



小清河航道流量时序复杂特性分析

孙冰, 耿卓, 宋广钢

(山东省交通规划设计院, 山东 济南 250031)

摘要: 针对小清河航道流量序列所具有的随机性和波动性, 应用小波变换法, 通过对时变指数 Hurst 的计算, 进行了航道流量时间序列的复杂特性分析和探索。结果表明: 小清河航道上游流量序列服从分形分布, 具有较强的分形特性和长程相关性, 可为内河航道水资源探索利用提供一种新的思路和方法。

关键词: 流量序列; 小波变换法; Hurst 指数; 分形特性

中图分类号: U 612.1⁺2

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2014)07-0115-04

Complex property of runoff time series in Xiaoqing river channel

SUN Bing, GENG Zhuo, SONG Guang-gang

(Shandong Provincial Communications Planning and Design Institute, Jinan 250031, China)

Abstract: Referring to the Xiaoqing river channel complex stochastic and undulatory property of its runoff time series, we use the wavelet transform method to analyze and explore the complex property of the runoff time series through calculating its time varying Hurst index. The results indicate that the runoff time series in the upstream of the Xiaoqing river follow a fractal distribution, with a strong persistence and long-term dependence. This provides a new idea and method for the utilization of water resources.

Key words: runoff time series; wavelet transform method; Hurst index; fractal characteristics

小清河航道是山东省人民政府规划确定的地区重要性航道, 为 III 级通航标准。治理小清河、恢复小清河内河航运功能, 对促进“黄河三角洲高效生态综合经济区”和“山东半岛蓝色经济区”的发展、综合利用水资源、降低小清河沿岸企业运输成本具有重要的意义。但困扰小清河航运的难题是水资源问题, 即流量是否能保证航运所需。由于受降水时间分布的影响, 河道水文站观测的流量随机序列值按年度成组交替出现, 这种成组现象具有时间序列的非静态、随机性、持续性和长程相关性^[1]。为了定量表征这种序列特性, Hurst 提出了赫斯特指数 H , 其是明显表示随机序列持续性和长程相关性的一个有力工具, 可以描述航道流量等参数布朗运动的特征, H 取值范围

是 $0 < H < 1$ 。

当 $H = 0.5$ 时, 相当于一般布朗运动 (即序列是完全独立不相关的)。当 H 不等于 0.5 时, 就是分形布朗运动 (序列具有长程相关性)。并且当 $H < 0.5$ 时, 序列的随机性增加, 序列负相关, 具有缩小波动幅度的效果; 当 $H > 0.5$ 时, 序列的随机性减少, 序列正相关, 具有增大波动幅度的效果。

赫斯特指数 H 计算最早利用 Hurst 给出的极差分析法, 后来 Mandelbrot 等^[2] 提出了分维估计法, 而这两种方法均是有偏估计, 其有效性较差。多项研究表明^[3], 小波变换法具有较高的稳定性和准确性, 本文引入小波变换法来计算航道流量序列的赫斯特指数 H 。

收稿日期: 2013-12-18

作者简介: 孙冰 (1981—), 男, 硕士, 工程师, 从事港口与航道工程设计研究工作。

1 赫斯特指数 H 计算的数学模型

基于多尺度分析的赫斯特指数是描述分数布朗运动的单一尺度参数。分数布朗运动 (Fractal Brownian Motion, 以下简称 fBm) 是一般布朗运动的扩展, 其模型可以有效地描述时间序列的非静态随机自相似过程^[4], 具有以下特点:

1) 是一个零均值的高斯随机过程 $B_H(t)$, $t \in \mathbf{R}^+$, $0 < H < 1$ 。

2) 是非静态的。它的协方差函数是:

$$E[B_H(t)B_H(s)] = \sigma^2/2(|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t-s|^{2H}) \quad (1)$$

式中: $E(\cdot)$ 代表数学期望; σ 是方差; t 是时间变量; s 是时间延迟变量。

尽管 fBm 是非静态的, 但它的增量是静态的, 这说明 $B_H(t+s) - B_H(t)$ 的概率函数仅依赖于延迟变量 s 。

3) 是自相似的。

$$\{B_H(at) \stackrel{\Delta}{=} a^H B_H(t)\}, a \in \mathbf{R}^+ \quad (2)$$

式中: \mathbf{R}^+ 是正实数集; $\stackrel{\Delta}{=}$ 表示概率分布相等。

自相似性是 fBm 结构固有的特征, 它通常由分形维数 D 来衡量。对于一维序列来说, 赫斯特指数 H 与分形维数 D 之间的关系是: $H = 2 - D$ 。

非静态性与自相似性是 fBm 的两个重要特征。前者需要在时域上进行分析, 后者需要在不同尺度上进行分析。如果把 fBm 放在时间-尺度上分析, 则可以强化这两个特征。小波变换是一个准确有效的工具, 它可以将时域序列扩展到时频域上^[4-5]。对 fBm 采用二进小波变换 2^j , $j \in \mathbf{Z}$, 则其小波系数的方差将不依赖于时间, 只随尺度做如下变化: $(2^j)^{2H+1}$ 。在不同尺度下, 小波系数的方差服从如下关系:

$$\text{var}(d_j[n]) = \frac{\sigma^2}{2} V_\psi(H) (2^j)^{2H+1} \quad (3)$$

式中: $d_j[n]$ 代表 fBm 的小波变换系数; $V_\psi(H)$ 是常数 (cons), 它取决于所选的小波函数与 fBm 的指数 H 。fBm 小波系数的方差遵循能量守恒

定律:

$$\log_2[\text{var}(d_j[n])] = (2H+1)j + \text{cons} \quad (4)$$

因此, 通过求方差-尺度对数图的斜率可以很容易求出 fBm 的赫斯特指数 H (以及相关的分形维数 $D = 2 - H$)。 H 值的大小与 fBm 采样数据的复杂度与不规则度有关。

2 航道流量序列 H 值计算

小清河历年来水量受降雨的影响, 年内分配不均匀, 6—9 月占年来水量的 67%, 枯季径流主要为城市退水水量, 水量来源比较稳定。利用航道起点处水文站 1958—2010 年的实测流量数据, 由于其年内各月份之间流量分配不均匀, 相同月份之间数据才具有可比性, 因此将每年度按相同月份数据成组排列, 分别计算历年 12 个月份的指数 H 。数据中 2 月份序列长度最少, 为 1 497 个, 满足分析数据长度最少应为 1 000 个的要求^[6], 保证计算出的 H 值准确性不受数据长度的影响。

对历年每月份的数据实施如下步骤:

1) 进行小波分解, 计算出不同尺度上的小波系数。

选用二次 B 样条小波进行分解计算, 该小波具有紧支集、三阶消失矩的优点^[6], 保证了算法的有效性和稳定性, 其离散傅立叶变换式为:

$$\psi(\omega) = 2j[0.006 \sin\left(\frac{5}{8}\omega\right) + 0.0869 \sin\left(\frac{3}{8}\omega\right) + 0.5798 \sin\left(\frac{1}{8}\omega\right) \sin\left(\frac{c^3}{4}\omega\right)] \quad (5)$$

一段流量序列 $f(n)$ 的二进小波变换可以用 Mallat 算法^[5-6] 求出, Mallat 快速小波变换算法分解算法的核心就是将小波变换通过将流量数据与小波滤波器的卷积来实现。Mallat 分解算法的基本思想是输入流量数据分别通过低通和高通滤波器, 滤波后得到的系数以 2 为尺度进行下采样则能得到原始流量的低频系数和高频系数。如果给定一个长度为 N 的信号 $f(n)$ ($n \in N$), 那么 Mallat 算法第一

步从给定的信号 f 开始, 产生两组系数, 一组是通过低通滤波器 H 作用得到的尺度系数 $S_2^j f(1)$, 一组是通过高通滤波器 G 作用得到的小波系数 $D_2^j f(1)$, 这两组系数都是 f 在滤波器的作用下以尺度 2 的下采样, 这样整个分解算法的流程最多在 $\log_2 N$ 次数内完成。Mallat 分解算法的流程如图 1 所示。

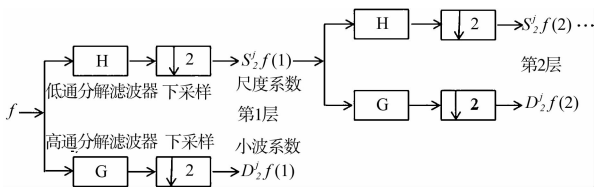


图 1 Mallat 分解算法的小波滤波器实现

Mallat 分解算法公式为:

$$S_{2^j} f(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(k - 2n) S_{2^{j+1}} f(n) \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (6)$$

$$D_{2^j} f(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} g(k - 2n) D_{2^{j+1}} f(n) \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (7)$$

式中: $S_{2^j} f(n)$ 是离散逼近操作; $D_{2^j} f(n)$ 是序列 $f(n)$ 的小波变换; $h[n]$ 和 $g[n]$ 分别为低通滤波器 H 与高通滤波器 G 的离散冲击响应系数 (即傅里叶系数); J 为长度, 是 N 的流量序列 $f(n)$ 的 Mallat 算法小波分解的最大次数, 并且 $J \leq \log_2 N$ 。

相应的二次 B 样条小波低通与高通滤波器 $h[n]$ 和 $g[n]$ 系数分别为:

$$h[n] = [0.000 \ 0 \ 0.125 \ 0 \ 0.375 \ 0 \ 0.375 \ 0 \ 0.125 \ 0 \ 0.000 \ 0] \quad (8)$$

$$g[n] = [-0.006 \ 1 \ -0.086 \ 9 \ -0.579 \ 8 \ 0.579 \ 8 \ 0.086 \ 9 \ 0.006 \ 1] \quad (9)$$

分解次数 J 越大越好, 由于 Mallat 算法属于抽取算法, 分解后小波系数将逐级减半, 故不会很大, 通过相关研究^[7]发现, 选取 $j = 1 \sim 5$ 即能达到最佳分解次数, 确定 j 尺度后, 由此可计算出相应的小波系数 d_j 。

2) 根据公式(4)得出各月份的赫斯特指数 H 。

最后采用最小二乘法^[8]来计算方差-尺度对数图的斜率 (即 $2H + 1$ 值), 进一步可求得 H 值。经计算, 小清河航道历年各月 H 值计算结果见表 1。

表 1 小清河航道历年各月赫斯特指数 H 计算值

月份	H 值	月份	H 值	月份	H 值
1 月	0.613 4	5 月	0.610 2	9 月	0.661 0
2 月	0.631 0	6 月	0.597 6	10 月	0.658 0
3 月	0.472 0	7 月	0.701 6	11 月	0.659 6
4 月	0.575 2	8 月	0.676 0	12 月	0.635 0

从表 1 可以看出: 计算结果数值显示大部分月份的 H 值不等于 0.5, 符合分形布朗运动特征, 具有较强的分形特征和长程相关性。其中除 3 月份之外, 各月份 H 值均大于 0.5, 具有长程正相关性, 表明这些月份流量呈长期递增的趋势, 其长期增长趋势与航道管理单位统计是吻合的, 这 11 个月份的航运用水保证率会逐年提高。值得注意的是 7, 8 月份的 H 值比其他月份值高, 说明处于汛期的这两个月流量波动幅度比其他月份大, 防汛压力亦会长期递增。

3 月份 H 值略低于 0.5, 说明该月由于上游水量控制、灌溉争水等各种原因影响, 流量长期呈微弱的递减趋势, 这种递减由于是长程负相关性, 不一定是在短期或者某一特定年份呈现, 这就需要航道管理部门在这一时期特别保持警惕, 必要时采取一定的补水措施, 以免水量过少影响航运。

3 结语

1) 赫斯特指数 H 是反映随机序列长程相关性的定量指标, 在随机序列研究过程中具有重要意义。当前对该指数的研究较广泛, 引入小波变换法是对该指数计算的一种优化, 目的是更有效、更准确地对这一指数进行计算。

2) 内河航道流量受多种因素的影响, 具有很强的随机性, 受各因素的影响也很难建立确定的

数学模型，所以采用非静态随机自相似的方法对实际数据进行分析具有一定的可行性和优越性。以小清河航道历年各月流量组成序列，采用新的计算方法从定量方面计算，探索航道流量的长期分布特征，结果表明小清河航道流量序列具有较强的分形特征，大部分月份存在长程正相关性，个别月份存在长程负相关性，为保证航运用水，航道管理部门需随时观测并采取补水措施，可为内河航道水资源探索利用和补水调节管理提供一种新的思路和方法。

参考文献：

[1] 邱大洪. 工程水文学[M]. 北京: 人民交通出版社, 1999.
 [2] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: Freeman, 1982.
 [3] 杜干, 张群, 张守宏. 小波变换在分形信号参数估计中

的应用[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2000, 27(3): 281-284.
 [4] Flandrin P. Wavelet analysis and synthesis of fractal Brownian motion [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1992, 38 (2): 910-917.
 [5] Mallat S. Zero-crossing of a wavelet transform [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1991, 37 (4): 1 019-1 033.
 [6] 李占魁. 小波分析在机车信号记录数据压缩存储中的应用[D]. 北京: 北京交通大学, 2010.
 [7] Jean-Marc Bardet. Statistical study of the wavelet analysis of fractional Brownian motion [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2002, 48(4): 991-999.
 [8] Chen G, Ren ZL, Sun HZ. Curve fitting in least-square method and its realization with Matlab [J]. O I Automation, 2005, 24 (3): 107-108.

(本文编辑 武亚庆)



(上接第 114 页)

参考文献：

[1] 中交第二航务工程勘察设计院有限公司. 淮河出海航道(红山头—京杭运河段) 航道整治工程初步设计报告[R]. 武汉: 中交第二航务工程勘察设计院有限公司, 2013.
 [2] 任明伟, 单正翔, 朱雄鸣. 淮河干流小柳巷水文站全沙分析[J]. 水文, 2000, 20(2): 53-56.
 [3] 刘玉年, 何华松, 虞邦义. 淮河中游河道特性与整治研究[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2012.

[4] Danish Hydraulic Institute (DHI). MIKE21 FLOW MODEL: Hydro dynamic module Scientific Documentation [R]. Damnark: DHI, 2005.
 [5] 曹民雄, 周彬瑞, 蔡国正, 等. 鱼嘴工程的研究及其在航道整治工程中的应用[J]. 水运工程, 2006(6): 50-56.
 [6] 徐芳, 岳红艳, 邓金运. 武汉天兴洲洲头整治工程效果分析[J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2007(6): 133-136.

(本文编辑 武亚庆)

