



# 基于可靠度的嵌岩桩优化设计模型\*

周世良<sup>1</sup>, 陈正鹏<sup>1</sup>, 李丰华<sup>2</sup>

(1. 重庆交通大学 河海学院, 重庆 400074; 2. 长江航道规划设计研究院, 湖北 武汉 430011)

**摘要:** 对于嵌岩桩这一设计变量较少, 控制荷载效应和抗力的随机变量较多的结构, 提出了一种相对于传统双层优化迭代模型不存在收敛问题的基于可靠度的优化设计模型。同时运用Matlab工具对一个工程优化实例进行分析, 并对影响设计变量的随机变量进行了敏感性分析。得出嵌岩段力学统计参数和荷载统计参数对可靠度指标是敏感的, 且当岩石饱和单轴抗压强度的离散性较大时, 无法通过调整桩基设计参数达到目标可靠指标。所以实际工程中, 应该加强对其参数的统计工作。

**关键词:** 嵌岩桩; 可靠度; 优化设计; 敏感性分析; Matlab

中图分类号: U 656.1; U 656.6

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2012)11-0036-06

## Reliability-based optimization design model for rock-socketed pile

ZHOU Shi-liang<sup>1</sup>, CHEN Zheng-peng<sup>1</sup>, LI Feng-hua<sup>2</sup>

(1. College of River and Ocean Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;

2. Changjiang Waterway Planning Design and Research Institute, Wuhan 430011, China)

**Abstract:** This paper proposes the reliability-based optimization design model that has no problem of convergence compared to the traditional one for the rock-socketed pile which has fewer design variables and more random variables controlling load effect and resistance, analyzes a case about the reliability-based optimization design with the model calculated by matlab, and studies the sensitivity of random variables affecting the design variables. It is concluded that the target reliability index can't be met by adjusting the design parameters, resulting from that the statistical and mechanical parameters of the load and rock are sensitive. It is suggested to strengthen the statistical work of the parameters.

**Key words:** rock-socketed pile; reliability; optimization design; sensitivity analysis; Matlab

嵌岩桩在港口、桥梁等重大工程中广泛应用, 其一旦失效, 对整个社会和生态环境造成的影响是非常严重的<sup>[1]</sup>。因此嵌岩桩的可靠性问题已经成为工程决策需要首先考虑的关键因素<sup>[2-3]</sup>。

传统的嵌岩桩优化设计方法是采用确定性数值计算的方法<sup>[4]</sup>, 在给定条件下对设计进行改进, 力求达到安全、可靠、耐久适用、经济合理等目标。然而, 在实际工程的勘察、设计以及施工过程中存在许多不确定因素, 如: 桩基工程地质勘

察成果中岩土力学性能参数的不确定性, 施工对桩周岩土的扰动程度的不确定性, 几何参数的不确定; 使用过程中可变荷载的随机性等<sup>[1]</sup>。传统优化设计基于确定性分析模型, 对这些不确定因素是通过安全系数进行反应的, 使得实际问题过于简化, 进而给出的设计方案难以合理保证对结构可靠性的要求<sup>[2]</sup>。

基于可靠度的优化设计的特点是目标函数或者约束条件中包含可靠度(或失效概率)的计

收稿日期: 2012-04-27

\*基金项目: 教育部科学技术研究重点项目(210176); 云南省交通运输厅科技项目(702237)

作者简介: 周世良(1972—), 男, 博士后, 教授, 从事水工结构、岩土工程方面的研究与教学工作。

算。其过程为双层优化迭代过程<sup>[2-4]</sup>, 它最直接的方法就是把可靠度分析和优化设计这两个过程联系起来, 以外层对设计变量的优化迭代为主, 当约束条件需要可靠度数据时, 暂停外层优化, 转而进行可靠度分析(内层优化), 计算结束后, 将数据调用到外层的优化迭代中, 重复该过程, 直到设计变量的收敛。由此给出的设计方案不仅能够达到传统优化设计的目的, 而且能够合理地考虑实际工程中的不确定性因素, 达到经济与安全的统一<sup>[3]</sup>。但这种双层优化迭代是计算量大且收敛性无法保证的算法<sup>[5]</sup>, 鉴于以结构可靠指标来描述结构可靠性的技术比较成熟, 目前基于可靠度的结构优化设计的研究大都集中在基于可靠指标的单层次算法上。例如程耿东等<sup>[6]</sup>提出的序列近视规划算法, Kushel N等<sup>[7]</sup>利用Kuhn-Tucker必要条件的优化算法, Tu等<sup>[8]</sup>提出的功能测度法, 虽然这些算法具有较高的效率, 但对于工程实际应用上还不够简洁, 且计算收敛性无法保证<sup>[3]</sup>。

本文针对嵌岩桩这一设计变量较少、控制荷载效应和抗力的随机变量较多的结构, 提出一种基于可靠度的嵌岩桩优化设计模型, 该模型不存在收敛问题。

### 1 基于可靠度的嵌岩桩优化设计模型

#### 1.1 理论基础

考虑一个具有两个设计变量的传统优化模型<sup>[3-4]</sup>:

$$\begin{aligned} & \text{Min} f(x_1, x_2) \\ \text{s.t.} \quad & g_1(x_1, x_2) \leq 0 \\ & g_2(x_1, x_2) \leq 0 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

其中:  $x_1, x_2$ 为设计变量;  $f(x_1, x_2)$ 为目标函数;  $g_1(x_1, x_2) \leq 0, g_2(x_1, x_2) \leq 0, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ 为约束条件。图1为基于可靠度的优化设计示意图, 图中阴影部分为设计变量的可行域, 虚线表示目标函数  $f(x_1, x_2)$ , 矩形区域表示设计点  $A, B$  的可能域。

从图中得到  $A$  点为优化设计的最优点, 其可能域中处于优化问题可行域内的部分仅有约 1/4。这表明, 若考虑实际工程中的不确定因素, 传统优化设计给出的最优点虽然能够使得目标函数最优, 却无法可靠地保证结构能够满足设计要求。

因此, 在结构优化设计理论与方法的研究中, 为了更合理地考虑结构不确定性因素的影响, 有必要引入和应用结构可靠度理论。

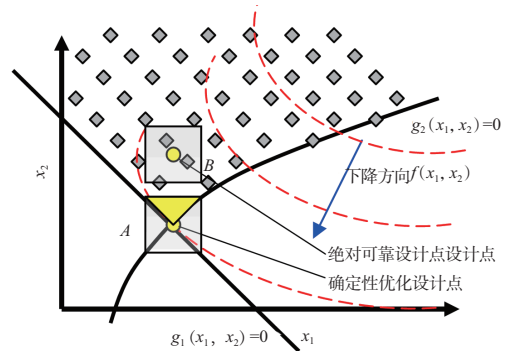


图1 基于可靠度的优化设计

如图1所示, 如果取图中所示的  $B$  点为设计点, 尽管相对于  $A$  点而言目标函数值有了一定的增加, 但其对应的可能域完全处于可行域内。这表明得到的设计方案可以保证在各种不确定因素的影响下, 总是处于安全状态的。而在实际的设计工作中, 是允许结构有满足要求的失效概率的, 所以最后的最优点大多数情况下会落在  $A$  和  $B$  之间。对于如何考虑在随机因素影响下的最优设计点, 是基于可靠度的优化设计研究的主要问题。

本文将可靠度指标引入约束条件进行嵌岩桩的优化设计。对于嵌岩桩, 其设计变量较少; 且设计变量的范围和变化幅度都比较小, 所以提出如图2所示的比较简洁的基于可靠度的优化算法。

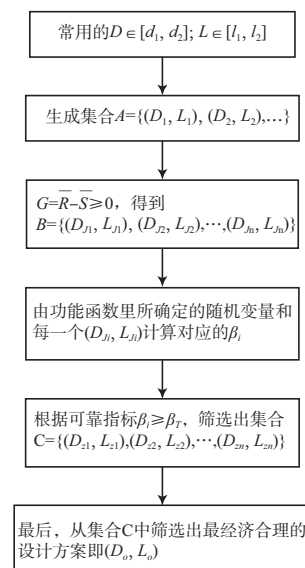


图2 基于可靠度的优化算法

图中 $D$ 是嵌岩桩常用的桩径的集合,  $d_1, d_2$ 为嵌岩桩常用的桩径的上下限(通常可取 $d_1=0.5\text{ m}$ ,  $d_2=3\text{ m}$ );  $L$ 是嵌岩桩常用的嵌岩深度的集合,  $l_1, l_2$ 为嵌岩桩常用的嵌岩深度的上下限(通常可取 $l_1=d, l_2=5d$ )<sup>[9-10]</sup>; 集合 $A$ 是集合 $D$ 与集合 $L$ 元素的组合; 集合 $B$ 是集合 $A$ 经过抗力均值大于效应均值判断筛选后得到的子集; 集合 $C$ 是集合 $B$ 经过可靠指标的验证后得到的子集。

### 1.2 Matlab在可靠度计算中应用

首先从正态空间中可靠度指标 $\beta$ 的几何意义<sup>[2]</sup>出发,建立求解可靠度指标 $\beta$ 的优化模型,如图3所示。

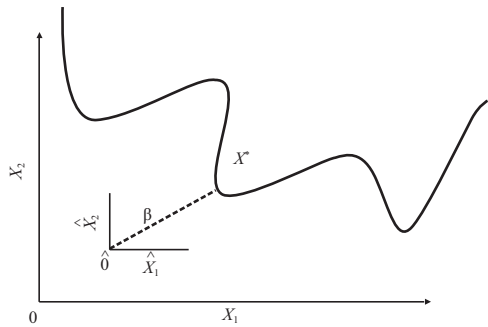


图3 可靠指标的几何含义

设结构中的 $n$ 个相互独立的随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n$ (若不是相互独立的变量,通过变换可以使其成为相互立的变量),其概率分布函数为 $F_i(X_i)$ ( $i=1, 2, \dots, n$ )由这 $n$ 个随机变量表示的结构功能函数为:

$$Z_x = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1)$$

做映射变换

$$F_i(X_i) = \phi(Y_i) (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

则有:

$$X_i = F_i^{-1}[\phi(Y_i)] \quad (3)$$

式中:  $F_i^{-1}[\cdot]$ 为分布函数 $F_i[\cdot]$ 的反函数;  $\phi(\cdot)$ 为标准正态函数;  $Y_i$ 为相互独立的标准正态随机变量。

将式(3)代入式(1)可得:

$$Z_y = g(F_1^{-1}[\phi(Y_1)], F_2^{-1}[\phi(Y_2)], \dots, F_n^{-1}[\phi(Y_n)]) \quad (4)$$

即:

$$Z_y = G(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \quad (5)$$

根据标准正态空间内可靠度指标 $\beta$ 的几何意义<sup>[2]</sup>有:

$$\begin{aligned} \min \quad & \beta = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_n^2} \\ \text{s.t} \quad & G(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = 0 \end{aligned}$$

目标函数 $\beta$ 是凸函数,若 $G(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = 0$ 也是凸函数,则上述模型为凸规划问题。由优化设计原理<sup>[1]</sup>可知:该模型的任意局部极小点都是目标函数 $\beta$ 在非空可行集上的全局极小点。最后利用Matlab优化模块<sup>[11]</sup>可以方便快捷地求解可靠指标 $\beta$ ,即:

$$[X, \beta, exitingflag, output, lambda, grad, hessian] = fmincon(fun, x_0, A, B, Aeq, Beq, L_b, U_b, Nonlcon, options)$$

式中:  $X$ 为返回的设计变量;  $\beta$ 为返回设计变量所对应的可靠指标;  $exitingflag$ 为程序计算后退出的标志;  $Lambda$ 为返回的 $\lambda$ 矩阵;  $grad$ 为返回设计变量所对应的梯度矩阵;  $hessian$ 为返回的海赛斯矩阵;  $fmincon$ 为调用matlab求解最优问题的子程序;  $fun$ 为目标函数;  $x_0$ 为设计变量的初值;  $A, B$ 为线性不等式约束,  $A_x^* < b$ ,  $Aeq, Beq$ 为线性等式约束,  $Aeq_x^* = Beq$ ;  $L_b, U_b$ 为变量的上下边界;  $Nonlcon$ 为非线性约束;  $Options$ 为相关算法的设置选项。

### 1.3 嵌岩桩极限状态方程分析

由于嵌岩桩的承载机理和失效模式都很复杂,根据失效模式的不同,则嵌岩桩极限状态方程不同。如承载力的失效模式(包含桩周岩土的失效模式和桩身混凝土的失效模式)、桩顶位移失效模式等,其极限状态方程是不同的。做简化处理,该优化模型采用工程设计中常用的承载力失效模式。

嵌岩桩的承载性状由于桩径比、覆盖土层性质、嵌岩段岩性、施工工艺不同而有显著差异。根据《港口工程嵌岩桩设计与施工规程》<sup>[9]</sup>,不做静载荷实验工程其单桩轴向抗压承载力设计值:

$$Q_{cd} = \frac{\mu_1 \sum \xi_{fi} q_{fi} l_i}{\gamma_{cs}} + \frac{\mu_2 \xi_s f_{rc} h_r + \xi_p f_{rc} A}{\gamma_{CR}} \quad (6)$$

则抗力

$$R = \mu_1 \sum \xi_{fi} q_{fi} l_i + \mu_2 \xi_s f_{rc} h_r + \xi_p f_{rc} A \quad (7)$$

式中:  $\mu_1$ 为覆盖层桩身周长(m);  $\mu_2$ 为嵌岩段桩身周长(m);  $\xi_{fi}$ 为桩周第 $i$ 层土的侧阻力计算系

数;  $q_{fi}$  为桩周第  $i$  层土的侧阻力 (kPa);  $l_i$  为桩穿过第  $i$  层土的厚度 (m);  $f_{rc}$  为岩石饱和单轴抗压强度 (kPa);  $A$  为嵌岩段桩端面积 ( $m^2$ );  $h_r$  为桩身嵌入基岩的深度 (m), 不超过  $5d$ ;  $\xi_s, \xi_p$  分别为嵌岩段侧阻力和端阻力计算系数, 与嵌岩深径比  $h_r/d$  有关。

则以综合随机变量表示的嵌岩桩承载力稳定分析的极限状态方程<sup>[2,12]</sup>为:

$$g=R-S \quad (8)$$

式中:  $R$  为桩轴向抗力;  $S$  为作用于桩上的荷载效应, 等于永久作用效应与可变作用效应之和, 即:

$$S=S_G+S_Q \quad (9)$$

则嵌岩桩的承载力功能函数可表示为:

$$g=R-S_G-S_Q \quad (10)$$

对于可靠度的计算, 本文取定岩土承载力参数作为随机变量, 几何尺寸为定值。

## 2 实例分析

某山区河流大水位差架空直立式框架码头工程的桩基工程采用嵌岩桩, 岩土力学统计参数如表1和表2所示。

表1 岩土力学参数

地层条件	土层厚度	侧阻力均值	侧阻力标准差	所属分布
	/m	/kPa	/kPa	
黏性土	2.7	65	19.5	正态分布
粉砂夹粉质黏土	3.5	79	23.7	正态分布
砾砂	2.8	110	33	正态分布
强风化页岩	1.3	120	36	正态分布
微风化页岩	2.4	10 000*	1 200*	正态分布

注: \*表示岩石饱和单轴抗压强度。

表2 荷载参数

荷载性质	均值/kN	变异系数	所属分布
永久载	800	0.07	正态分布
可变荷载	2 000	0.29	极值 I 型

对于此问题, 目标函数可综合考虑, 一般可取桩基工程的直接费等; 约束条件除了目标可靠指标外, 还可加入其它感兴趣的因素如抽象化的施工难度、桩身最大压应力等。此处作为简例, 旨在说明该模型的适用性所以将目标函数简化为桩体积, 且仅对桩基几何尺寸作约束。即:

$$\begin{aligned} \min f(x_1, x_2) &= \frac{1}{4} \pi D^2 \times L \\ \text{s.t. } \beta &\geq \beta_T \\ D &\in [D_1, D_2] \\ L &\in [L_1, L_2] \end{aligned} \quad (11)$$

采用前述方法进行计算, 取值<sup>[10]</sup>  $D=[0.5, 3]$ ,  $L=[d, 5d]$ , 然后取不同的目标可靠指标进行计算得到在目标可靠指标下的最优桩径和嵌岩深度, 最后再计算其在最优桩径和嵌岩深度情况下的计算可靠指标。计算结果如表3所示。

表3 不同目标可靠指标下计算结果

桩径/m	嵌岩深度/m	单桩混凝土工程量/ $m^3$	可靠指标	目标可靠指标
0.70	1.20	4.426	3.019	3.0
0.75	1.45	5.191	3.573	3.5
0.80	1.60	5.982	4.003	4.0

注: 因桩基必须穿过覆盖土层, 所以桩长度仅决定于嵌岩深度。

如表3所示, 根据《港口工程结构可靠度设计统一标准》<sup>[12]</sup>规定一级结构 $\beta_T=4.0$ , 二级结构 $\beta_T=3.5$ , 三级结构 $\beta_T=3.0$ 得出了相应的优化结果, 能方便地为工程设计选用。

本例只是工程中的简例, 设计变量为桩径和嵌岩深度, 随机变量为岩土的力学参数, 对于实际的复杂工程应用本方法同样是适用的。

## 3 敏感性分析

在实例分析的基础之上, 针对岩石饱和单轴抗压强度的变异系数 ( $V_s$ ) 和可变荷载变异系数进行敏感性分析 (若目标函数是直接费、约束条件是施工难度, 则敏感因素不止这两个参数, 此处限于篇幅, 只是简化处理)。

图4~6分别为岩石饱和单轴抗压强度变异系数与混凝土体积、最优桩径和嵌岩比的关系。

从图4和图5可以看出, 当岩石饱和单轴抗压强度变异系数增加到0.15后, 其对最优桩径和单桩混凝土体积的影响较大。经计算, 当取目标可靠指标 $\beta=4.0$ ,  $V_s=0.25$ 时, 得出的最优桩径为1.7 m, 嵌岩深度为1.7 m, 单桩混凝土体积为27.24  $m^3$ , 其与在该变异系数下的其余目标可靠指标对应的最优桩径和嵌岩深度差异性很大; 且当取目标可靠指标 $\beta=3.5$ , 且 $V_s=0.3$ 时, 最优桩径为2.5 m, 嵌岩深度为

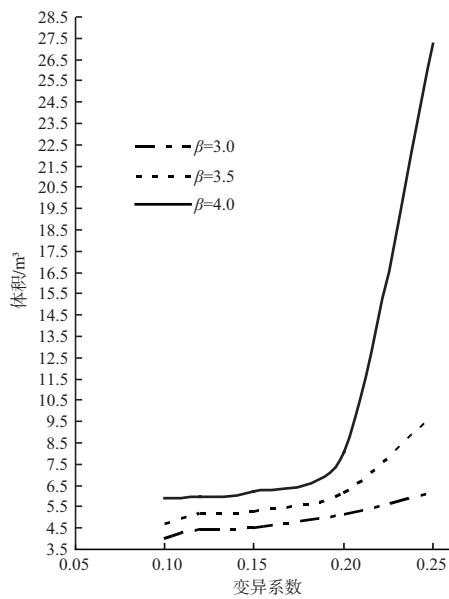


图4 岩石饱和单轴抗压强度变异系数与桩混凝土体积的关系

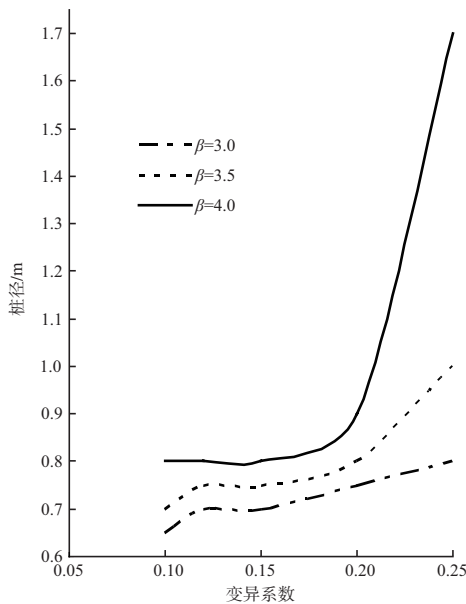


图5 岩石饱和单轴抗压强度变异系数与桩径的关系

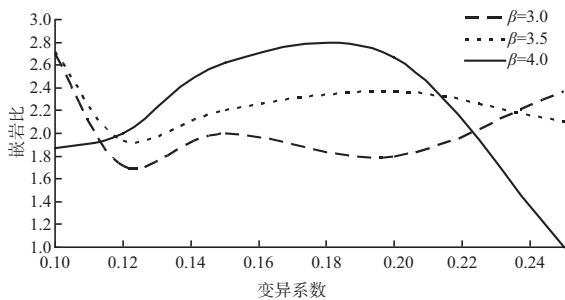


图6 岩石饱和单轴抗压强度变异系数与嵌岩比的关系

12.5 m (已经达到最大5倍桩径<sup>[9-10]</sup>), 计算可靠指标为3.442, 说明当 $V_s=0.3$ 时, 设计变量在常用范

围内, 计算可靠指标无法达到目标可靠指标, 也就是在这种情况下, 其可靠指标存在上界。出现这种现象的原因在于影响抗力的随机变量的离散性(变异系数)较大, 原点失效边界的最小距离不会随着设计变量的增加而增加。从图6且结合图4和图5可看出, 嵌岩比在目标可靠指标 $\beta=4.0$ 以下时, 其变化幅度基本平稳, 在 $\beta=4.0$ 其值出现较大的波动。所以在实际工程中, 应加强对嵌岩段岩石力学参数的统计整理。

图7~9分别为可变荷载变异系数与桩混凝土体积、桩径、嵌岩比的关系。从图7和图8中可以看出, 最优桩径和单桩混凝土体积在预定目标可靠指标下随可变荷载变异系数基本呈线性增长, 表明可变荷载变异系数对最优桩基参数也有较大影响, 相比岩石饱和单轴抗压强度而言其敏感程度稍弱。另外, 在其他条件不变的情况下, 可变荷载变异系数为0.3且目标可靠指标为4.0时, 最优桩径为0.8 m, 嵌岩深度比为2.25, 计算可靠指标为4.051。这说明可变荷载变异系数变大时不会出现像岩石饱和单轴抗压强度变异系数变大对设计变量造成的较大影响, 且不会出现随着变异系数的变大, 计算可靠指标无法达到目标可靠指标的现象。从图9且结合图7和图8可看出, 随着可变荷载变异系数的增加, 最优嵌岩比有趋于稳定的趋势, 这个趋势是不同于岩石饱和单轴抗压强度变异系数增加对嵌岩比得影响的。但由于可变荷载变异系数对最优桩基参数的影响呈线性化, 所以应加强对荷载参数的统计整理。

由上述分析可知, 嵌岩段力学统计参数和荷载统计参数对设计变量都是敏感的。

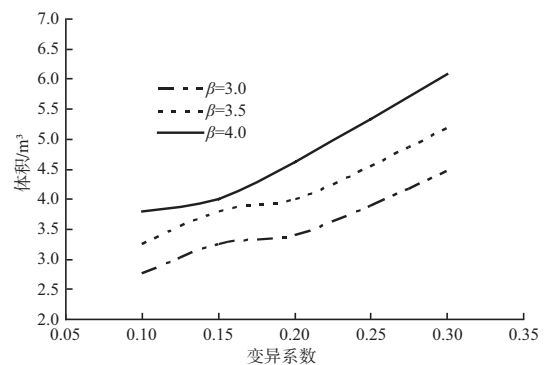


图7 可变荷载变异系数与桩混凝土体积的关系

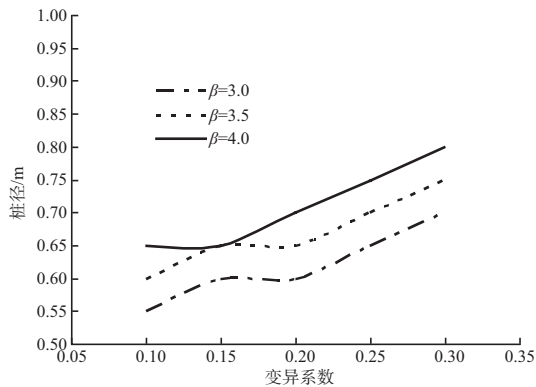


图8 可变荷载变异系数与桩径的关系

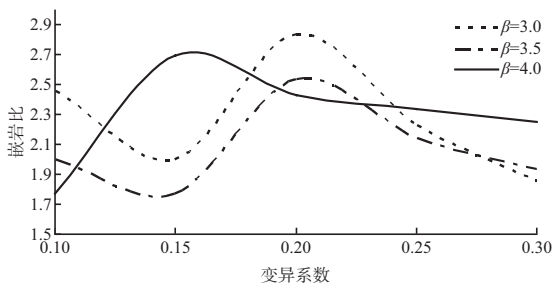


图9 可变荷载变异系数与嵌岩比的关系

#### 4 结语

结合传统的优化设计理论和可靠度理论针对嵌岩桩提出了基于可靠度的优化设计模型。并结合工程实例,运用Matlab工具对其进行计算,并进行敏感性分析。以下是利用这种优化模型得到的结论:

1) 利用该模型进行优化设计,不存在收敛问题。

2) 当岩石饱和单轴抗压强度的离散性较大时,无法通过调整桩基设计参数达到目标可靠指标,这一点应引起重视。

3) 根据工程实例中得到的关于嵌岩桩的可靠度指标的敏感性分析结果,嵌岩段力学统计参数和荷载统计参数对可靠度指标是敏感的,所以实际工程中,应该加强对嵌岩段力学参数的统计工作。

4) 该模型没有考虑地质勘察,施工等随机因素,但不难加上这些因素。且目标函数仅仅是考虑了单桩混凝土的工程量,但可以利用此方法将目标函数改进为桩基的直接工程费。

5) 由于嵌岩桩的承载机理较复杂,本文仅仅通过承载力失效模式(主要失效模式)计算嵌岩桩的可靠度。对于其他失效模式还需另行拟文分析。

#### 参考文献:

- [1] 吴世伟. 结构可靠度分析[M].北京:人民交通出版社,1990.
- [2] 陈宇旋. 基于可靠度的结构优化设计研究[D].广州:华南理工大学,2010.
- [3] Yu Wang, Siu-Kui Au, Fred H. Expanded reliability-based design approach for drilled shafts[J]. Journal of Geotechnical and geoenvironmental engineering: ASCE, 2011 (2): 141-149.
- [4] 菜新. 工程结构优化设计[M].北京:中国水利水电出版社,2003.
- [5] 刘钢,孙侠生. 基于可靠性约束的结构优化设计技术研究[J]. 计算力学报,2003,20(5): 606-610.
- [6] 程耿东,许林. 基于可靠度的结构优化的序列近似规划算法[J]. 计算学学报,2006,23(6): 642-646.
- [7] Kuschel N, Rackwitz R. Two basic problem in reliability-based structural optimization[J]. Mathematical Methods of Operations Research, 1997, 46: 309-333.
- [8] Tu J, Choi K K, Park Y H. A new study on reliability-based structural design optimization[J]. Journal of Mechanical Design, 1999, 121: 557-564.
- [9] JTJ 285—2000 港口工程嵌岩桩设计与施工规程[S].
- [10] JGJ 94—2008 建筑桩基技术规范[S].
- [11] 赵继俊. 优化技术与matlab优化工具箱[M].北京:机械工业出版社,2011.
- [12] GB 50158—2010 港口工程结构可靠度设计统一标准[S].

(本文编辑 武亚庆)