



# 推移质输沙率的能量平衡模型

刘长波

(长江航道规划设计研究院, 湖北 武汉 430011)

**摘要:** 基于能量平衡观点, 推移质泥沙输移所需能量来自水流的势能。由于密度差异和推移质所受到的重力作用和颗粒之间的碰撞和摩擦作用, 推移质运动滞后于水流的运动, 推移质所消耗的能量取决于水沙的相对运动。据该理论, 推导出推移质输沙率关系式。选择无量纲参数确定有关参数的影响因素, 采用试验资料对有关参数进行了率定。所建立的计算公式与试验资料符合较好, 计算精度较高。

**关键词:** 推移质输沙率; 相对运动; 滞后运动; 能量平衡

**中图分类号:** TV 142

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1002-4972(2014)12-0188-03

## Energy equilibrium model of bed-load transport rate

LIU Chang-bo

(Changjiang Waterway Planning, Design and Research Institute, Wuhan 430011, China)

**Abstract:** Based on an energy equilibrium viewpoint, the bed-load transport energy comes from the flow energy. The bed-load motion lags the flow and the consumed energy of bed load depends on the relative motion between the flow and particles. A bed-load transport relation is deduced. According to the experimental data, the influential factors of the parameters of the bed-load transport relation are determined. Using the experimental data, the parameters of the bed-load transport relation are validated. The formula is in good agreement with the experimental data with higher accuracy.

**Keywords:** bed-load transport rate; relative motion; lag; energy equilibrium

河床表面的泥沙在水流作用下以推移质形式运动。由于水沙密度不同、推移质之间的相互摩擦和碰撞以及床面摩擦等原因, 推移质运动一般滞后于水流运动, 造成推移质与水流之间存在相对运动。推移质运动所需能量来自于水流能量, 推移质所消耗的能量取决于推移质与水流的相对运动。只有水流不断地向运动的推移质泥沙提供能量, 才能维持泥沙处于推移状态, 也只有推移质与水流存在速度差, 水流才有可能向推移质提供能量, 因而可从能量平衡的观点研究推移质输沙率。

Bagnold<sup>[1]</sup>取推移质输移功率与水流功率成比例, 建立推移质输沙率公式。定义推移质输移功率为:

$$W_b = W' u_s \tan \alpha = \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} q_b g \tan \alpha \quad (1)$$

式中:  $W'$  为单位床面上的推移质浮重;  $u_s$  为推移质运行速度;  $\tan \alpha$  为摩擦系数;  $q_b$  为单宽推移质输沙率;  $g$  为重力加速度;  $\rho_s$  为泥沙密度;  $\rho$  为水的密度。

单位床面上的水流功率, 即单位时间内的势能损失, 可取为

$$E_b = e_b \tau_0 U \quad (2)$$

式中:  $e_b$  为推移质泥沙的效率系数;  $\tau_0$  为床面水流剪应力;  $U$  为垂线平均流速。取  $W_b = E_b$ , 可求得:

$$q_b = \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho} \cdot \frac{e_b \tau_0 U}{g \tan \alpha} \quad (3)$$

窦国仁<sup>[2]</sup>取单位时间内单位床面上用于推移底沙的水流能量为  $K \tau_0 (U - U'_c)$ , 其中  $K$  为水流输移底沙的效率系数,  $U'_c$  为不动流速。根据水流提供的能量转化为床沙上扬产生的冲量, 及在平

收稿日期: 2014-10-08

作者简介: 刘长波 (1983—), 男, 工程师, 从事航道整治研究。

衡情况下，单位时间内从床面上冲起的泥沙数量，应等于同时沉降的泥沙数量，并假定底沙运动速度与水流速度成比例，得底沙单宽输沙率为：

$$q_b = K_0 \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho} \cdot \frac{\tau_0 (U - U'_c) U}{g\omega} \quad (4)$$

式中： $\omega$  为底沙沉速； $K_0$  为比例系数，对于全部底沙，取  $K_0 = 0.1$ 。

Bagnold 假定推移功率与水流功率成比例：

1) 没有考虑水流的有效势能或床沙的起动应力对推移质输移的影响；2) 所定义的推移功率不能较好地反映推移质与水流的相对运动；3) 水流能量按照水深平均流速计算，没有考虑近底水流的特点。窦国仁考虑了泥沙输移与水流有效能量成比例，水流流速按照水深平均流速计算，没有考虑近底流速的影响，尽管假定推移质的运动速度与水流运动速度成比例，可是所得推移质输沙率公式没有考虑推移质与水流的速度差，这种速度差在高、低输沙率时影响是不同的。因而，基于能量平衡观点的推移质输沙率公式在理论上需要进一步的完善。本文根据推移质运动所需的能量来自于水流势能，由于水沙密度差异和推移质运动所受到的碰撞和摩擦作用，造成推移质运动滞后于水流运动，推移质运动所消耗的能量取决于水沙的相对运动，并考虑近底水流的特点率定有关参数，建立更加合理的推移质输沙率计算公式。

## 1 理论分析

### 1.1 推移质运动的特点

根据推移质运动的力学分析，床面推移质运动具有以下 3 个特点：

1) 推移质运动的能量来自水流的有效势能，水流的有效势能为水流克服床面泥沙起动后剩余能量的一部分，用于推移质运动。在床面水流剪切应力小于床沙起动应力时，泥沙尚未起动，推移质输沙率为零，此时水流的有效势能不会引起推移质的输移。

2) 推移质运动所消耗的水流能量，除了与其自身特性有关外，还取决于推移质与水流的相对运动。可以从床面泥沙颗粒静止不动、沿床面推

移以及与床面附近水流等速运动来分析泥沙颗粒所受的水流作用力、颗粒周围流速以及水流能量消耗的变化，以此来理解推移质与水流的相对运动是推移质消耗水流能量的直接原因。

3) 推移质输移与床面附近水流特性密切相关。随着推移质输沙强度的增强，水流作用流速的高度也随之增高，进一步促进推移质泥沙的运动。

### 1.2 公式推导

由于水沙密度差异、泥沙颗粒之间的相互碰撞和摩擦以及床面摩擦等原因，推移质运动一般滞后于水流运动，造成推移质泥沙与水流存在相对运动。推移质运动所需能量来自水流势能，而推移质所消耗的能量取决于泥沙颗粒与水流的相对运动。推移质定义为单位时间单位宽度的床面上输移的泥沙质量：

$$q_b = \rho_s C_0 \delta u_s \quad (5)$$

式中： $q_b$  为单宽推移质输沙率； $\rho_s$  为泥沙密度； $C_0$  为床面推移质体积； $\delta$  为推移质运动高度； $u_s$  为推移质在水流方向的速度。

由于推移质颗粒与水流之间的相对运动，床面上单位时间和单位宽度内推移质所得动能为：

$$(\rho_s - \rho) C_0 \delta u_r g \tan \alpha = \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \cdot \frac{u_r}{u_s} \cdot g q_b \tan \alpha \quad (6)$$

式中： $u_r$  为水流与推移质之间的相对速度； $u_s$  为推移质运动速度， $u_s = u - u_r$ ， $u$  为水流作用流速。

水流能量（势能）克服起动后剩余能量的一部分用于床面泥沙运动，根据式(2)、(6)和能量平衡观点，可得：

$$\frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \cdot \frac{u_r}{u_s} \cdot g q_b \tan \alpha = a_1 (\tau_b - \tau_c) U \quad (7)$$

式中： $\tau_b$  为床面应力； $\tau_c$  为床沙起动应力， $\tau_c = \rho u_{*c}^2$ ； $U$  为水深平均流速； $a_1$  为能量转换系数。

在不同的水流条件下，Bagnold 已经得到泥沙颗粒与水流的纵向速度差，与泥沙颗粒沉降速度（ $\omega$ ）成比例<sup>[8]</sup>，该结论后来得到较多的试验资料的验证<sup>[9]</sup>。考虑水流流速与  $u_*$  成比例，则

$$u_s = c_2 (u_* - c_1 \omega) \quad (8)$$

式中： $u = c_2 u_*$ ； $u_r = c_0 \omega$ ； $c_0 = c_1 c_2$ 。

引入摩阻流速代替上式中水深平均流速，可

得推移质输沙率关系式为:

$$q_b = a_0 \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho} \cdot \frac{(\tau_b - \tau_c) u_* (u_* - c_0 \omega)}{g \omega} \quad (9)$$

式中:  $a_0 = a_1 a_2 c_2 U / (c_0 u_* \tan \alpha)$ 。

式(9)即为推移质输沙率的能量平衡模型, 需要确定的参数为  $a_0$  和  $c_0$ 。

### 1.3 参数确定

式(9)的确定过程为:  $c_0$  仅在泥沙刚起时 ( $u_*$  略大于  $u_{*c}$ ) 对推移质输沙率存在一定的影响, 当  $u_*$  远大于  $u_{*c}$  时,  $c_0$  对推移质输沙率的影响较小, 可以忽略不计, 因次一般取  $c_0$  为常数, 由 Francis<sup>[3]</sup> 的试验资料, 可得  $c_0 = 0.032 \sim 0.066$ ;  $a_0$  的影响因素的确定, 是通过比较无量纲参数  $u_* / \omega$ 、 $u_* d / \nu$  和  $u_* / u_{*c}$ ,  $a_0$  与  $u_* / u_{*c}$  存在一定的相关性, 而与  $u_* / \omega$  的相关性次之, 与  $u_* d / \nu$  的相关性较差, 故选择  $u_* / u_{*c}$  为参数建立  $a_0$  的关系式。经数值比较, 取  $c_0 = 0.04$  时, 同时建立了  $a_0$  的拟合关系式为:

$$a_0 = 0.4 (u_* / u_{*c})^{0.5} \quad (10)$$

推移质输沙<sup>[4-10]</sup>的  $u_* / u_{*c}$  在 1 ~ 5 的范围内变化,  $a_0$  的数值变化范围为 0.4 ~ 0.89, 对提高推移质输沙率计算精度具有一定的积极作用。

## 2 公式验证和应用

根据上述  $a_0$  的计算式和  $c_0 = 0.04$  的数值, 本文采用 Wilson<sup>[11]</sup> 的试验资料对式(9)进行验证。资料包括 4 种塑料沙, 密度分别为 1.56、1.56、2.67、1.44 kg/m<sup>3</sup>, 粒径为 1.05、0.67、0.70、3.94 m。

按照式(9)计算的推移质输沙率与试验资料的推移质输沙率进行比较见图 1。由图 1 可知, 无论是低输沙率, 还是高输沙率, 计算的推移质输沙率与试验值相关性较好, 相关系数为 0.97。

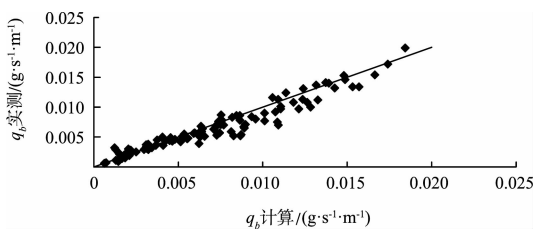


图 1 推移质输沙率比较

## 3 结语

本文根据能量平衡观点和水沙运动的相对关系建立了可冲刷床面上扬通量能量平衡模型, 有关参数得到了试验资料的率定。所建立的上扬通量计算公式, 无论是低输沙率, 还是高输沙率, 与试验资料符合较好, 相关系数达到 0.97。本文公式具有结构简单、参数较少和计算精度较高等优点, 应用价值较高。

### 参考文献:

- [1] Bagnold R A. The nature of saltation and of bed load transport in water [J]. Proceedings of the Royal Society of London: Series A, 1973, 332: 473-504.
- [2] 窦国仁. 推移质泥沙运动规律[G]//南京水利科学研究所. 研究报告汇编(河港研究分册). 1964.
- [3] Francis J R D. Experiments on the motions of solitary grains along a bed of a water stream [J]. Proceedings of the Royal Society of London: Series A, 1973, 332: 443-471.
- [4] Chien N, Wan Z. Mechanics of Sediment Transport [M]. Reston: ASCE, 1999.
- [5] Einstein H A. Formulas for the transportation of bed load[J]. Transactions of ASCE, 1942, 107: 561-577.
- [6] Smart G M. Sediment transport formula for steep channels[J]. Journal of Hydraulic Engineering: ASCE, 1984, 110(3): 267-276.
- [7] Nakato T. Tests of selected sediment-transport formulas[J]. Journal of Hydraulic Engineering: ASCE, 1990, 116(3): 362-379.
- [8] Simons D B, Richardson E V. Resistance to flow in alluvial channels[J]. Journal of the Hydraulics Division: ASCE, 1960, 86(5): 73-99.
- [9] Simons D B, Richardson E V. Forms of bed roughness in alluvial channels[J]. Journal of the Hydraulics Division: ASCE, 1961, 87(3): 87-105.
- [10] Stein R A. Laboratory studies of total load and apparent bed load [J]. Journal of Geophysical Research, 1965, 70(8): 1 831-1 842.
- [11] Nnsdi F N, Wilson K. Motion of contact-load particles at high shear stress [J]. Journal of Hydrlic Engineering, 1992, 118(11): 1 670-1 684.

(本文编辑 武亚庆)