



考虑转动约束的宽支座连续梁计算方法

胡开菊, 卜美飞

(湖北省交通规划设计院股份有限公司, 湖北 武汉 430051)

摘要: 针对现有 JTS 167-1—2018《码头结构设计规范》大桩帽轨道梁宽支座计算方法的不足, 提出带转动约束的宽支座连续梁计算模型, 推导了宽支座转动刚性系数计算公式; 运用 Fortran 语言对带转动约束的宽支座连续梁模型编写有限元程序, 并通过 ANSYS 软件建立纵向排架的空间有限元模型作为对比分析, 得出不同计算模型下的连续梁内力。计算结果表明, 在均布荷载情况下, 忽略支座转动约束会对计算宽支座连续梁最大正弯矩带来较大的误差, 考虑转动约束的宽支座连续梁模型计算所得最大正弯矩与空间模型比较接近; 而规范方法与本文提出的计算模型所得梁最大负弯矩与空间模型差别均较大, 对其原因进行分析并提出改进建议, 以供类似码头结构设计参考。

关键词: 大桩帽; 宽支座; 连续梁; 转动约束; 计算模型

中图分类号: U656.1

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2023)11-0049-06

Calculation method of continuous beam with wide supports considering rotational restraint

HU Kaiju, PU Meifei

(Hubei Provincial Communication Planning and Design Institute, Wuhan 430051, China)

Abstract: According to the deficiency of wide support calculation methods for crane girder of big pile cap in *Design and Construction Code for Open Type Wharf on Piles* (JTS 167-1—2018), this paper puts forward a calculation model of the continuous beam with wide supports considering rotational restraint and derives a formula for rotational stiffness coefficient of wide supports. It programs the finite element program of the model by using Fortran language, establishes the space finite element model of the longitudinal bent through ANSYS software for comparative analysis, and obtains the internal force of the continuous beam under different calculation models. The calculation results show that under the condition of uniformly distributed load, ignoring rotational restraint to a continuous beam with wide supports will produce larger errors in the maximum positive moment, and the maximum positive moment obtained by the model of the continuous beam with wide supports considering rotational restraint agrees well with the space model. The maximum negative moments calculated by the method in the code and the proposed model in this paper both have a larger difference from the space model. Therefore, this paper analyzes the reasons and puts forward suggestions for improvement, so as to provide a reference for similar wharf structure design.

Keywords: big pile cap; wide support; continuous beam; rotational restraint; calculation model

随着我国水运事业的迅速发展, 航运逐渐向船舶大型化、泊位深水化、装卸机械大型化发展。近年来, 越来越多的高桩码头建在外海水域处, 其波流条件非常复杂, 为保证施工期单桩的稳定性, 须在梁板施工安装前以 3~4 根桩为一

组在桩顶处现浇节点, 以抵抗施工期较大的波浪力。该节点宽度远远大于横梁或单桩桩帽的宽度, 有的码头支座宽度已达到连续梁跨度的 0.6 倍左右^[1-2]。因而对于轨道梁和横梁而言, 存在如何计算大桩帽连续梁内力的新问题。针对大桩帽连

收稿日期: 2023-02-06

作者简介: 胡开菊 (1989—), 女, 硕士, 工程师, 从事港口与航道工程设计工作。

续梁计算问题, JTS 167-1—2018《码头结构设计规范》提出了轨道梁宽支座计算方法, 采用支座内的分布弹簧模拟宽支座的影响。但宽支座连续梁计算模型忽略了桩帽与横梁或轨道梁连为一体的客观情况, 只考虑桩帽对梁的竖向弹性约束而忽略了桩帽对梁的转动弹性约束。随着桩帽宽度逐渐增大, 忽略支座转动约束对上部梁结构内力影响势必会产生较大的误差。本文以某大桩帽码头全直桩轨道梁排架为例, 提出带转动约束的宽支座梁模型, 采用 Fortran 语言编写有限元程序进行计算, 并与规范方法以及 ANSYS 有限元空

间模型结果进行比较, 旨在为类似结构设计提供参考^[3-4]。

1 计算方法

1.1 带转动约束的宽支座梁模型

大桩帽横梁或轨道梁在支座处除受到竖向约束外, 还有转动约束。JTS 167-1—2018《码头结构设计规范》所提出的宽支座连续梁计算模型没有考虑转动约束作用。本文在研究中考虑桩帽对上部梁结构的转动约束作用, 提出带转动约束的宽支座梁计算模型, 见图 1。

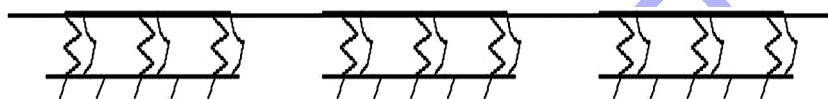
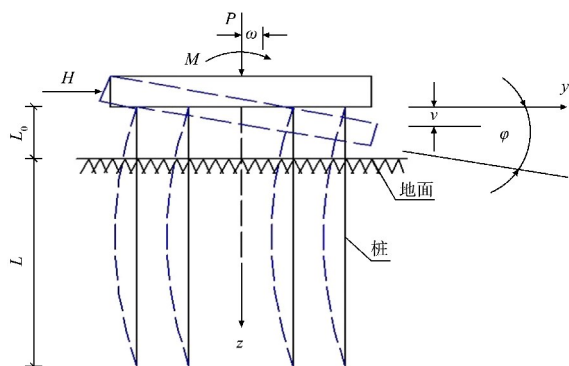


图 1 考虑转动约束的宽支座连续梁模型

1.2 宽支座转动刚性系数的推导

桩帽与桩组成的结构可看成高桩承台结构, 如图 2 所示, 桩基对称于桩帽中心布置。相对于桩而言, 桩帽的刚度较大, 为简化问题, 在计算支座转动刚性系数时, 假定桩帽为刚体构件。为求桩帽宽度范围内各点对梁的转动刚性系数, 只需求出桩帽各点处发生单位转角所需的力偶矩即可。由刚体构件空间力偶等效原理可知, 桩帽顶面任意位置处同方向的单位力矩所引起的桩帽转角相等, 由此可知, 桩帽宽度范围内桩帽对梁的转动刚性系数均匀分布。现利用高承台群桩基础计算分析理论确定支座转动刚性系数^[5]。



注: M 为力矩, P 为竖向力, H 为横向力, ω 为承台水平位移, ν 为竖向位移, φ 为转角, L 为桩入土段长度, L_0 为自由长度。

图 2 高桩承台结构

由于假定桩帽为刚体, 故从桩帽的平衡条件得出典型方程如下:

$$\begin{cases} \omega\gamma_{v\omega} + \nu\gamma_{v\nu} + \varphi\gamma_{v\varphi} = P \\ \omega\gamma_{\omega\omega} + \nu\gamma_{\omega\nu} + \varphi\gamma_{\omega\varphi} = H \\ \omega\gamma_{\varphi\omega} + \nu\gamma_{\varphi\nu} + \varphi\gamma_{\varphi\varphi} = M \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\gamma_{v\omega}$ 、 $\gamma_{v\nu}$ 、 $\gamma_{v\varphi}$ 、 $\gamma_{\omega\omega}$ 、 $\gamma_{\omega\nu}$ 、 $\gamma_{\omega\varphi}$ 、 $\gamma_{\varphi\omega}$ 、 $\gamma_{\varphi\nu}$ 、 $\gamma_{\varphi\varphi}$ 等 9 个系数为群桩刚度系数。其中 $\gamma_{v\omega}$ 、 $\gamma_{\omega\omega}$ 和 $\gamma_{\varphi\omega}$ 分别为桩帽发生单位水平位移时, 各桩顶作用于桩帽底面的竖向力、水平力和弯矩; $\gamma_{v\nu}$ 、 $\gamma_{\omega\nu}$ 和 $\gamma_{\varphi\nu}$ 或 $\gamma_{v\varphi}$ 、 $\gamma_{\omega\varphi}$ 和 $\gamma_{\varphi\varphi}$ 分别为桩帽发生单位竖向位移时, 各桩顶作用于桩帽底面的竖向力、水平力和弯矩; $\gamma_{v\nu}$ 、 $\gamma_{\omega\nu}$ 和 $\gamma_{\varphi\nu}$ 或 $\gamma_{v\varphi}$ 、 $\gamma_{\omega\varphi}$ 和 $\gamma_{\varphi\varphi}$ 分别为桩帽发生单位转角时, 各桩顶作用于桩帽底面的竖向力、水平力和弯矩。

群桩刚度系数可由单桩刚度系数 ρ_{PP} 、 ρ_{HH} 、 $\rho_{HM}=\rho_{MH}$ 和 ρ_{MM} 求得。根据文献[5]可得各群桩刚度系数计算公式如下:

$$\gamma_{\omega v} = \gamma_{v\omega} = \sum_{i=1}^n \rho_{PP} \sin\theta_i \cos\theta_i - \sum_{i=1}^n \rho_{HH} \sin\theta_i \cos\theta_i \quad (2)$$

$$\gamma_{\varphi v} = \gamma_{v\varphi} = \sum_{i=1}^n \rho_{PP} y_i \cos^2\theta_i + \sum_{i=1}^n \rho_{HH} y_i \sin^2\theta_i - \sum_{i=1}^n \rho_{HM} \sin\theta_i \quad (3)$$

$$\gamma_{vv} = \sum_{i=1}^n \rho_{PP} \cos^2 \theta_i + \sum_{i=1}^n \rho_{HH} \sin^2 \theta_i \quad (4)$$

$$\gamma_{\omega\omega} = \sum_{i=1}^n \rho_{HH} \cos^2 \theta_i + \sum_{i=1}^n \rho_{PP} \sin^2 \theta_i \quad (5)$$

$$\gamma_{\varphi\omega} = \gamma_{\omega\varphi} = \sum_{i=1}^n \rho_{PP} y_i \sin \theta_i \cos \theta_i - \sum_{i=1}^n \rho_{HH} y_i \sin \theta_i \cos \theta_i + \sum_{i=1}^n \rho_{HM} \cos \theta_i \quad (6)$$

$$\gamma_{\varphi\varphi} = \sum_{i=1}^n \rho_{PP} y_i^2 \cos^2 \theta_i + \sum_{i=1}^n \rho_{HH} y_i^2 \sin^2 \theta_i - 2 \sum_{i=1}^n \rho_{HM} y_i \sin \theta_i + \sum_{i=1}^n \rho_{MM} \quad (7)$$

式中: n 为群桩中桩的根数, y_i 为第 i 排桩顶端中心到承台中点的水平距离, θ_i 为第 i 根桩与竖直线的夹角, ρ_{PP} 为单桩顶发生单位位移时所产生的竖向力, ρ_{HH} 、 ρ_{MH} 分别为单桩顶发生单位水平位移时所引起的桩顶水平力和弯矩, ρ_{HM} 、 ρ_{MM} 分别为单桩顶发生单位转角时所引起的桩顶水平力和弯矩。

对于桩基对称于桩帽中心布置的全直桩轨道梁排架, 有下式成立:

$$\begin{cases} \gamma_{v\omega} = \gamma_{\omega v} = 0 \\ \gamma_{v\varphi} = \gamma_{\varphi v} = 0 \\ \gamma_{vv} = n\rho_{PP} \\ \gamma_{\omega\omega} = n\rho_{HH} \\ \gamma_{\omega\varphi} = \gamma_{\varphi\omega} = n\rho_{MH} \\ \gamma_{\varphi\varphi} = n\rho_{MM} + \rho_{PP} \sum_{i=1}^n k_i y_i^2 \end{cases} \quad (8)$$

式中: k_i 为第 i 排桩的根数。

由式(1)~(7)可解得桩帽位移为:

$$\begin{cases} \omega = \frac{H(n\rho_{MM} + \rho_{PP} \sum_{i=1}^n k_i y_i^2) + M n \rho_{HM}}{n\rho_{HH}(n\rho_{MM} + \rho_{PP} \sum_{i=1}^n k_i y_i^2) - (n\rho_{HM})^2} \\ \varphi = \frac{M n \rho_{HH} + H n \rho_{HM}}{n\rho_{HH}(n\rho_{MM} + \rho_{PP} \sum_{i=1}^n k_i y_i^2) - (n\rho_{HM})^2} \\ v = \frac{P}{n\rho_{PP}} \end{cases} \quad (9)$$

为求支座转动刚性系数, 令 $H=0$ 、 $M=1$, 则支座

转动刚性系数为:

$$K_{\text{转动}} = \frac{1}{\varphi} = \frac{\rho_{HH}(n\rho_{MM} + \rho_{PP} \sum_{i=1}^n k_i y_i^2) - n\rho_{HM}^2}{\rho_{HH}} \quad (10)$$

1.3 梁的刚度矩阵

将桩帽处梁段和跨中梁段分别划分单元。首先不考虑弹性支承约束, 将各个梁单元的刚度矩阵 \mathbf{k} 对各个节点进行叠加, 得到梁的整体刚度矩阵 \mathbf{K}_1 。然后再考虑桩帽处的弹性支承约束作用, 此时梁的整体刚度矩阵 \mathbf{K} 将发生变化。在矩阵位移法中, 弹性约束只影响结构刚度矩阵中相对应的主对角线上的刚度系数, 因此, 只需对梁的整体刚度矩阵进行修改^[6-7]。先找出桩帽处梁段各个节点的刚性系数 k_{ii} 在整体刚度矩阵的位置, 然后对应加上弹性支承系数 k_i (代表支座处竖向刚度系数以及转动刚性系数) 即可得到带转动约束的宽支座梁的整体刚度矩阵 \mathbf{K} 。对于一个二跨连续梁 (图3), 将其划分为2个单元, 共3个节点, 分别记为①②③, 其整体刚度矩阵为 6×6 阶, 不考虑弹性支承时整体刚度矩阵 \mathbf{K}_1 主对角线上的刚度系数 k_{ii} 对应加上弹性支承系数 k_i (其中 i 从1取到6), 即可得到最终的整体刚度矩阵 \mathbf{K} 。 k_1 、 k_3 、 k_5 为支座的竖向刚度系数, k_2 、 k_4 、 k_6 为支座的转动刚性系数。刚度矩阵 \mathbf{K}_1 和 \mathbf{K} 分别为:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{52} & k_{53} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11}+k_1 & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22}+k_2 & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33}+k_3 & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44}+k_4 & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{52} & k_{53} & k_{55}+k_5 & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66}+k_6 \end{bmatrix}$$

(12)

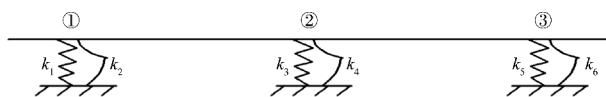


图3 两跨连续梁

1.4 梁内力计算

在运用 Fortran 语言编写有限元程序计算模型内力时,首先输入基本数据,主要包括结构的跨数、每跨梁的跨度、梁的截面尺寸、材料的弹性模量、材料的泊松比、结构中各支座下的竖向及转动刚度系数、各个梁单元上的作用荷载;其次求解整体结构的等效节点荷载列阵以及结构整体刚度矩阵;最后根据高斯消元法编制线性矩阵求解程序,即可求得梁的内力。

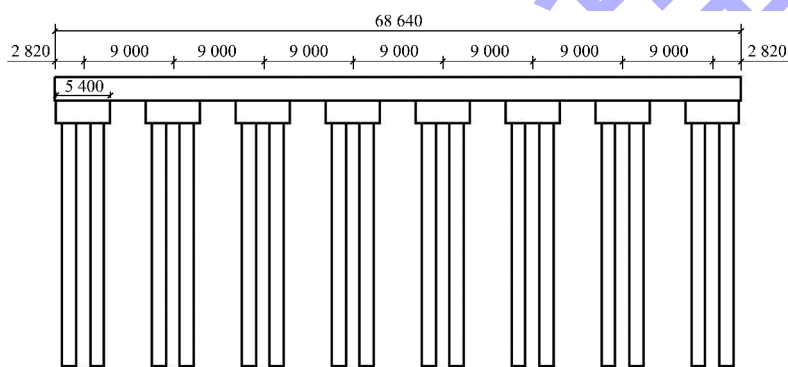


图4 轨道梁结构(单位:mm)

2.2 计算模型

本文主要比较 JTS 167-1—2018《码头结构设计规范》提出的宽支座连续梁模型(模型1)、带转动约束的宽支座梁模型(模型2)以及 ANSYS 空间有限元模型(模型3)。

对于模型1、2,计算时利用 Fortran 语言编写有限元程序计算^[8-9]。工程中利用以上所介绍的理论方法,可计算支座处竖向总刚性系数以及支座转动总刚性系数分别为 $K_{\text{竖向}} = 1.73 \text{ GN/m}$ 、 $K_{\text{转动}} = 3.82 (\text{GN} \cdot \text{tm})/\text{rad}$ 。利用有限元计算时,单元长度为 0.2 m,则桩帽宽度范围内梁被划分成 27 个单元、共 28 个节点。考虑桩帽宽度范围内支座竖向刚性系数以及转动刚性系数均匀分布,故单个节点位置处竖向刚性系数和转动刚性系数为 $k_{\text{竖向}} =$

2 算例分析

2.1 工程概况

以某 10 万吨级集装箱码头全直桩轨道梁排架为例,轨道梁每个结构段全长 68.64 m,共 8 个排架,间距 9 m,两端各有 2.82 m 的悬臂段。轨道梁宽 1.2 m、高 2.4 m,桩帽宽 2.6 m、高 2.2 m、长 5.4 m。轨道梁及桩帽材料为混凝土 C50,弹性模量 $E = 34.5 \text{ GPa}$,泊松比 $\mu = 0.167$ 。桩基自由长度为 5 m,全长 50 m,外径 1.4 m,壁厚 0.03 m。桩材料为钢管桩,弹性模量 $E = 211 \text{ GPa}$,泊松比 $\mu = 0.3$ 。每个桩帽下安放 2 根直桩,桩基对称于桩帽中心布置,桩距 2.4 m,轨道梁结构如图 4 所示。

61.6 MN/m, $k_{\text{转动}} = 136 (\text{MN} \cdot \text{tm})/\text{rad}$ 。

为了便于比较不同计算模型对宽支座梁内力的影响,同时建立了轨道梁排架空间有限元计算模型(模型3)。轨道梁采用 beam 188 单元,桩帽选用实体单元 solid 45 模拟,桩基采用管单元 pipe16,桩与桩帽采用固接连接,桩端与土之间弹性嵌固(嵌固深度取 6 m)。梁单元和桩帽实体单元采用刚性连接,桩端与土之间用弹簧单元 combin14 模拟,桩与弹簧单元连接点处除桩轴向自由度外,其他自由度全部约束,弹簧底端固接^[10-11]。

2.3 计算工况

采用 7 种工况计算,见表 1,均布荷载均采用 $q = 200 \text{ kN/m}$,集中荷载(门机荷载) $P = 1 \text{ MN}$ 。

表 1 计算工况

工况	作用荷载
1	满跨均布荷载
2	1、3、5、7 跨作用均布荷载
3	2、4、6 跨作用均布荷载
4	1、2 跨作用均布荷载
5	1 跨中心作用集中荷载
6	4 跨中心作用集中荷载

2.4 计算结果分析

各种工况计算结果见表 2。

表 2 不同工况下各模型弯矩和剪力比较

工况	计算模型	最大正弯矩 $W/(kN \cdot m^{-1})$	最大负弯矩 $W/(kN \cdot m^{-1})$	最大剪力 Q/kN
1	1	767.12	-368.62	406.65
	2	691.21	-352.17	388.30
	3	665.90	-320.12	370.71
	比例 $\eta_1/\%$	15.20	15.19	9.70
	比例 $\eta_2/\%$	3.80	15.05	4.74
2	1	1 339.98	-729.31	424.75
	2	1 196.09	-652.71	422.81
	3	1 236.70	-683.62	412.01
	比例 $\eta_1/\%$	8.35	6.69	3.09
	比例 $\eta_2/\%$	-3.28	-4.52	2.62
3	1	1 232.37	-717.45	411.87
	2	1 151.03	-644.93	417.70
	3	1 183.70	-676.51	401.11
	比例 $\eta_1/\%$	4.11	6.45	2.71
	比例 $\eta_2/\%$	-2.76	-4.67	4.16
4	1	1 198.66	-514.05	421.39
	2	1 159.71	-457.90	388.11
	3	1 160.30	-450.61	387.23
	比例 $\eta_1/\%$	3.24	14.08	8.89
	比例 $\eta_2/\%$	-0.11	1.62	2.87
5	1	1 758.27	-335.11	512.26
	2	1 631.14	-280.20	501.41
	3	1 620.36	-282.31	522.32
	比例 $\eta_1/\%$	8.52	18.79	-1.92
	比例 $\eta_2/\%$	-0.68	-0.07	-4.02
6	1	1 637.22	-323.17	519.38
	2	1 530.09	-270.25	518.12
	3	1 535.19	-273.30	500.18
	比例 $\eta_1/\%$	6.64	18.32	3.80
	比例 $\eta_2/\%$	-0.33	-0.08	3.60

注： $\eta_1 = (W_1 - W_3)/W_3$ 或 $\eta_1 = (Q_1 - Q_3)/Q_3$ ， $\eta_2 = (W_2 - W_3)/W_3$ 或 $\eta_2 = (Q_2 - Q_3)/Q_3$ 。

从表 2 可以看出：1) 在各工况下，模型 1 计算所得最大正弯矩大于模型 3，特别是在满跨均布荷载(工况 1)下，差别达 15.20%。模型 2 在各工况下计算结果与模型 3 相差均较小，特别是工况 5、6 集中荷载下，模型 2、3 几乎相同。这表明满跨均布荷载情况下，忽略支座转动约束会对宽支座梁最大正弯矩带来较为显著的误差；集中荷载下，考虑支座转动约束计算所得最大正弯矩与实际情况更相近。2) 在各工况下，模型 1 计算所得最大负弯矩大于模型 3，在工况 1、4、5、6 下尤为明显，工况 5 差别达到 18.79%。模型 2 除在工况 1 下与模型 3 差别达到 15.5%，在其他工况下与模型 3 差别较小，均控制在 5%之内，特别是在工况 4、5、6 下，模型 2、3 几乎相近，相对于模型 1 较精确。这表明在相邻跨布置均布荷载及集中荷载情况下，考虑支座转动约束计算所得最大负弯矩与实际情况更相近。3) 在工况 1(满跨荷载)下，模型 2、3 计算所得梁最大负弯矩与空间模型差别均较大，主要原因在于：研究计算模型时，将梁和桩帽分开考虑，忽略了宽支座连续梁受力过程中桩帽对梁不仅有竖向支座反力而且还存在水平支座反力，使得桩帽处梁截面除弯矩和剪力外，还存在轴力，使得连续梁为非纯弯构件而为偏心构件，从而减小了负弯矩，随着桩帽增大，水平支座反力对桩帽段连续梁受力特性影响越来越大；其次，无论是分布支撑模型还是考虑转动约束分布模型，支座反力均为线性分布，而 ANSYS 空间模型支座反力为曲线分布，且不同工况下支座反力分布特征均有所区别，支座反力的分布特征对连续梁受力有一定的影响。4) 模型 1 在工况 1、4 下计算所得最大剪力与模型 3 相差较大，其它工况下相差较小。模型 2 在各工况下计算所得最大剪力与模型 3 差别较小，均控制在 5%之内。这表明在满跨及相邻跨均布荷载情况下，忽略支座转动约束会对宽支座梁最大剪力带来显著的误差。

3 结论和建议

1) 本文以某 10 万吨级集装箱码头全直桩轨道梁排架为例, 采用 3 种计算模型, 分析了宽支座连续梁在分布荷载和集中荷载下的受力特性, 并进行成果比较和原因分析。

2) 在均布荷载情况下, 忽略支座转动约束作用会对宽支座梁最大正弯矩带来较为显著的误差。考虑转动约束模型在各工况下计算结果与空间模型相差均较小, 特别是集中荷载下, 计算结果几乎相同。

3) 在相邻跨布置均布荷载情况下, 考虑支座转动约束计算所得最大负弯矩与实际情况更为相近。

4) 在满跨及相邻跨均布荷载情况下, 忽略支座转动约束会对宽支座梁最大剪力带来较为显著的误差。

5) 在满跨均布荷载情况下, 考虑支座转动约束并不能有效改善宽支座梁的最大负弯矩。通过分析最大负弯矩断面(包括梁段面和桩帽断面)的应力分布可知, 此误差主要是由于在研究计算模型时, 将梁和桩帽分开考虑, 未考虑梁与桩帽共同受力的特点。在以后的研究中, 可以将梁和桩帽作为一个整体考虑, 以更好地反映宽支座梁的受力特性。

参考文献:

- [1] 交通部第三航务工程勘察设计院. 码头新型结构[M]. 北京: 人民交通出版社, 1999: 1-200.
- [2] 周伟才. 大桩帽码头排架计算方法及模型试验研究[D]. 南京: 河海大学, 2005.
- [3] 周伟才, 陶桂兰. 考虑节点域和剪切变形影响的高桩码头横向排架的内力计算[J]. 水利水运工程学报, 2005(1): 56-59.
- [4] 曹称宇. 宽支座条件下梁的内力计算研究[D]. 南京: 河海大学, 2005.
- [5] 《桩基工程手册》编写委员. 桩基工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995: 281-296.
- [6] 刘更. 结构力学有限元程序设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993: 107-322.
- [7] MCGUIRE W, GALLAGHER R H. Matrix Structural Analysis[M]. New York: John Wiley & Sons, 1979: 1-45.
- [8] 彭国伦. Fortran95 程序设计[M]. 北京: 中国电力出版社, 2002: 25-218.
- [9] Hinton E, Owen D R J. Finite Element Programming[M]. London: Academic Press, 1989: 28-79.
- [10] 文涛. 大桩帽码头排架梁的理论及数值分析[D]. 南京: 河海大学, 2009.
- [11] 王新敏. ANSYS 工程结构数值分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007: 230-407.

(本文编辑 王传瑜)

(上接第 48 页)

参考文献:

- [1] 马小舟, 刘斌, 王岗, 等. 孤立波作用下细长港响应的数值研究[J]. 计算力学学报, 2013, 30(1): 101-105.
- [2] HIBIYA T, KAJIURA K. Origin of the Abiki, phenomenon (a kind of seiche) in Nagasaki Bay [J]. Journal of the oceanographical society of Japan, 1982, 38(3): 172-182.
- [3] WILSON B W. The mechanism of seiches in Table Bay Harbour, Cape Town [J]. Coastal engineering, 1953(4): 52-78.
- [4] WILSON B W. Origin and effects of long period waves in ports [J]. Coastal engineering, 1957: 211-218.
- [5] MCCOMB P, JOHNSON D, BEAMSLEY B. Numerical model study to reduce swell and long wave penetration to Port Geraldton [J]. Coasts & Ports in a dynamic environment, 2009: 490-496.
- [6] WANG G, ZHENG J H, LIANG Q H, et al. Theoretical

Analysis of Harbor Resonance in Harbor with An Exponential Bottom Profile [J]. China ocean engineering, 2015, 29(6): 821-834.

- [7] 史力生, 潘军宁. 滨海核电站取水渠长周期波动现象及其消减[J]. 水利学报, 2009, 40(2): 201-207, 213.
- [8] MADSEN P A, MURRAY R, SØRENSEN O R. A new form of the Boussineq equations with improved linear dispersion characteristics [J]. Coastal engineering, 1991, 15(4): 371-388.
- [9] MADSEN P A, SØRENSEN O R. A new form of the Boussineq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly-varying bathymetry [J]. Coastal engineering, 1992, 18(3/4): 183-204.
- [10] 刘远超, 袁博博, 于倩. 港池长周期波浪振荡模态研究[J]. 水道港口, 2020, 41(4): 397-403.

(本文编辑 赵娟)