



# 四边固支板在均布荷载作用下的 剪力分布规律

只红茹, 尹 涛, 任增金

(中交水运规划设计院有限公司, 北京 100007)

**摘要:** 沉箱底板抗剪往往需要控制底板厚度, 而现有剪力分布规律研究较少, 针对此问题采用有限元方法进行不同组合工况的计算, 研究四边固支板在均布荷载作用下, 板边最大剪力分布以及最大剪力随板厚、边长、长宽比的变化关系, 得出最大剪力与平均剪力之比的一般规律。研究表明: 板边剪力分布呈类抛物线形, 板边最大剪力值小于弹性薄板理论计算的最大剪力值; 相同尺度和荷载情况下, 矩形板厚度增大其板边最大剪力值将有所减小; 矩形板尺度增大, 板边最大剪力值将迅速增大且最大剪力与平均剪力之比也有所增大; 对于常用沉箱纵横隔墙间距和底板厚度, 板边最大剪力与平均剪力之比通常为 1.3~1.6。总结剪力分布与仓格尺度的关系, 旨在为类似工程设计提供参考。

**关键词:** 四边固支板; 剪力; 分布规律; 有限元

中图分类号: U65

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2024)04-0033-04

## Shear force distribution pattern of four-side fixed support plates under uniform loads

ZHI Hongru, YIN Tao, REN Zengjin

(CCCC Water Transportation Consultants Co., Ltd., Beijing 100007, China)

**Abstract:** The shear resistance of the bottom plate of a caisson often controls the thickness of the bottom plate, and there is limited research on the distribution law of shear force. To address this issue, finite element method is used to calculate different combinations of working conditions. The maximum shear force distribution at the edges of plates with four-side fixed under uniform load, and the relationship between the maximum shear force and the thickness, length and aspect ratio of the plate are studied. The general rule of the ratio of maximum shear force to average shear force is obtained. The results show that the distribution of shear force at the edge of the plate follows a parabolic shape. The maximum shear force at the edge of the plate is less than the maximum shear force calculated by the elastic thin plate theory. Under the same scale and load conditions, the maximum shear force at the edge of the plate will decrease as the thickness of the rectangular plate increases. As the size of the rectangular plate increases, the maximum shear force at the edge of the plate will rapidly increase, and the ratio of the maximum shear force to the average shear force will also increase. For commonly used caissons longitudinal and transverse partition wall spacing and bottom plate thickness, the ratio of the maximum shear force at the edge of the plate to the average shear force is usually 1.3 to 1.6. This paper summarizes the relationship between shear force distribution and grid scale, aiming to provide reference for similar engineering designs.

**Keywords:** four-side fixed support plate; shear force; distribution pattern; finite element

随着船舶大型化趋势发展, 总高度超过 30 m 的重力式沉箱结构应用越来越普遍, 特别是开敞式码头总高度甚至超过 40 m, 导致沉箱基床顶面应力接近 800 kPa, 个别工况甚至更大。总结已有

工程实例可知, 当沉箱底面应力达到 800 kPa 时, 沉箱底板抗剪强度验算将非常关键。剪力随沉箱仓格尺度和底板厚度有一定的分布规律, 本文对不同平面尺度和厚度的四边固定板进行计算分析,

收稿日期: 2023-08-20

作者简介: 只红茹 (1981—), 女, 高级工程师, 从事港口航道工程设计工作。

总结提炼出剪力分布与仓格尺度的关系,旨在为类似工程设计提供参考。

当板厚  $h$  与板边最小尺寸  $b$  之比大于 0.010~0.012 5 小于 0.125~0.200 时属于薄板,当大于 0.125~0.200 时属厚板。目前,关于四边固支矩形厚板在均布荷载作用下的剪力分布规律研究的内容较少,而弹性薄板在不同边界条件下挠度、弯矩等的解析解已有大量研究成果,如在辛几何空间中利用分离变量和本征函数展开的方法求解完全满足四边固支边界条件的精确解析解<sup>[1]</sup>;四边固支的弹性矩形薄板采用重三角级数构造法获得固支条件下矩形板的级数解<sup>[2]</sup>;以利维解为基础利用叠加法求解四边固支的弹性薄板在均布荷载作用下的挠度<sup>[3]</sup>等。

沉箱底板厚度一般为 0.5~1.0 m,纵横隔墙间距为 3.0~5.0 m,因此大多数沉箱底板不属于弹性薄板。本文主要围绕工程中常用的沉箱底板仓格尺度并适当外延设计计算工况,采用 STAAD 通用有限元软件进行研究。

## 1 基本假定及计算工况

假定沉箱底板每个仓格均为四边固定板,荷载均按 100 kPa 满布均载,有限单元尺度为 0.2 m 正方形网格,结构材料为 C35 混凝土。研究的主要工况如下。

工况 1: 计算正方形仓格边长为 5 m、厚度为 0.5 m 的板,研究剪力沿板边的分布规律,找出剪力的最大值及其与板边平均剪力的比值。

工况 2: 计算正方形边长均为 5 m,板厚分别为 0.3、0.5、0.7、0.9 和 1.1 m 时各种工况下剪力最大值及其与板边剪力平均值的比值。

工况 3: 计算正方形边长分别为 3、4、5、6 和 7 m,板厚均为 0.5 m 时各种工况下剪力最大值及其与板边剪力平均值的比值。

工况 4: 按矩形板计算,矩形板宽度为 3 m,长度分别为 3.0、3.6、4.2、4.8、5.4、6.0 m,板厚均为 0.5 m 时各种工况下长边和短边剪力最大值及其与板边剪力平均值的比值。

## 2 计算成果分析

### 2.1 剪力沿板边分布规律

工况 1 边长 5 m 的正方形四边固定板,每边划分为 25 个单元,为简化数据表格,每边提取 9 个数据点进行分析,再考虑结构对称性,剪力值计算点位置见图 1。为便于研究分析,将剪力沿板边缘均匀分布的值定义为平均剪力值,长边和短边平均剪力值分别按以下公式计算:

$$Q_{\text{长边}} = q(2a-b)/4 \quad (1)$$

$$Q_{\text{短边}} = qb/4 \quad (2)$$

式中:  $Q_{\text{长边}}$ 、 $Q_{\text{短边}}$  分别为板长边和短边平均剪力值, kN/m;  $q$  为均布荷载, kPa;  $a$ 、 $b$  为板长边和断面长度, m。

有限元计算的沿板边缘不同点剪力值及其与平均剪力比值见表 1,剪力沿板边缘分布见图 2。

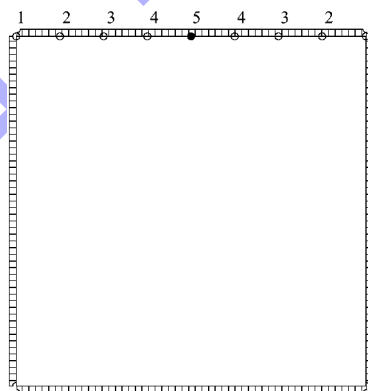


图 1 四边固定板剪力计算点位置

表 1 剪力沿板边分布规律

计算点位置	剪力计算值/(kN·m <sup>-1</sup> )	剪力与平均剪力比值
1	-2	-0.02
2	63	0.50
3	137	1.10
4	182	1.45
5	196	1.57

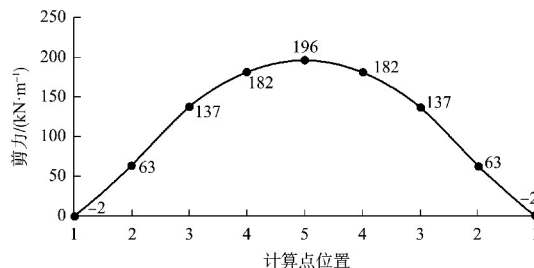


图 2 剪力沿四边固定板分布

《给水排水工程结构设计手册》<sup>[4]</sup>给出按弹性理论计算的四边固定双向板在均布荷载条件下的板边剪力分布系数，对于正方形板，剪力沿板边为正三角形分布，其中板边中点最大，两端角点为 0。按该手册中给出的板边剪力系数表计算，板边中点最大值剪力为 250 kN/m，由于剪力沿板边缘为三角形分布，因此其板边缘最大剪力与平均剪力之比为 2.0。由表 1 可知，对于 0.5 m 厚的双向板有限元计算的板边缘最大剪力与平均剪力之比为 1.57，有限元计算的板边剪力最大值小于弹性理论计算结果。本算例中板厚与边长的比值为 0.1 仍属于薄板范畴，但由于混凝土结构并非理想弹性体，导致其剪力分布与按理想弹性体推导的分布规律有一定差异，有限元计算的板边缘中部剪力分布较弹性理论计算结果更趋均匀。

2.2 板厚与最大剪力关系

工况 2 情况下 5 种板厚分别计算剪力沿板边的分布，研究不同板厚对底板剪力最大值的影响规律，不同板厚情况下计算的剪力分布及剪力最大值见表 2，图 3 和 4 更直观地反映了在边长一定的条件下板边剪力随板厚的变化规律：随着板厚的增加，板边最大剪力有所减小，板边最大剪力与最小剪力的差值减小，即剪力分布趋于平缓。最大剪力与平均剪力的比值从 1.61 减小至 1.44。因此在底板应力较大时，适当增加底板的厚度不但增加了抗剪能力，还可有效减小板边最大剪力峰值，在结构设计上合理有效。

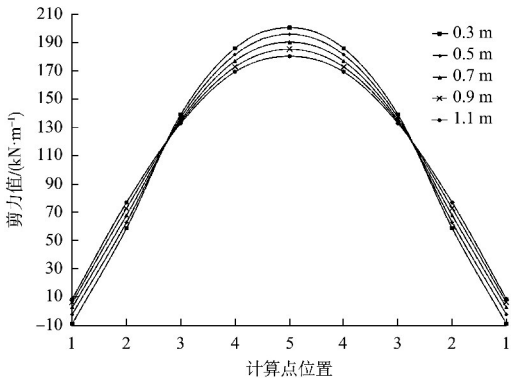


图 3 不同板厚剪力沿板边分布规律

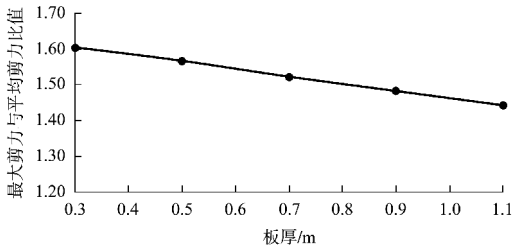


图 4 不同板厚剪力最大值与平均值比值

表 2 不同板厚时各计算点位剪力值及其与平均剪力比值

板厚/m	计算点位置	剪力/(kN·m <sup>-1</sup> )	剪力比值
0.3	1	-9	-0.07
	2	59	0.47
	3	139	1.11
	4	186	1.49
	5	201	1.61
0.5	1	-2	-0.02
	2	63	0.50
	3	137	1.10
	4	182	1.45
	5	196	1.57
0.7	1	3	0.02
	2	68	0.54
	3	135	1.08
	4	177	1.42
	5	190	1.52
0.9	1	6	0.05
	2	73	0.58
	3	134	1.07
	4	173	1.38
	5	185	1.48
1.1	1	9	0.07
	2	77	0.62
	3	133	1.06
	4	169	1.36
	5	180	1.44

2.3 不同边长正方形最大剪力分布规律

工况 3 情况下 5 种不同边长正方形板最大剪力、平均剪力及最大剪力与平均剪力之比见表 3，最大剪力与平均剪力之比随板边长变化见图 5。

表 3 不同边长正方形最大剪力分布

正方形 边长/m	平均剪力/ ( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ )	最大剪力/ ( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ )	最大 剪力比
3	75	108	1.43
4	100	151	1.51
5	125	196	1.57
6	150	240	1.60
7	175	285	1.63

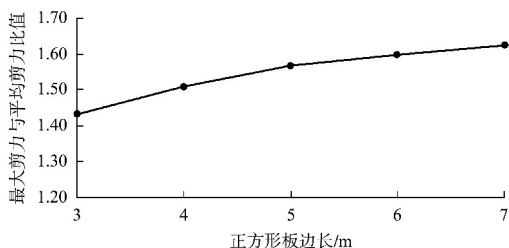


图 5 不同边长正方形最大剪力比

由表 3 可知，在板厚和荷载一定的情况下，随着正方形板边长的增加，最大剪力与平均剪力的比值也随之增大，从边长 3 m 时的 1.43 增大至 7 m 时的 1.63，增大量为 11.39%。JTS 167—2018《码头结构设计规范》<sup>[5]</sup> 建议沉箱纵横隔墙间距宜为 3~5 m，当底板厚度为 0.5 m 时最大剪力与平均剪力之比为 1.43~1.57，当沉箱底部基床反力较大时，沉箱底板混凝土抗剪强度难以满足要求，需配置一定数量的抗剪钢筋。由分析可知，板边最大剪力随板厚的增加而减小，沉箱底板设计时

应适当增加厚度，可有效减少抗剪钢筋的数量、便于沉箱预制、增加底板厚度，也有利于沉箱浮游稳定。

## 2.4 不同长宽比长方形最大剪力分布规律

由于大多数沉箱仓格为矩形而非正方形，在掌握了正方形板边最大剪力变化规律后，进一步研究不同长宽比条件下长边和短边最大剪力变化规律。工况 4 条件下不同长宽比条件下矩形长边和短边最大剪力分布及最大剪力与平均剪力之比见表 4，长边和短边最大剪力值见图 6，最大剪力比见图 7。

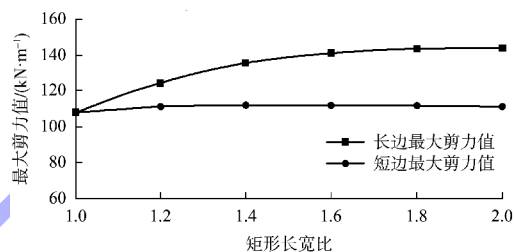


图 6 不同长宽比时长边和短边最大剪力值

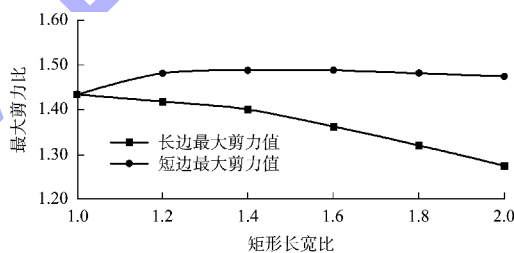


图 7 不同长宽比时最大剪力与平均剪力比

表 4 不同长宽比矩形板长边和短边最大剪力分布

长边/ m	短边/ m	长宽比	长边平均剪力/ ( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ )	短边平均剪力/ ( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ )	长边		短边	
					最大剪力/( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ )	最大剪力比	最大剪力/( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ )	最大剪力比
3.0	3.0	1.0	75	75	108	1.43	108	1.43
3.6	3.0	1.2	88	75	124	1.42	111	1.48
4.2	3.0	1.4	96	75	135	1.40	112	1.49
4.8	3.0	1.6	103	75	141	1.36	112	1.49
5.4	3.0	1.8	108	75	143	1.32	111	1.48
6.0	3.0	2.0	113	75	144	1.28	111	1.47

由表 4 可知，矩形板长宽比从 1.0 增大至 2.0 时，其短边最大剪力值从 108 kN/m 增大至 112 kN/m，变化幅度不大于 4%，即矩形板长边增大时，短边最大剪力值和最大剪力比基本不变，长边最大剪力值随长边尺寸加大也逐渐增大，长宽比超过 1.5 后

最大值增大趋势放缓；当超过 2.0 后基本稳定，表现为单向板的特征，最大剪力值与平均剪力值之比递减。从矩形板剪力分布规律来看，研究最大剪力值的变化规律相较于最大剪力比的变化规律更有意义。