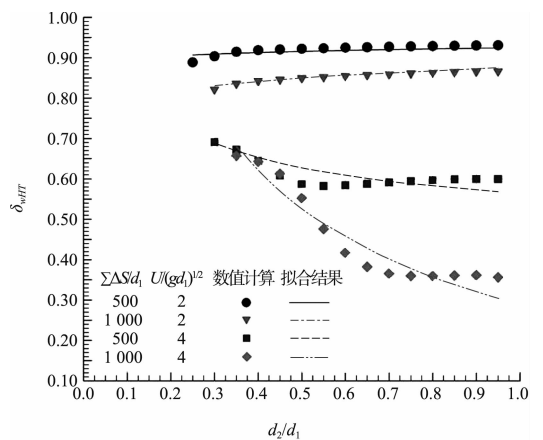
通过对 $T(g/d_1)^{1/2} = 7 \sim 18$ (间隔 1)、 $d_2/d_1 = 0.1 \sim 1$ (间隔 0.01)、 $\Sigma \Delta S/d_1 = 0 \sim 1500$ (间隔 300) 和 $U/(gd_1)^{1/2} = 1.0 \sim 7.0$ (间隔 1) 共 45360 组工况下 δ_{wHT} 的数值计算, 拟合得到 δ_{wHT} 的计算式为:

$$\delta_{wHT} = 1 - 0.188 \cdot \frac{s^{1.756} t^{2.528}}{q^{1.269}} \left[-0.121 r^{-0.053} t + \exp\left(\frac{0.343}{r^{0.049} s^{0.059}}\right) - 1.212 \right] \lg q \quad (14)$$

式中: $s = (\Sigma \Delta S/d_1)/100$; $t = U/(gd_1)^{1/2}$ 。式(14)相关指数 R^2 为 0.972, 应用式(14)计算了图 7 所示工况下的 δ_{wHT} , 并与数值计算结果进行了比较。可以看到, 虽在个别 d_2/d_1 值处两者间存在差别, 但差值在 10% 以内, δ_{wHT} 随 d_2/d_1 的总体变化趋势一致。



a) $T(g/d)^{1/2}=12$



b) $T(g/d)^{1/2}=16$

图 7 数值计算的 δ_{wHT} 与拟合公式计算结果的比较

由式(12)和式(13)可知, 底摩擦耗能率 R_f 与底摩擦系数 f 和波浪底部水质点速度 u_b 的三次幂成正比。又由于椭圆余弦波的 u_b 与 H_1/d_1 的二次方

正相关，故随着 H_1/d_1 的增大，波高浅水系数 K_S 将迅速减小。在本文提出的 PCM 方法中，海底摩擦对波高、波长浅水系数的影响可由波高底摩擦修正系数 δ_{fH} 和波长底摩擦修正系数 δ_{fL} 定量计算。经过数值计算发现，波浪周期 $T(g/d_1)^{1/2}$ 对 δ_{fH} 和 δ_{fL} 的影响不显著，因此对 $d_2/d_1 = 0.1 \sim 1$ (间隔 0.01)， $\sum \Delta S/d_1 = 0 \sim 1500$ (间隔 300)， $H_1/d_1 = 0.1 \sim 0.7$ (间隔 0.1) 和 $f = 0.01 \sim 0.05$ (间隔 0.005) 共 37 800 组工况下 δ_{fH} 和 δ_{fL} 的数值计算结果进行拟合，得到 δ_{fH} 和 δ_{fL} 的计算式分别如下：

$$\delta_{fH} = 1 - \frac{6.824r^{1.72}(fs)^{0.79}}{p^{1.282}} \exp\left(\frac{-1.437r^{0.992}}{p^{0.719}}\right) - \frac{1.086}{(fs)^{0.895}} \tag{15}$$

$$\delta_{fL} = 1 - \frac{8.96r^{1.446}(fs)^{1.241}}{p^{0.955}} \exp\left[\frac{-2.738r^{1.257}(fs)^{0.232}}{p^{0.826}}\right] \tag{16}$$

以上两式的相关指数 R^2 在 0.967 以上。用其分别计算了 $f\sum \Delta S/d_1 = 5$ 和 $f\sum \Delta S/d_1 = 10$ 工况下的 δ_{fH} (图 8) 和 δ_{fL} (图 9)，并与数值计算结果进行了比较。可以看到，拟合公式的计算结果精度较好。

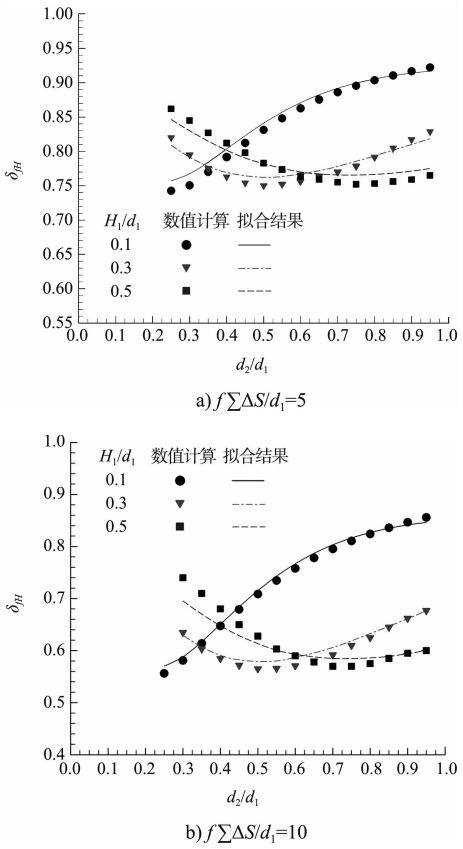


图 8 数值计算的 δ_{fH} 与拟合公式计算结果的比较

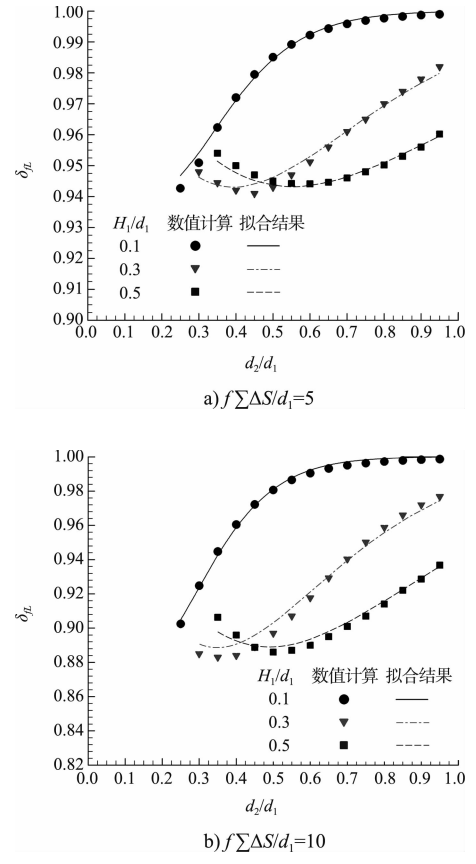


图 9 数值计算的 δ_{fL} 与拟合公式计算结果的比较

综合风和海底摩擦对波浪浅水变形的影响，PCM 方法定义了波高、波长联合修正系数 δ_{wfH} 、 δ_{wfL} 。 δ_{wfH} 的值可按下式计算：

$$\delta_{wfH} = 0.2085 - 0.2026\delta_{wH} - 0.0807\delta_{fH} + 1.078\delta_{wH}\delta_{fH} \tag{17}$$

则浅水变形后的波高为 $H_2 = H_1 K_S \delta_{wfH}$ 。如果计算得到 H_2 小于受波浪破碎限制的极限波高 H_b ，则取浅水变形后的波高为 H_2 ，否则取 H_b 。另外，大量数值计算结果表明，风的作用虽使椭圆余弦波 K_L 略微增大，但增幅一般小于 6%，因此 $\delta_{wfL} \approx \delta_{fL}$ 。即浅水变形后的波长可按 $L_2 = L_1 K_L \delta_{fL}$ 计算。

3 结语

针对《规范》中波浪浅水变形计算方法的局限性，本文提出了一种计算近海波浪要素的浅水变形实用算法 (PCM)。该方法基于椭圆余弦波理论，通过建立波浪传播过程中能量守恒的数值模型得到，且考虑了风和海底摩擦两种主要外界

因素的影响。为便于实际工程应用, 本文利用建立的数值模型进行了大量工况的计算, 通过对计算结果的分析, 提供了推算近岸浅水波浪要素的曲线和拟合公式, 拟合公式的相关指数 R^2 在 0.967 以上。

参考文献:

- [1] JTJ 145—2013 海港水文规范[S].
- [2] Korteweg D J, De Vries G. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves[J]. Philosophical Magazine Series 5, 1895, 39: 422-443.
- [3] Littman W. On the existence of periodic waves near critical speed [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1957, 10(2): 241-269.
- [4] Wiegel R L. A presentation of cnoidal wave theory for practical application[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1960, 7(2): 273-286.
- [5] Fenton J D. A high-order cnoidal wave theory[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1979, 94(1): 129-161.
- [6] Svendsen I A, Brink-Kjaer O. Shoaling of cnoidal waves[J]. Coastal Engineering Proceedings, 1972(1): 365-383.
- [7] 邱大洪. 椭圆余弦波在工程上的应用[J]. 大连理工大学学报, 1982, 21(1): 87-96.
- [8] Isobe M. Calculation and application of first-order cnoidal wave theory[J]. Coastal Engineering, 1985(4): 309-325.
- [9] 邱大洪. 波浪理论及其在工程中的应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 1985.
- [10] Miles J W. On the generation of surface waves by shear flows[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1957, 3(2): 185-204.

- [11] Jeffreys H. On the formation of water waves by wind[C]// Proceedings of the Royal Society of London: Series A, 1925, 107(742): 189-206.
- [12] Jeffreys H. On the formation of water waves by wind (Second paper) [C]. Proceedings of the Royal Society of London: Series A, 1926, 110(754): 241-247.
- [13] Bretschneider C L, Reid R O. Changes in wave height due to bottom friction, percolation and refraction [R]. USA: Beach Erosion Board, Technical Memorandum, No. 45, U. S. Army Corps of Engineers, 1954.
- [14] Iwagaki Y, Kakinuma T. On the bottom friction factors off five Japanese coasts[J]. Coastal Engineer Japan, 1967(10): 13-22.
- [15] Hasselmann K, Collins J I. Spectral dissipation of finite-depth gravity waves due to turbulent bottom friction[J]. Journal of Marine Research, 1968, 26: 1-12.
- [16] Van Ieperen M P. The bottom friction of the sea-bed off Melkbosstrand, South Africa: A comparison of a quadratic with a linear friction model[J]. Deutsche Hydrographische Zeitschrift, 1975, 28(2): 72-88.
- [17] Hsiao S V, Shemdin O H. Bottom dissipation in finite-depth water waves [C]. Proc 16th Coastal Engrg Conf: ASCE, 1978: 435-448.
- [18] Kurian N P, Baba M. Wave attenuation due to bottom friction across the southwest Indian continental shelf[J]. Journal of Coastal Research, 1987, 3(4): 485-490.
- [19] 龚崇淮, 戴功虎. 浅水波浪变形数学模型与淤泥质海岸底摩擦系数的确定[J]. 海洋工程, 1983(3): 21-33.
- [20] 蒋德才, 张琦. 考虑底摩擦的波浪折射计算[J]. 青岛海洋大学学报: 自然科学版, 1988, 18(1): 1-8.

(本文编辑 武亚庆)

欢迎投稿 欢迎订阅