



海堤波浪浅水变形的简化计算

黄朝煊, 袁文喜, 方咏来, 翁葆忠
(浙江省水利水电勘测设计院, 浙江 杭州 410003)

摘要: 对浙江地区海堤工程涉及的波浪浅水变形计算问题进行了分析研究, 基于《浙江省海塘工程技术规定》及微积分原理, 推导了波浪浅水变形后的波高直接计算解析式, 并对平底海床、单斜坡海床、分段折线海床及三次抛物曲线海床情形下的波浪浅水变形计算进行了研究, 分别给出了简洁计算解析式, 以便于工程师计算参考, 达到提高设计进度的目的。最后通过工程实例计算, 验证了该波高直接计算解析式的精度完全满足工程要求。

关键词: 波浪三要素; 波浪浅水变形; 波能损耗系数; 浅水平均波高; 微积分理论

中图分类号: TV 139.2⁺4

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2013)06-0011-005

Simplified analysis of seawall waves in shallow water deformation

HUANG Chao-xuan, YUAN Wen-xi, FANG Yong-lai, WENG Bao-zhong

(Zhejiang Provincial Water Conservancy and Hydropower Survey and Design Institute, Hangzhou 410003, China)

Abstract: The deformation wave height of the seawall waves in shallow water of Zhejiang region is researched. Based on the *Zhejiang Seawall Engineering Technical Requirements and Calculus Principle*, we derive the analytic formula for calculating directly the shallow water waves deformation, and study the shallow water deformation under the flat-bottomed sea bed, single slope of the sea bed, the segmented polyline sea-bed and three parabolic curve sea-bed waves, and give the analytical expressions for the concise calculation, to serve as reference for the engineering design and improve the design efficiency. It is verified by project examples that the precision of wave height calculation fully meets the engineering requirement.

Key words: three wave elements; wave shallow deformation; wave energy loss coefficient; shallow average wave height; calculus theory

波浪在由外海向近岸的传播过程中, 由于受到复杂地形、障碍物和水流等因素的影响, 将发生浅化、折射、绕射、反射、底摩擦能量耗散及破碎等一系列复杂现象, 即波浪在传播过程中发生变形。海堤工程设计规范^[1]未对波浪的浅水变形计算作说明, 港口水文规范^[2]对波浪折射及波浪在水流作用下的变形计算作了说明, 浙江省海塘工程技术规定^[3] (简称海塘规定) 则对考虑底摩阻作用下的波浪浅水变形后的波高计算进行了详细说明; 沈先荣^[4]利用椭圆余弦波理论研究波浪的浅水变形的非线性问题, 分析了在 $HL^2/d^3 > 26$ (其中 H

为波高, L 为波长, d 为水深) 情形下波高的变化规律, 其中考虑了床面底摩擦、底坡等因素对波高浅水变形的影响; 李孟国等^[5]对波浪近岸传播变形的数学模型研究进展进行了总结, 如: 射线理论、能量平衡方程理论、波作用量守恒方程、缓坡方程及Boussinesq方程等, 并认为对缓坡方程和Boussinesq方程进行理论改进、数值方法研究和实际工程应用研究仍将是今后波浪数学模型研究的热点; 并提出缓坡方程及其各种改进形式可以解决从缓坡到陡坡、从长波到短波、从深水到浅水、从线性到非线性、从规则波(单频率波)到不

收稿日期: 2012-12-26

作者简介: 黄朝煊(1982—), 男, 硕士, 主要从事水工结构研究及围垦工程设计。

规则波(随机波),从大面积开敞水域到港池和防波堤等所涉及的波场计算问题。崔雷等^[6]利用抛物型缓坡方程计算波浪场,并以波浪辐射应力为近岸动力因素对案例海岸进行了数模计算并与观测数据进行了比较。

由于波浪浅水变形计算复杂,就浙江地区而言仍采用海塘工程设计规定^[3]中的“多米诺骨牌”式算法,但其计算尤为繁琐,需多次内插法查算文献^[3]中的能耗系数曲线图4.4.2;该图中曲线密集,图形清晰度不高,通过普通内插法计算波浪浅水变形工作量大,严重影响工程师设计效率,笔者认为借助微积分原理,通过数学推导计算,完全可以给出一步到位的计算式,基于此,笔者基于微积分法思想对波浪浅水变形进行了探讨。

1 对波浪浅水变形计算的简化数学推导

对于深水波浪进入浅水区后的变形,包括深水波浪进入水深小于半波长的区域成为浅水波后的波浪折射、绕射、反射以及破碎现象。浅水波在传播中,由于水深变浅,波浪要素不断变化,其变率以浅水系数表示。当波峰线与等水深线不平行时,将发生波浪折射、波向及波要素均改变,其变率以折射系数表示。波浪传播中遇到陡坡或人工建筑物时,将发生波浪的反射;传播中如遇到岛屿或建筑物,除反射外还将发生波浪的绕射扩散。波浪的浅水变形极为复杂,常是多种过程同时作用的结果,对海岸工程(如港口工程建筑物、海岸保护、航道等)极为重要。

海塘规定^[3]认为波浪向近岸水区传递,其波高、波长、波向均要发生变形,需要进行波浪浅水变形计算,对于一般海堤工程因受客观条件限制,波浪浅水变形计算只计算浅水校正和底摩阻损失,波浪变形中假设周期不变。变形计算起始水深,海湾和河口区为风区平均水深处;对开敞区,浙北海区为30 m水深处、浙中海区为20 m水深处、浙南海区为20 m水深处。

依据海塘规定^[3],当海堤坡度 $i < 1/500$ 时,波浪浅水变形中的波高计算,按以下公式(图1):

$$\bar{H}_i = K_s K_f \bar{H}'_0 \quad (1)$$

式中: K_s 为相应某一计算水深的浅水系数,可依据 d/L_0 查《海堤工程设计规范》附录D; K_f 为主要包括摩擦损失在内的波能损耗系数,可依据参数 $\alpha = \frac{f\bar{H}'_0\Delta x}{\bar{d}^2}$ 和 $\beta = \frac{\bar{d}}{T^2}$ 查海塘规定^[3]图4.4.2。式中参数: f 为摩擦系数,淤泥质海底取0.01,粗砂质海堤取0.02; \bar{d} 为分段平均水深(m),海塘规定^[3]要求分段时当该段水深在10 m以内,每段首末水深差小于2 m;当该段水深在10~20 m,每段首末水深差小于3 m;当该段水深在20~30 m,每段首末水深差小于5 m; Δx 为分段长度(m)。其中波能损耗系数也可按下式计算:

$$K_f = 1 / \left[1 + \frac{64\pi^3 f}{3g^2 T^4} \cdot \frac{K_s^2}{\text{sh}^3(2\pi d/L)} H \Delta x \right] \quad (2)$$

式中: \bar{H}'_i 为第*i*段起始的计算深水平均波高(m); \bar{H}_i 为第*i*段末端的平均波高(m)。

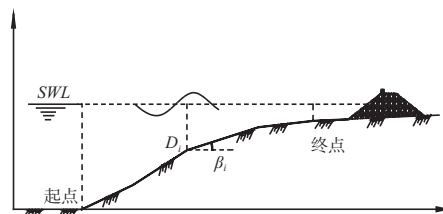


图1 波浪浅水变形示意图

依据相关波浪方面文献^[1-3],可知深水波要素 H_0', L_0, C_0 与浅水变形后的波要素 H, L, C 满足以下关系式(图2):

$$\frac{L}{L_0} = \frac{C}{C_0} = \text{th}\left(2\pi \frac{d}{L}\right) \quad (3)$$

$$\frac{d}{L_0} = \frac{d}{L} \text{th}\left(2\pi \frac{d}{L}\right) \quad (4)$$

$$K_s = \frac{H}{H_0'} = 1 / \left\{ \left[1 + \frac{4\pi d/L}{\text{sh}(4\pi d/L)} \right] \frac{C}{C_0} \right\}^{1/2} \quad (5)$$

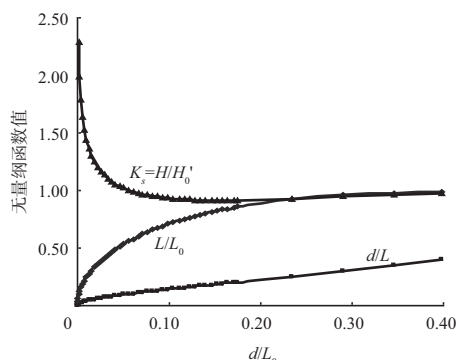


图2 波浪要素之间关系曲线

因此, 若要求出波浪浅水变形后的波浪要素, 需首先通过能量原理求出波浪的浅水平均波高, 对于浙江地区可采用海塘规定^[3](即本文的式(1))逐段推求。

海塘规定^[3]“多米诺骨牌”式算法计算波浪浅水变形稍显机械并且烦琐, 分段长度较多时很容易形成误差累积效应, 基于此笔者借助微积分原理, 通过数学推导计算, 给出一步到位的简洁计算式, 推导计算过程如下:

对波能损耗系数 K_f ^[3] ($\frac{\bar{H}'_{i+1}}{H_i} = K_f$) 计算式取极限 $\Delta x \rightarrow 0$, 即得以下微分关系:

$$\frac{\bar{H}'_{i+1}}{H_i} = \frac{\bar{H}'_i + \Delta(\bar{H}'_i)}{H_i} = K_f = \frac{1}{1 + \left[1 + \frac{64\pi^3 f}{3g^2 T^4} \cdot \frac{K_s^2}{\text{sh}^3(2\pi d/L)} \cdot H \Delta x \right]} \quad (6)$$

由 $\frac{1}{1 + \Delta x} \Big|_{\Delta x \rightarrow 0} = 1 - \Delta x + \Delta x^2 - \Delta x^3 + \dots$ 知, 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 式(6)可变换为:

$$\frac{\Delta(\bar{H}'_i)}{\bar{H}'_i} = - \frac{64\pi^3 f}{3g^2 T^4} \cdot \frac{K_s^2}{\text{sh}(2\pi d/L)} \cdot \bar{H}'_i \Delta x \quad (7)$$

记常参数 $m = \frac{64\pi^3 f}{3g^2 T^4} \quad (8)$

无量纲函数 $f(z) = \frac{K_s^2}{\text{sh}^3(2\pi z)} \Big|_{z=d/L} \quad (9)$

其中参数 $z=d/L$; 设沿海床坡面的水深 d 与水平距离 x 之间的关系为: $d=g(x)$, 故知: $z=d/L=g(x)/L$, 设海床坡面上计算点 x 处的平均波高 $\bar{H}'_i = y(x)$, 代入式(6)可得海床坡面上计算点 x 处的平均波高的微分方程式:

$$\frac{dy}{y} = -mf [g(x)/L] \cdot y dx \quad (10)$$

两边分离变量并积分, 当海床底为平坡即水深沿程不变时, $f(z)=f[g(x)/L]=\text{const}$ 为常数, 此时积分得:

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{H_0'} = mf(d_0/L) \sum x \quad (11)$$

当海床底坡不等于0时(即水深逐渐变浅), 结合计算起点处的深水平均波高为 \bar{H}_0' 边界条件, 得波浪浅水变化后的波高计算式:

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{H_0'} = mL \int f [g(x)/L] \frac{1}{g'(x)} d \left[\frac{g(x)}{L} \right] \quad (12)$$

依据浙江院海堤工程中的涌浪计算经验, 波浪浅水变形过程中一般满足 $z=d/L_0 \in (0.005, 0.15)$,

通过对无量纲函数 $f(z) = \frac{K_s^2}{\text{sh}^3(2\pi z)} \Big|_{z=d/L}$ 分析, 结合 EXCEL 及 CurveExpert 拟合软件拟合分析得无量纲函数 $f(z)$ 的简洁计算式:

$$f(z) = \exp[-4.085 - 1.964(\ln z) - 3.166(\ln z)^2] \quad (13)$$

$z=d/L_0 \in (0.005, 0.15)$

无量纲函数 $f(z)$ 与 $z=d/L_0$ 关系曲线见图3, 相关系数为0.99。

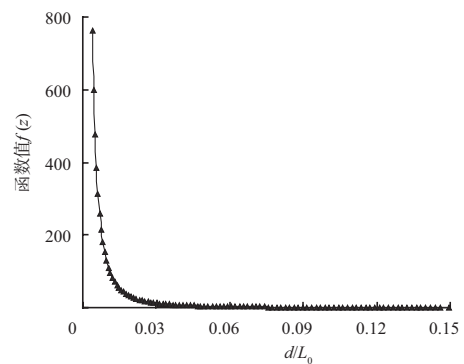


图3 无量纲函数 $f(z)$ 与 $z=d/L_0$ 关系曲线

1.1 海床为直线坡段

当式(12)中反映海床坡面变化率的量 $\frac{1}{g'(x)} = -A_0$ 时: 即水深与 x 成直线变化关系, 代入式(9)知

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{H_0'} = mL A_0 \int f(z) dz \quad (14)$$

借助强大的 matlab 软件进行高精度的数值积分(精确到 1×10^{-9}), 然后通过 CurveExpert 拟合软件高精度的数值回归分析(相关系数 $r=0.999\ 984\ 50$) (图3), 得波浪浅水变化后的波高计算式:

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{H_0'} = mA_0 L \left(\frac{2.8317 + 0.5111t}{1 + 0.212t + 0.0109t^2} \right) \Bigg|_{t=\ln(d \text{ 终点}/L_0)}^{t=\ln(d \text{ 起点}/L_0)} \quad (15)$$

式中: 参数 y 为海床坡面上待求点处浅水变形后的平均波高(m); \bar{H}_0' 为浅水变形计算起始点的平均波高(m); 反映相对水深的无量纲量 $t=\ln(d/L_0)$ 。

对于更一般情形, 如海床面为任意不规则的折线形式时, 如图1, 比如点 D_i 和 D_{i+1} 之间的坡角度为 β_i , 即知海床为任意折线时的波浪浅水变化后的波高计算式:

$$\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{H_0'}\right) = mL \left\{ \cot\beta_{\text{起点}} F[\ln(d_{\text{起点}}/L_0)] + \sum_{i=1}^n (\cot\beta_{i+1} - \cot\beta_i) F[\ln(d_i/L_0)] + \dots - \cot\beta_{\text{终点}} F[\ln(d_{\text{终点}}/L_0)] \right\} \quad (16)$$

其中无量纲函数:

$$F(t) = \left(\frac{2.8317 + 0.5111t}{1 + 0.212t + 0.0109t^2} \right) \quad (17)$$

1.2 海床为抛物线坡段

当式(12)中反映海床坡面变化率的量 $\frac{1}{g'(x)} = -A_1g(x)$ 时, 即水平距离 x 与水深 d 成二次抛物线变化关系, 积分得 $x = B - A_1g^2(x)/2$ (其中 B 和 A_1 为积分参数, 可通过对实际海床面数值拟合求得), 代入式(12)得

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{H_0'} = mA_1L \int f(z)zdz \quad (18)$$

无量纲函数 $zf(z)$ 与 $z=d/L_0$ 关系曲线见图4。

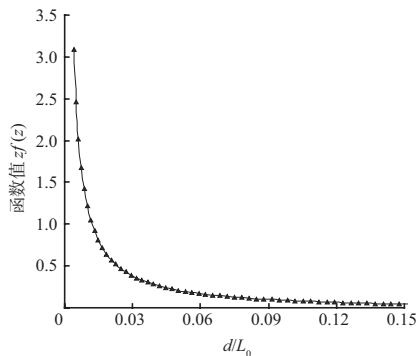


图4 无量纲函数 $zf(z)$ 与 $z=d/L_0$ 关系曲线

由于以上函数积分较难求出其解析形式, 但借助强大的matlab软件进行高精度的数值积分(精确到 1×10^{-9}), 然后通过CurveExpert拟合软件高精度的数值回归分析(相关系数 $r=0.99999255$), 得波浪浅水变化后的波高计算式:

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{H_0'} = 10^{-3} mA_1L (45.03 - 2.610t - 3.251t^2 - 0.236t^3) \Big|_{t=\ln(d_{\text{终点}}/L_0)}^{t=\ln(d_{\text{起点}}/L_0)} \quad (19)$$

当式(12)中反映海床坡面变化率的量 $\frac{1}{g'(x)} = -A_2g^2(x)$ 时: 即水平距离 x 与水深 d 成三次抛物线变化变关系, $x = B - A_2g^3(x)/3$ (其中 B 和 A_2 为积分参数, 可通过对实际海床面数值拟合求

得), 即水深与 x 成三次抛物线变化关系, 代入式(12), $\frac{1}{y} - \frac{1}{H_0'} = mA_2L \int f(z)z^2dz$, 由于以上函数积分较难求出其解析形式, 但借助强大的matlab软件进行高精度的数值积分(精确到 1×10^{-9}), 然后通过CurveExpert拟合软件高精度的数值回归分析(相关系数 $r=0.9999998$), 得波浪浅水变化后的波高计算式:

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{H_0'} = 10^{-4} mA_2L (-0.51 + 127z - 207.6z^2) \Big|_{z=(d_{\text{终点}}/L_0)}^{z=(d_{\text{起点}}/L_0)} \quad (20)$$

其中无量纲相对水深 $z=d/L_0$ 。

1.3 海床为一般的曲线坡段

当式(12)中反映海床坡面变化率的量 $\frac{1}{g'(x)} = -[A_0 + A_1g(x) + A_2g^2(x)]$ 时: 即水平距离 x 与水深 $d=g(x)$ 成一般的曲线关系(采用三次抛物线拟合), $x = B - A_0g(x) - A_1g^2(x)/2 - A_2g^3(x)/3$, 代入式(12), 结合式(15), (19)和(20)得海床为一般曲线时波浪浅水变化后的波高计算式:

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{H_0'} = mL \left[A_0 \left(\frac{2.8317 + 0.5111t}{1 + 0.212t + 0.0109t^2} \right) \right] \Big|_{t=\ln(d_{\text{终点}}/L_0)}^{t=\ln(d_{\text{起点}}/L_0)} + 10^{-3} A_1 (45.03 - 2.610t - 3.251t^2 - 0.236t^3) \Big|_{t=\ln(d_{\text{终点}}/L_0)}^{t=\ln(d_{\text{起点}}/L_0)} + 10^{-4} A_2 (-0.51 + 127z - 207.6z^2) \Big|_{z=(d_{\text{终点}}/L_0)}^{z=(d_{\text{起点}}/L_0)} \quad (21)$$

式中: 参数 $y = \overline{H}'$ 为待求的浅水变形后的波高。

2 算例

取文献[3]中的例1为算例, 采用本文方法与之对比。某海塘保护面积 3333.3 hm^2 , 人口5万以上, 并有重要工业设施, 海塘位于开敞式海区, 海塘轴线为西南-东北向, 塘前涂面高程4.5 m, 塘身为干砌石护坡, $m=2.0$ 。该海塘为Ⅲ级海塘, 潮位和风速的设计重现期为50 a一遇, 堤前涂面高程为4.5 m, 外坡护面为浆砌石, 塘顶加以保护。

依据海塘所在海域, 可查知其平均波高 $\overline{H} = 4.1 \text{ m}$, $H_{4\%} = 7.5 \text{ m}$, $T = 13.6 \text{ s}$, $L_0 = 288.5 \text{ m}$, $f = 0.01$ 为摩擦系数, 近岸浅水波要素计算的起点为海图上20.0 m等深线, 该点处水深为 $d_0 = 20.0 \text{ m} + 1.0 \text{ m} +$

6.87 m=27.87 m, 依据海塘规定中例题1的分段参数换算得计算成果(表1)。

与海塘规定中成果对比误差为1.73%, 误差产生的原因有: 《浙江省海塘工程规定(上)》查表法

认为导致的误差, 依据其差分法显式求解格式本身连锁式推求所产生的累积误差, 本文等效拟合函数本身所产生的误差 (<0.7%)。但总体而言, 本文所提出的理论精度满足工程实际应用要求。

表1 波浪浅水变形计算成果比较

计算点	水深 d/m	相对水深 d/L_0	函数值 $F(t)$ ($t=\ln(d/L_0)$)	海床折线段 坡角 $\beta/(\circ)$	平均波高 m	
					《海塘规定》	本文式(16)
起点	27.87	0.096 6	2.902 5	0.016 2	4.40	4.40
点 D_1	24.87	0.086 2	2.892 6	0.029 6	4.00	
点 D_2	21.87	0.075 8	2.878 8	0.028 6	3.70	
点 D_3	20.46	0.070 9	2.870 4		3.47	3.53

3 结语

1) 文献[1-3]给出了 d/L (浅水水深 d 与浅水波长 L) 为变量的浅水波要素与深水波要素直接的函数关系, 但实际应用中常是由 d/L_0 (浅水水深 d 与深水波长 L_0) 反推求浅水波要素, 其求解过程不能给出解析解, 而通常采用试算法, 因此文献[1-3]中给出了查算表, 本文给出了其关系曲线图, 笔者认为可以给出其高精度简洁拟合式, 限于篇幅未给出。

2) 基于海塘规定^[3]、微积分原理及无量纲化方法, 本文推导了波浪浅水变形过程中沿海床面平均波高与水平距离之间的微分方程关系式, 结合数学软件数值分析, 分别对平底海床、单斜坡海床、分段折线海床及三次抛物曲线海床情形下的波浪浅水变形计算进行了研究, 分别给出了简洁计算解析式, 以便于工程师计算参考, 达到提高设计进度的目的。

3) 最后通过工程实例计算, 认为本文解析计

算式成果与海塘规定中成果误差1.73%, 精度完全满足工程要求。

值得一提的是, 由于波浪浅水变形涉及影响因素多而复杂, 本文理论有待于进一步深入推广研究。

参考文献:

- [1] SL 435-2008 海堤工程设计规范[S].
- [2] JTJ 213-1998 海港水文规范[S].
- [3] 浙江省水利厅. 浙江省海塘工程技术规定[R]. 杭州: 浙江省水利厅, 1999.
- [4] 沈先荣. 近岸波浪浅水变形的非线性分析[J]. 海洋工程, 1994, 12(4): 59-71.
- [5] 李孟国, 王正林, 蒋德才. 近岸波浪传播变形数学模型的研究与进展[J]. 海洋工程, 2002, 20(4): 43-57.
- [6] 崔雷, 唐军, 沈永明. 近岸波浪及沿岸流数值模拟研究[J]. 水利学报, 2008, 39(12): 1 340-1 345.

(本文编辑 武亚庆)

