

· 综合 ·



# 基于 SPH 方法双消浪室开孔沉箱数值研究<sup>\*</sup>

唐晓成<sup>1</sup>, 刘华宇<sup>1</sup>, 陈洪洲<sup>2</sup>, 付鹏帅<sup>1</sup>, 史国家<sup>3</sup>

(1. 吉林建筑大学 土木工程学院, 吉林 长春 130119; 2. 浙江海洋大学 海洋工程装备学院, 浙江 舟山 316022;  
3. 吉林鲁能漫江生态旅游开发有限公司生态与安质部, 吉林 白山 134512)

**摘要:** 基于修正光滑粒子法(CSPM)和黎曼解修正后的光滑粒子流体动力学(SPH)方法, 建立模拟波浪与开孔沉箱相互作用的数值水槽模型, 通过理论解和数值结果对比, 验证其准确性。研究消浪室相对宽度  $B/L$ 、相对波高  $H/L$ 、相对水深  $d/L$  因素对双消浪室开孔沉箱的反射系数  $K_r$  以及静水位处所受的波压力  $p$  的影响, 并对水粒子出入消浪室复杂的过程进行研究。结果表明, 在研究工况下, 消浪室相对宽度  $B/L$  与波压力  $p$  呈现非线性关系, 反射系数  $K_r$  随着消浪室相对宽度  $B/L$  增加而减小; 相对波高  $H/L$  对波压力  $p$  和反射系数  $K_r$  影响较小; 随着相对水深  $d/L$  增加, 波压力  $p$  逐渐减小, 反射系数  $K_r$  表现为先减小后增大的非线性特征。前消浪室水粒子相对后消浪室运动情况更为剧烈, 水平速度较垂直速度变化较大, 在开孔位置附近水粒子速度变化明显。

**关键词:** 海岸与近海工程; 双消浪室开孔沉箱; SPH 方法; 反射系数; 水粒子速度场

中图分类号: U656.1; TV139.2+6

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2024)03-0001-08

## Numerical study of double-layered perforated caisson based on SPH method

TANG Xiaocheng<sup>1</sup>, LIU Huayu<sup>1</sup>, CHEN Hongzhou<sup>2</sup>, FU Pengshuai<sup>1</sup>, SHI Guojia<sup>3</sup>

(1. School of Civil Engineering, Jilin Jianzhu University, Changchun 130119, China;

2. School of Marine Engineering Equipment, Zhejiang Ocean University, Zhoushan 316022, China;

3. Department of Ecology and Safety, Jilin Luneng Manjiang Ecotourism Development Co., Ltd., Baishan 134512, China)

**Abstract:** Based on the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method modified by corrective smoothed particle method (CSPM) and Riemann solutions, a numerical flume model is built to simulate the interaction between waves and perforated caisson, and the accuracy is also verified by comparing theoretical solutions with numerical results. The influences of the reflection coefficient  $K_r$  of perforated caisson with double-layered and the wave pressure  $p$  of static water level are studied from the factors of relative width  $B/L$ , relative wave height  $H/L$  and relative water depth  $d/L$ . The complicated process of water particles entering and leaving the wave dissipation chambers is also studied. The results show that there is a nonlinear relationship between the relative width  $B/L$  and the wave pressure  $p$  under the research conditions, and the reflection coefficient  $K_r$  decreases with the increase of the relative width  $B/L$ . Relative wave height  $H/L$  has little effect on wave pressure  $p$  and reflection coefficient  $K_r$ . With the increase of the relative water depth  $d/L$ , the wave pressure  $p$  gradually decreases, and the reflection coefficient  $K_r$  shows a nonlinear characteristic of decreasing first and then increasing. The motion of water particles in the front chamber is more intense than that in the back chamber, the horizontal velocity changes more than the vertical velocity, and the water particle velocity changes obviously near the perforated position.

**Keywords:** coastal and offshore engineering; double-layered perforated caisson; smoothed particle hydrodynamics method; reflection coefficient; velocity field of water particle

收稿日期: 2023-07-12

\*基金项目: 国家自然科学青年基金项目(51809039); 浙江省“尖兵”“领雁”科技计划项目(2023C02029)

作者简介: 唐晓成 (1983—), 男, 博士, 讲师, 从事波浪与建筑物的相互作用研究。

20世纪60年代, Jarlan<sup>[1]</sup>和Marks等<sup>[2]</sup>对开孔沉箱的反射系数进行启发式探索,国内外学者开始对开孔沉箱进行了一系列研究。开孔沉箱作为一种新型结构在工程领域也得到了广泛的实际应用,例如意大利的那不勒斯港和萨丁港、日本的釜石港、加拿大的科莫湾、中国的秦皇岛港、赤湾港和大连港。

在单消浪室开孔沉箱方面, Suh 等<sup>[3]</sup>利用匹配特征函数法提出计算不规则波作用下开孔沉箱反射系数的方法;陈雪峰等<sup>[4-5]</sup>分别使用流体体积函数法和试验方法研究开孔沉箱的反射率和总水平力; Garrido 等<sup>[6]</sup>使用单一隐藏层神经网络,建立单消浪室开孔沉箱反射系数的计算公式;任喜峰等<sup>[7]</sup>基于微可压缩光滑粒子流体动力学方法,通过域粒子着色技术,建立模拟波浪与明基床上开孔沉箱相互作用的数值模型。

为进一步提高开孔沉箱的消浪性能,越来越多的国内外学者对双消浪室开孔沉箱结构的水动力特性开展了更进一步的研究。Sawaragi 等<sup>[8]</sup>和 Kondo<sup>[9]</sup>试验分析开孔沉箱的反射性能,发现双消浪室开孔沉箱的消浪性能可比单消浪室更优; Twu 等<sup>[10]</sup>通过物理模型试验研究开孔板数量、间距以及开孔率反射性能的影响;孙路等<sup>[11]</sup>利用匹配特征函数展开法研究斜向波作用下双消浪室开孔防波堤的受力特性;刘晓等<sup>[12]</sup>采用流体体积法研究多消浪室开孔沉箱的反射特性以及开孔结构附近的速度场和湍流强度分布。

但是对双消浪室开孔沉箱的动力特性研究相对较少,对其反射率的影响因素讨论期待新的数值方法开展一步研究。众所周知,水粒子进出两消浪室的复杂运动直接影响反射率和波压力,因此,有必要对其进行有效的追踪和分析。通过光滑粒子流体动力学(SPH)方法,可以深入分析水粒子的运动过程,预测波浪运动的演变规律和动力特性。本文采用修正后的SPH方法数值模拟双消浪室开孔沉箱的水动力特性。SPH方法是一种纯拉格朗日性质的无网格粒子自适应的方法,在处理大变形、跟踪自由表面运动,以及获取变量

的时间历程等问题上有很大的优势。

## 1 SPH 数值模型

本文采用N-S方程描述流体运动中的质量守恒和动量守恒。其中质量守恒方程为:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (1)$$

式中:  $\rho$  为水粒子密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $\mathbf{u}$  为水粒子速度矢量,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $t$  为时间,  $\text{s}$ 。本文假设水粒子为轻度可压缩,采用黎曼解对粒子之间的相互作用进行描述,SPH方法离散后的方程为:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = 2\rho_i \sum_{j=1}^n \frac{m_j}{\rho_j} (\mathbf{u}_i^R - \mathbf{u}_{ij}^R) \nabla_i W_{ij} \quad (2)$$

式中:  $m_j$  为粒子  $j$  的质量,  $\text{kg}$ ;  $\mathbf{u}_{ij}^R$  为粒子  $i$  和  $j$  接触面的法向速度矢量,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $\rho_i$ 、 $\rho_j$  分别为粒子  $i$ 、 $j$  的密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $\mathbf{u}_i^R$  为粒子速度  $\mathbf{u}_i$  的投影值,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $\nabla_i$  为粒子  $i$  的梯度运算符;  $W_{ij}$  为粒子  $j$  对粒子  $i$  产生影响的光滑核函数,与光滑长度  $h$  密切相关<sup>[13]</sup>,也与粒子  $i$ 、 $j$  的间距  $R_{ij}$  相关。

同理,由SPH方法得到的计算粒子密度的公式为:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^n m_j W_{ij} \quad (3)$$

Colagrossi 等<sup>[14]</sup>提出了 density-filter 方法对密度进行修正,为:

$$\rho'_i = \sum_{j=1}^n \rho_j \bar{W}_{ij} \cdot \frac{m_j}{\rho_j} = \sum_{j=1}^n m_j \bar{W}_{ij} \quad (4)$$

光滑核函数更新为:

$$\bar{W}_{ij} = \frac{W_{ij}}{\sum_{j=1}^n W_{ij} \cdot \frac{m_j}{\rho_j}} \quad (5)$$

描述无黏性流体运动的动量守恒方程为:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{F} \quad (6)$$

式中:  $p$  为压力,  $\text{Pa}$ ;  $\mathbf{F}$  为体积力(通常为重力加速度),  $\text{m}/\text{s}^2$ 。通过黎曼解的SPH方法将动量守恒方程离散成SPH粒子的形式<sup>[15]</sup>,即:

$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = - \sum_{j=1}^n m_j \cdot \frac{p_{ij}^*}{\rho_i \rho_j} \cdot \nabla_i W_{ij} + \mathbf{F} \quad (7)$$

式中:  $p_{ij}^*$  为粒子  $i$  和  $j$  接触面的法向压力, Pa;  $\mathbf{u}_i$  为粒子  $i$  的速度矢量, m/s。

Monaghan<sup>[16]</sup>将人工黏性项  $\Pi_{ij}$  引入到 SPH 动量方程中, 即:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} -\alpha_{\Pi} \bar{C}_{ij} \phi_{ij} + \beta_{\Pi} \phi_{ij}^2 & (u_{ij} x_{ij} < 0) \\ \bar{\rho}_{ij} & \\ 0 & (u_{ij} x_{ij} \geq 0) \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $\phi_{ij}$  为相对速度  $\mathbf{u}_{ij}$  和相对位置  $x_{ij}$  的标度;  $\alpha_{\Pi}$  和  $\beta_{\Pi}$  为黏性修正系数, 对于自由表面流动问题, 通常取  $\alpha_{\Pi} = 0.01$ 、 $\beta_{\Pi} = 0$ ;  $\bar{C}_{ij}$  为粒子  $i$ 、 $j$  水中声速的算术平均值, m/s;  $\bar{\rho}_{ij}$  为粒子  $i$ 、 $j$  密度的算术平均值, kg/m<sup>3</sup>。最终 SPH 下的动量方程可描述为:

$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = - \sum_{j=1}^n m_j \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \cdot \nabla_i W_{ij} + \mathbf{F} \quad (9)$$

式中:  $p_i$ 、 $p_j$  分别为粒子  $i$ 、 $j$  的压力。

同理, 流体运动过程中 SPH 形式的能量变化控制方程为:

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n m_j \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \mathbf{u}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} + \psi_{ij} \quad (10)$$

式中:  $e$  为粒子的总能量, J;  $\psi_{ij}$  为粒子上的热源耗散项, J, 包括黏性和热传导等, 与黏性项的选择有关。

## 2 数值波浪水槽验证

### 2.1 数值模型

为了校验 SPH 方法用于数值模拟波浪与沉箱相互作用的可行性和正确性, 将数值水槽内取值点的波面和沿着沉箱高度的压强分布与流体力学基础理论进行对比。在二维数值模拟验证中, 选择一个缩尺实体沉箱模型在不同波要素进行数值模拟, 取实体沉箱高度 1 m、宽度 0.45 m。模拟时间为 10~20 s, 步长为 0.02 s。指定水槽左端底部作为坐标原点,  $z$  表示向上,  $x$  表示向右。

### 2.2 波面验证

波面取值点根据微幅波原理<sup>[17]</sup>, 选取周期  $T=0.8$  s、波高  $H=0.08$  m、水深  $d=0.4$  m 的波况下节点(1<sup>#</sup>、3<sup>#</sup>、5<sup>#</sup>)和腹点(2<sup>#</sup>、4<sup>#</sup>、6<sup>#</sup>)进行验证, 取值点的分布见图 1。其中 2<sup>#</sup> 和 3<sup>#</sup> 点的波面 SPH 数值结果与微幅波理论值对比情况见图 2。

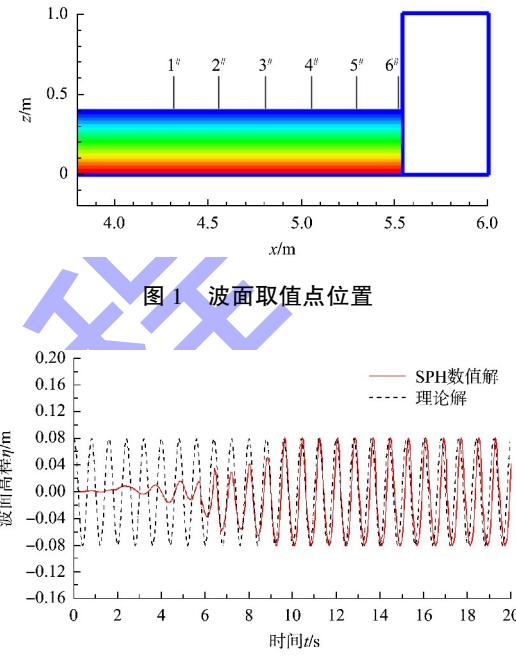


图 1 波面取值点位置

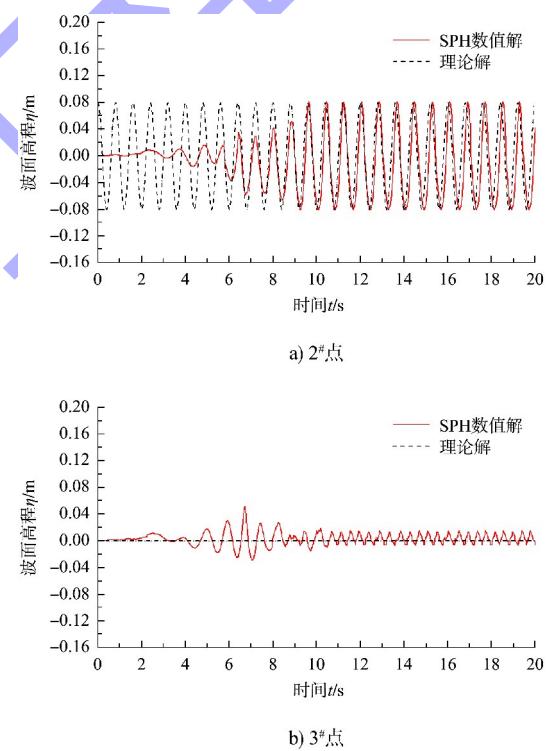


图 2 2<sup>#</sup> 和 3<sup>#</sup> 点波面历时曲线

在 3<sup>#</sup> 节点位置处, 波面运动轨迹在  $\eta=0$  m 附近波动; 在 2<sup>#</sup> 腹点位置处, 波面波动量为 0.158 m (理论为 0.16 m, 最大相对误差为 1.25%), 近似为入射波波高  $H$  的 2 倍, 数值解与理论解吻合较好。

### 2.3 波压力验证

$T=1.0$  s、 $H=0.1$  m、 $d=0.4$  m 的波况下沿沉箱高度方向 3 个取值点( $z$  为 0.4、0.2、0 m)的波

压力历时曲线对比见图 3。可以看出, 最大波压力的数值解分别为 0.94 kPa (理论值 0.98 kPa)、0.44 kPa (理论值 0.47 kPa)、0.31 kPa (理论值 0.34 kPa), 最大相对误差约为 6%, 数值解和理论解吻合较好。

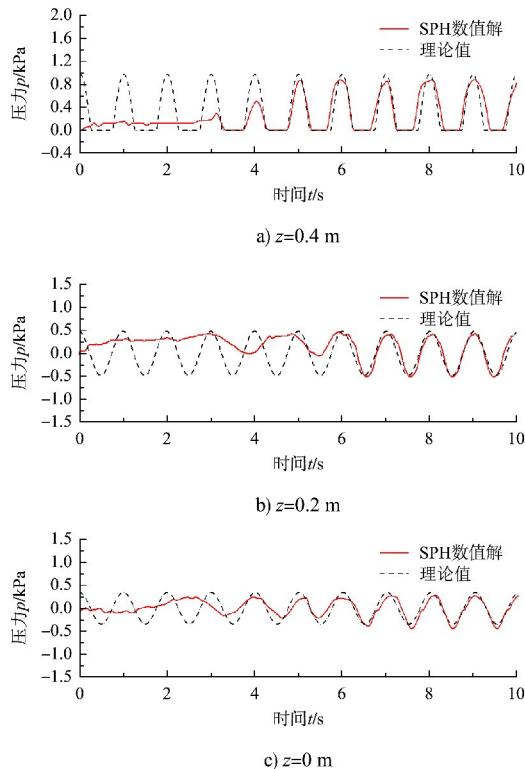


图 3 波压力历时曲线

## 2.4 开孔沉箱数值结果验证

为验证 SPH 方法研究开孔沉箱的适用性, 将沉箱沿沉箱高度方向的波浪压力分布结果与试验数据<sup>[18]</sup>进行了比较, 见图 4、5。可以看出, 大多数点在  $y = (1 \pm 10\%)x$  的包络区间内, 数值解与试验结果符合较好。

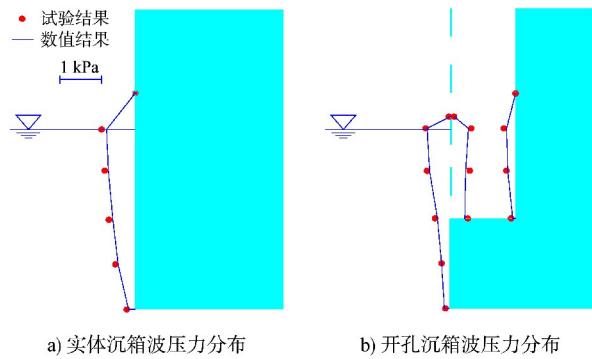
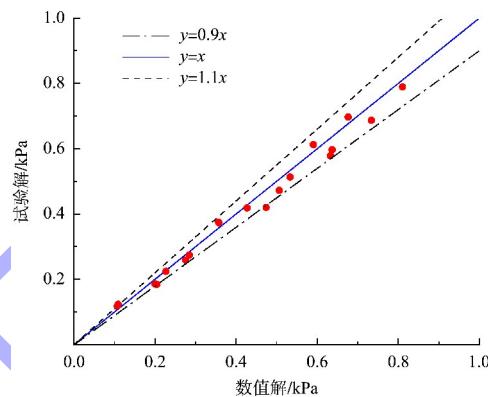
图 4  $T=1$  s,  $H=0.08$  m、开孔率  $\mu=0.4$  时波浪压力分布对比

图 5 SPH 方法与试验解的波压力对比

## 3 双消浪室开孔沉箱的数值模拟

### 3.1 数值计算域

本文建立的无顶板双消浪室开孔沉箱数值水槽模型和沉箱模型见图 6, 坐标原点设置在造波板和水槽底部的交界处, 数值波浪水槽长度为 6 m,  $B$  为总消浪室宽度, 两消浪室采用相同宽度  $B_1=B_2$ ,  $T$  为入射波周期,  $H$  为波高,  $L$  为波长,  $\mu$  为开孔率(开孔总面积与板总面积之比), 沉箱二维截面宽度 0.65 m、高度 1 m, 开孔深度  $s$  自半水深至顶部。波要素、无量纲后参数见表 1。

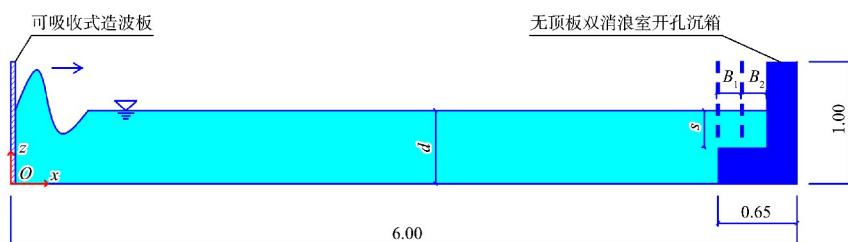


图 6 数值计算模型 (单位: m)

表 1 波浪要素及开孔沉箱模型参数

水深 $d$ /m	波高 $H$ /m	消浪室宽度 $B$ /m	周期 $T$ /s	相对水深 $d/L$	相对波高 $H/L$	消浪室相对宽度 $B/L$	开孔率 $\mu$
0.6	0.08~0.12	0.2~0.4	0.8~1.4	0.222~0.390	0.065~0.106	0.073~0.260	0.2~0.5

### 3.2 波压力影响因素分析

为研究  $B/L$  对静水位处开孔沉箱所受波压力  $p$  的影响, 通过改变  $B$  的大小得出  $p$  历时曲线, 见图 7。可以看出, 对于不同的  $B/L$ ,  $p$  的变化显著, 在本文的计算波况下, 随着  $B$  的增加,  $p$  先减小后增大, 且变化幅度不同, 呈现出非线性特征。

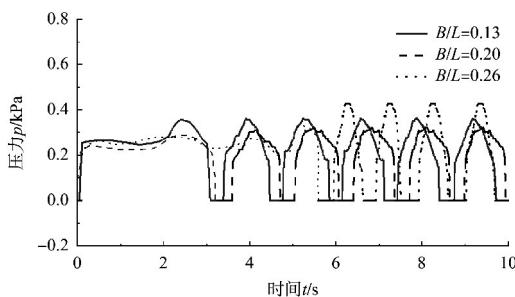
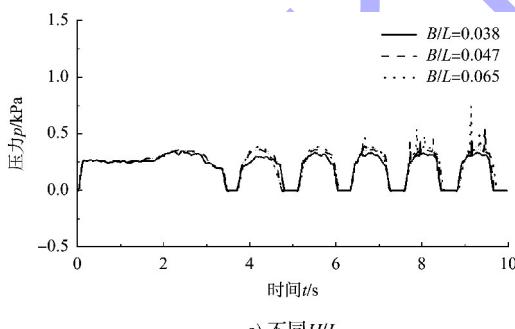


图 7  $T=1.0$  s、 $H=0.08$  m、  
 $\mu=0.4$  时不同  $B/L$  对  $p$  的历时曲线

在改变影响因素  $d/L$ 、 $H/L$  下  $p$  的历时曲线见图 8。可以看出, 相对波高  $H/L$  对  $p$  的影响较小, 但随其增大, 沉箱在部分时刻受到的瞬时荷载作用较明显; 随着相对水深  $d/L$  增加,  $p$  逐渐减小。



a) 不同  $H/L$

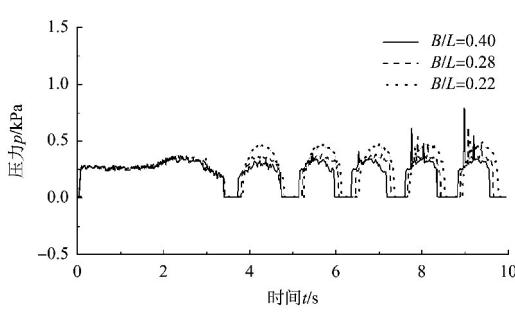
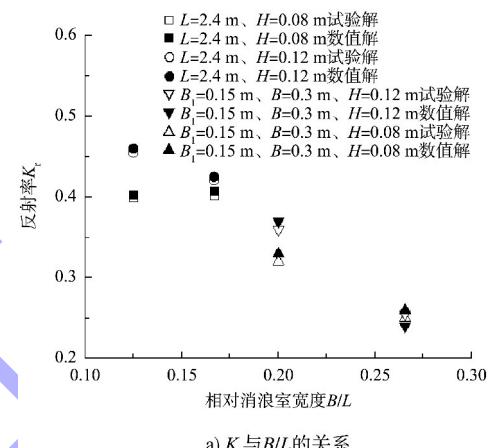


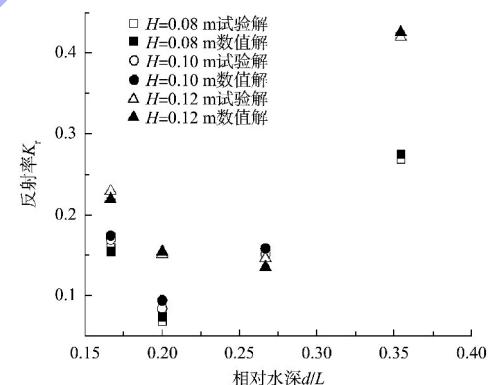
图 8  $H=0.1$  m、 $B=0.4$  m、 $\mu=0.4$  时不同  $d/L$ 、  
 $H/L$  下  $p$  的历时曲线

### 3.3 反射率影响因素分析

本文采用两点法<sup>[19]</sup>对反射率与主要因素关系进行数值分析, 并与试验结果进行对比。根据文献[4]的研究,  $H/L$  对  $K_r$  影响不大, 可忽略。反射率  $K_r$  与各因素的关系见图 9。可以看出,  $B/L$  对  $K_r$  的影响较为复杂, 改变  $B$  或  $L$  对反射率的影响程度不同, 但总体来看, 随  $B/L$  的增加,  $K_r$  逐渐减小;  $d/L$  对  $K_r$  的影响表现为先减小后增大的非线性关系。



a)  $K_r$  与  $B/L$  的关系



b)  $K_r$  与  $d/L$  的关系

图 9  $K_r$  与  $B/L$ 、 $d/L$  的关系

### 3.4 消浪室内外压力场、速度场分析

波浪与双消浪室开孔沉箱之间的相互作用过程中, 沉箱附近水粒子的运动较复杂。 $T=1.2$  s、 $H=0.12$  m、 $B=0.4$  m、 $d=0.6$  m 条件下两时刻水粒子压力场和速度场见图 10。

$t=6.54$  s 时, 前开孔板处波浪爬升至最高, 消浪室内波面低于静水位, 水粒子有明显进入消浪室趋势, 消浪室开孔附近水粒子速度较大;  $t=6.96$  s 时, 消浪室内波面开始下降, 有水粒子飞越后开

孔板，伴有破碎现象，消浪室内波面较高，前消浪室中部水深处水粒子运动出现明显差异，左侧向外，右侧向内。

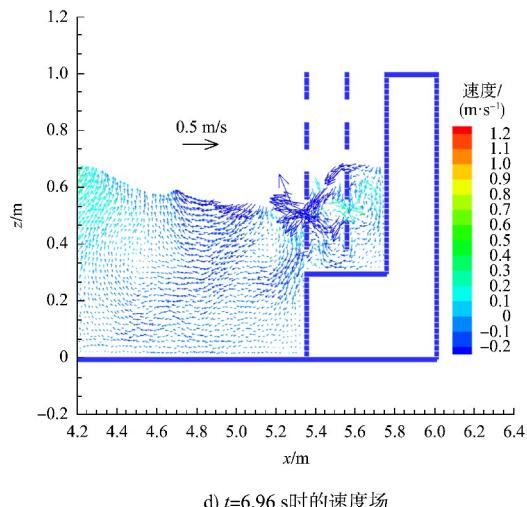
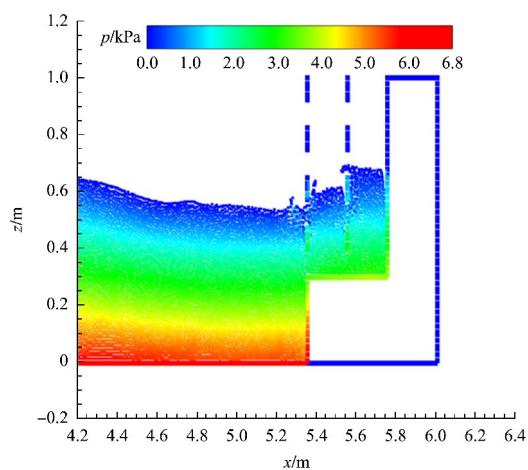
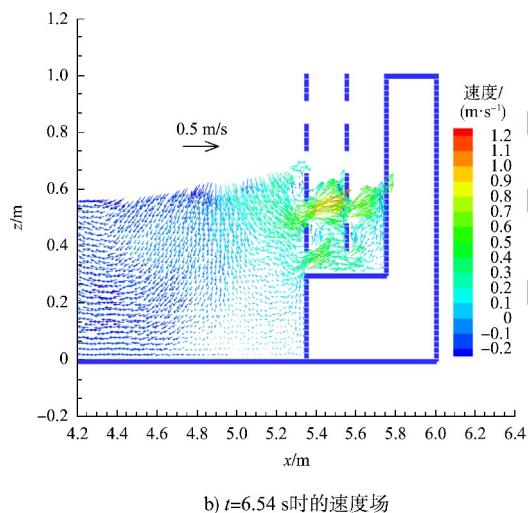
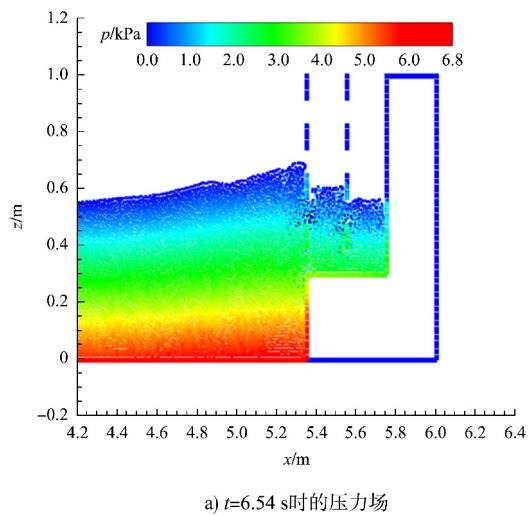
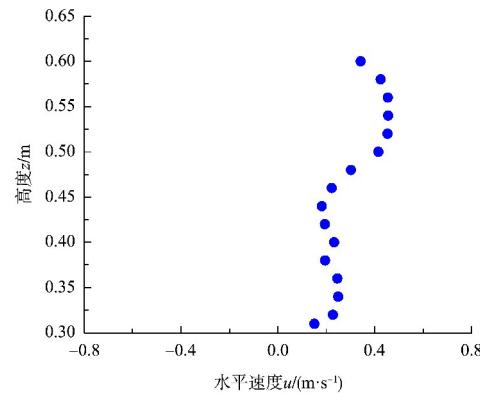


图 10 开孔沉箱消浪室内外水粒子压力和速度场分布

对消浪室内底部至静水面位置中间水粒子速度变化情况进行追踪， $T = 1.2$  s、 $H = 0.12$  m、 $B_1 = 0.2$  m、 $d = 0.6$  m 条件下对应时刻前后消浪室中部水粒子速度情况见图 11、12。由图 11 可看出， $t = 6.54$  s 时，前消浪室内上侧粒子水平速度较大，下侧水粒子水平速度相对较小，且都为正值，垂直速度相对较小，整体看，水粒子有向消浪室的内部运动的趋势； $t = 6.96$  s 时，水粒子水平速度变为负值，少部分为正值，水粒子水平速度在下侧最小，上侧较大，垂直速度由负向正转变，中水深处速度达到最大，整体看，水粒子汇聚到开孔位置向两侧均有移动趋势。由图 12 可看出， $t = 6.54$  s 时，后消浪室内水粒子水平和垂直速度均为正值，随水深的增加而不断减小，在开孔位置处有略微突变，后消浪室的波面低于静水面； $t = 6.96$  s 时，与前消浪室相比，后消浪室水粒子速度趋于稳定，速度较小。



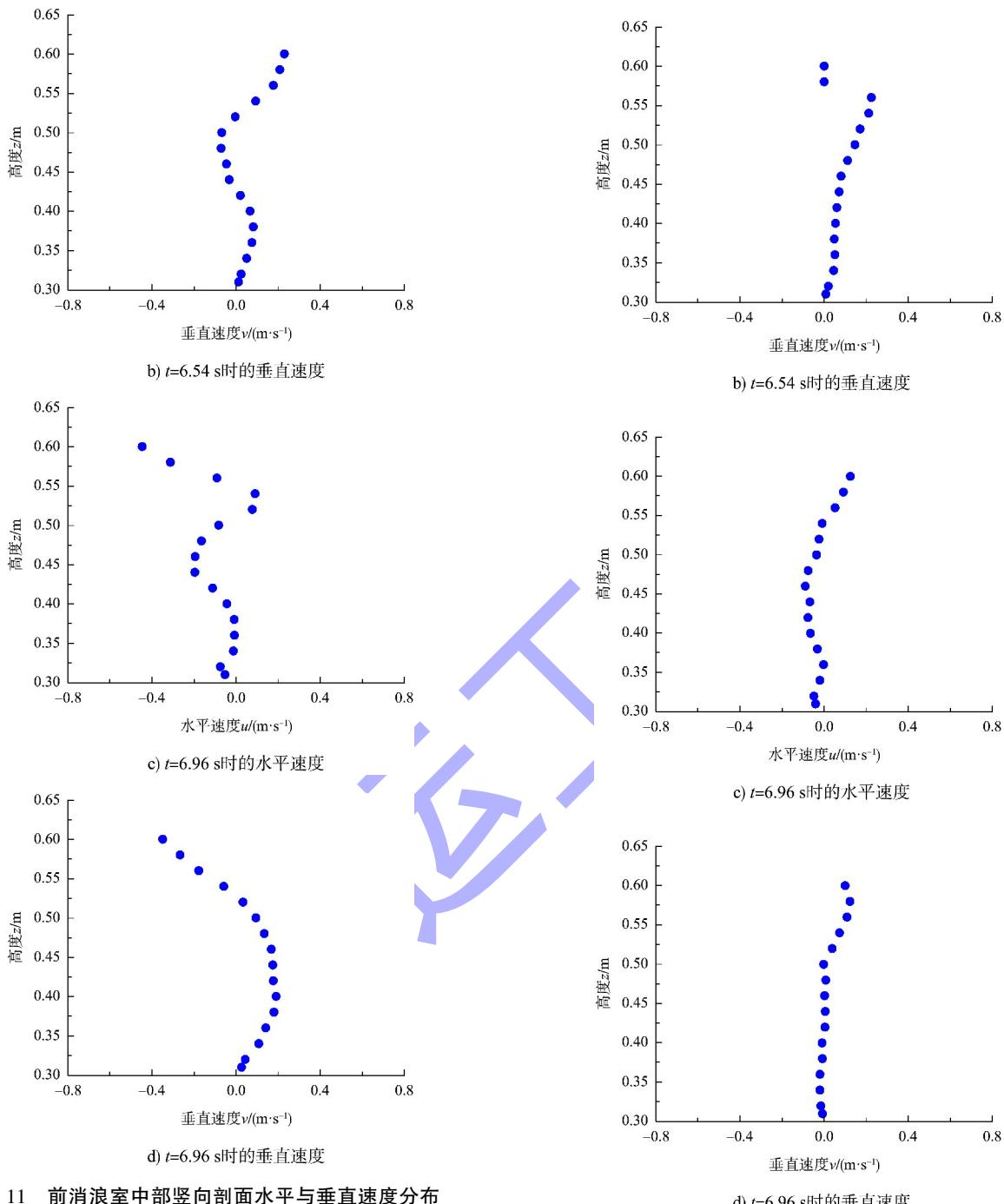
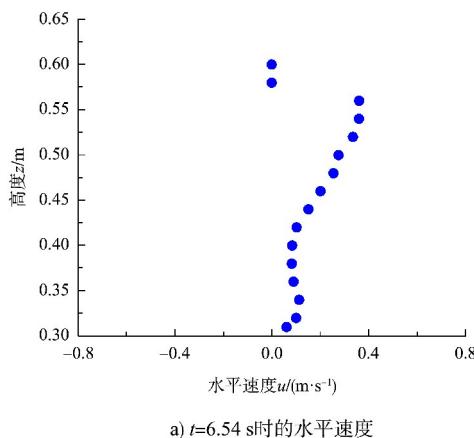


图 11 前消浪室中部竖向剖面水平与垂直速度分布

图 12 后消浪室中部竖向剖面水平与垂直速度分布

综合图 10~12, 水粒子速度在开孔附近变化较大, 孔洞极大地影响了水粒子在消浪室内外间的运动, 是影响波面的重要因素; 相对于水平速度, 开孔附近的水粒子垂直速度受开孔影响相对较小, 较为规律; 沉箱内外 3 个空间内的波面存在相位差; 同时, 综合两个消浪室来看, 后消浪室水粒子受开孔的影响程度较小, 速度相对较小, 水平速度大于垂直速度。



#### 4 结论

1) 通过数值算例与线性波理论进行对比验证, 计算结果吻合较好, SPH 数值方法可用于模拟开孔沉箱的受力以及波面情况。

2) 消浪室相对宽度  $B/L$  对波面位置处的波压力  $p$  影响较大。在本文计算条件下, 随消浪室相对宽度  $B/L$  的增加, 波压力  $p$  表现为先减小后增大的非线性特征。相对波高  $H/L$  的影响较小, 随其增大, 结构所受的波浪瞬时冲击荷载更为明显; 随着相对水深  $d/L$  增大, 波压力  $p$  逐渐减小。

3) 消浪室相对宽度  $B/L$  对反射率  $K_r$  的影响较为复杂, 总体呈负相关, 相对深度  $d/L$  对反射率  $K_r$  的影响表现为先减小后增大的非线性特征。

4) 沉箱内外波面峰谷存在相位差, 水粒子速度在开孔附近变化较大, 开孔位置、大小是影响水粒子运动的主要因素之一, 后消浪室水粒子受开孔的影响程度较小, 垂直速度较小, 前消浪室水粒子水平速度变化更为复杂。

#### 参考文献:

- [1] JARLAN G E. A perforated vertical wall breakwater [J]. Dock and harbour authority, 1961, 12: 394-398.
- [2] MARKS M, JARLAN G E. Experimental study on a fixed perforated breakwater [J]. Coastal engineering, 1968, 11(2): 1121-1140.
- [3] SUH K D, PARK W S. Wave reflection from perforated-wall caisson breakwaters [J]. Coastal engineering, 1995, 26(3/4): 177-193.
- [4] 陈雪峰, 李玉成, 滕斌. 开孔沉箱总水平力若干计算方法的比较 [J]. 港工技术, 2005(02): 1-5.
- [5] 陈雪峰, 李玉成, 滕斌. 有顶板开孔沉箱所受波浪力的数值分析 [J]. 海洋学报(中文版), 2006(3): 133-138.
- [6] GARRIDO J M, MEDINA J R. New neural network-derived empirical formulas for estimating wave reflection on Jarlan-type breakwaters [J]. Coastal engineering, 2012, 62(3): 9-18.
- [7] 任喜峰, 孙昭晨, 梁书秀. 基于 SPH 方法的明基床开孔沉箱数值模拟研究 [J]. 水道港口, 2018, 39 (4): 410-415.
- [8] SAWARAGI T, IWATA K. Wave attenuation of a vertical breakwater with two air chambers [J]. Coastal engineering in Japan, 1978, 21(1): 63-74.
- [9] KONDO H. Analysis of breakwaters having two porous walls [C]//ASCE. Proceedings of Coastal Structures'79. New York: ASCE, 1979: 962-977.
- [10] TWU S W, LIN D T. Wave reflection by a number of thin porous plates fixed in a semi-infinitely long flume [C]//ASCE. Proceedings of 22nd International Conference on Coastal Engineering. New York: ASCE, 1990: 1046-1059.
- [11] 孙路, 张廷辉, 刘勇. 斜向波作用下带水平多孔板开孔沉箱防波堤水动力特性研究 [J]. 水运工程, 2014 (10): 1-6.
- [12] 刘晓, 刘勇, 林鹏智, 等. 多消浪室开孔沉箱消浪特性的数值模拟研究 [J]. 中国海洋大学学报(自然科学版), 2021, 51(6): 116-124.
- [13] RANDLES P W, LIBERSKY L D. Normalized SPH with stress points [J]. International journal for numerical methods in engineering, 2000, 48(10): 1445-1462.
- [14] COLAGROSSI A, LANDRINI M. Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics [J]. Journal of computational physics, 2003, 191 (2): 448-475.
- [15] PARSHIKOV A N, MEDIN S A, LOUKASENKO. Improvements in SPH Method by means of interparticle contact algorithm and analysis of perforation tests at moderate projectile velocities [J]. International journal of impact engineering, 2000, 24(8): 779-796.
- [16] MONAGHAN J J. Simulating free surface flows with SPH [J]. Journal of computational physics, 1994, 110 (2): 399-406.
- [17] 邹志利. 海岸动力学 [M]. 4 版. 北京: 人民交通出版社, 2009.
- [18] 陈雪峰. 波浪与开孔沉箱的相互作用 [D]. 大连: 大连理工大学, 2003.
- [19] 李玉成, 滕斌. 波浪对海上建筑物的作用 [M]. 3 版. 北京: 海洋出版社, 2015.

(本文编辑 王璁)