



黄河兰州城区段航道设计通航水位分析

吴凌波, 祁永升

(中交第二航务工程勘测设计院有限公司, 湖北 武汉 430071)

摘要: 黄河兰州城区河段受刘家峡水电站、小峡水电站等综合调节作用, 河段水文条件变化复杂。为合理确定设计通航水位, 根据河段水文特性及兰州站水位-流量变化关系, 基于综合历时法、保证率频率法及图解适线法确定设计流量, 采用曼宁公式并结合枢纽调度运行方式确定该河段下游末端相应的设计水位, 建立一维数学模型对设计通航水位进行研究, 得出黄河兰州城区段航道设计通航水位值。结果表明: 设计最高通航流量下, 工程河段为天然状态, 可按3 a一遇流量与曼宁公式法推求尾门水位组合计算沿程设计最高通航水位; 设计最低通航流量下, 工程河段受小峡水电站回水影响, 宜按90%保证率流量与小峡水电站坝前水位组合计算沿程设计最低通航水位。

关键词: 黄河; 设计通航水位; 数学模型; 水文特性

中图分类号: U612

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2023)09-0119-07

Design navigable water level of Lanzhou urban reach of the Yellow River

WU Lingbo, QI Yongsheng

(CCCC Second Harbor Consultants Co., Ltd., Wuhan 430071, China)

Abstract: The Lanzhou urban reach of the Yellow River is subject to the comprehensive regulation of Liujiaxia Hydropower Station and Xiaoxia Hydropower Station, and the hydrological conditions of the reach are complex. To reasonably determine the design navigable water level, according to the hydrological characteristics of the river section and the relationship between the water level-flow of Lanzhou Station, the design flow is determined based on the comprehensive duration method, the assurance rate frequency method and the graphical fitting method. The Manning formula is used to determine the corresponding design water level at the end of the reach in combination with the hub dispatching operation mode. A one-dimensional mathematical model is built to study the design navigable water level of the reach. The design navigable water level of Lanzhou urban reach of the Yellow River is obtained. The results show that under the design maximum navigable flow, the engineering reach is in a natural state, and the design maximum navigable water level along the way can be calculated according to the combination of the 3 a return period flow and the tailgate water level calculated by the Manning formula method. Under the designed minimum navigable flow rate, the engineering reach is affected by the backwater of Xiaoxia Hydropower Station. Therefore, it is advisable to calculate the designed minimum navigable water level along the route based on a combination of 90% guaranteed flow rate and the water level in front of the Xiaoxia Hydropower Station dam.

Keywords: the Yellow River; design navigable water level; mathematical model; hydrological characteristics

内河航运工程建设中, 设计通航水位的确定是各项工作开展的先决条件, 包含设计最高通航水位和设计最低通航水位。其中设计最高通航水

位是通航建筑物高程的决定依据, 设计最低通航水位是确定船舶正常航行的最低水位^[1]。

目前针对航道的设计通航水位问题的研究方

收稿日期: 2023-01-12

作者简介: 吴凌波 (1983—), 男, 高级工程师, 从事水文泥沙分析研究、港口与航道工程设计。

法较为成熟, 国内学者在长江、西江、赣江、金沙江、澜沧江、淮河等河流^[2-9]上取得了许多代表性成果, 可为相应河段航道设计提供参考。而针对黄河流域设计通航水位的研究成果较少, 且黄河为我国第二长河, 横贯我国东部沿海、中部及西部地区。近年随着流域经济的发展和水电梯级的建设, 黄河航运开发迎来了难得的发展机遇。

本文以黄河兰州城区段航道为例, 根据河段水文特性及兰州站水位-流量变化关系, 基于综合历时法、保证率频率法及图解适线法确定设计流量, 采用曼宁公式并结合枢纽调度运行方式确定该河段下游末端相应的设计水位, 建立一维数学模型对设计通航水位进行研究, 提出符合黄河兰

州城区段航道实际的设计最高通航水位和设计最低通航水位, 以期为该河段航运建设工程提供设计依据。

1 工程概况

黄河兰州城区段航运建设工程上起西固区西沙大桥, 下至城关区包兰铁路桥, 全长 36.79 km, 河道走向见图 1。工程河段河道属山区性河流, 浅滩与深槽相间, 卵石河床, 滩上比降集中、流速较大, 深槽流速平缓, 总体流速在 1~3 m/s。河面宽窄变幅较大, 窄处仅 100~120 m, 宽处可达 500~600 m, 洪水河岸稳定, 南北两岸是东西交通主干道, 筑有挡土墙防洪堤。



图 1 黄河兰州城区段河道走向

工程河段受小峡水电站蓄水影响可分为变动回水区和天然河段, 见图 2。其中青石湾滩—包兰铁路桥 3.80 km 范围段为变动回水区, 区间河段呈弯曲收缩状, 河道断面呈 U 形, 左岸陡崖直立, 右岸漫滩阶地发育, 阶地上种有杂草、林木, 河中局部发育河心浅滩, 泥沙存在累积性淤积现象;

西沙大桥—青石湾滩 32.99 km 为天然河段, 区间河段蜿蜒曲折, 江心洲散布其间, 边滩左右错落, 河段多存在急滩、浅滩, 且河段邻跨水建筑物众多, 通航条件较差。为合理制定航运建设方案, 本文对黄河兰州城区段航道设计最高通航水位、设计最低通航水位进行分析确定。

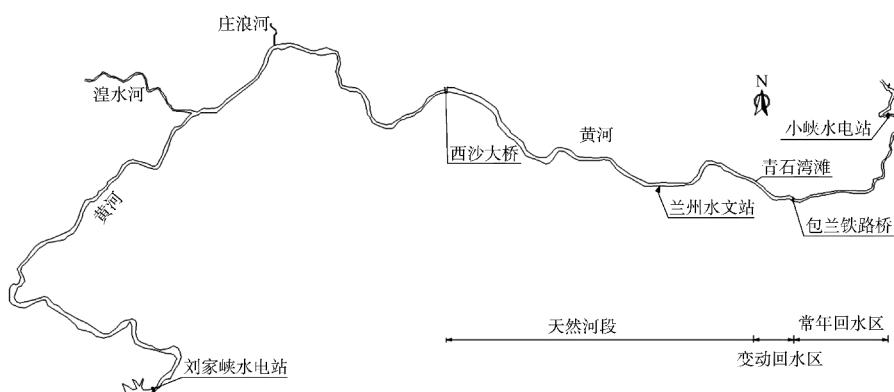


图 2 刘家峡、小峡水电站位置

2 水文特性

2.1 基本水文站

黄河兰州城区河段内设有兰州水文站(简称兰州站), 它是黄河干流和黄河上游水量调度主要控制站。区间河段各支流年水量甚微, 汛期洪水对兰州河道洪水的峰量贡献很小, 可以忽略不计。因此, 兰州站实测资料可作为工程河段水文分析的基本资料。

2.2 洪水特性

黄河兰州城区段的洪水主要来自刘家峡水库以上及湟水河和庄浪河。洪水一般涨落较缓、历时较长, 一次洪水过程平均 40 d 左右, 洪水大多为单峰型, 洪峰流量与洪水总量相关性较好。洪水主要发生在 7—9 月, 在实测的较大洪水中, 出现在 7 月的约占 36%, 出现在 9 月的约占 30%。一般情况下, 7 月的洪水峰型相对较尖瘦, 9 月的洪水峰型较矮胖, 这主要是与 7 和 9 月的天气形势和降雨历时有关。7 月由于气流辐合强烈, 暴雨强度大, 历时相对较短; 而 9 月主要是长历时、大面积的降雨。

2.3 枯水特性

自 1968 年刘家峡水电站建成、1986 年龙羊峡水电站建成后, 黄河兰州城区河段的水沙过程发生了明显改变, 兰州站年内径流分配体现出四季分明的特征。综合来看, 12 月—翌年 2 月黄河上游地区干旱少雨, 为黄河兰州城区河段的枯季径流期, 各月径流量占年径流量的比例均小于 6%, 其中 1—2 月为最枯期, 最小的 2 月径流量只占 4.2%。

2.4 水位-流量变化

兰州站 2006—2021 年日均流量过程线见图 3。汛期 7—9 月黄河兰州河段流量较大, 月平均流量为 $1852 \text{ m}^3/\text{s}$, 枯水期 12 月—翌年 2 月月平均流量为 $511 \text{ m}^3/\text{s}$, 全年月平均流量为 $1379 \text{ m}^3/\text{s}$ 。

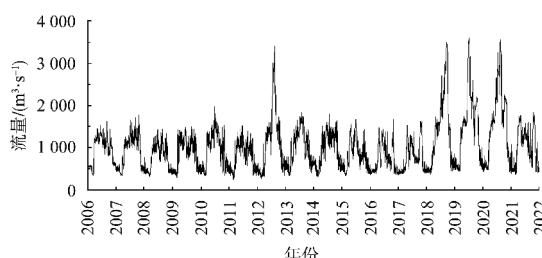
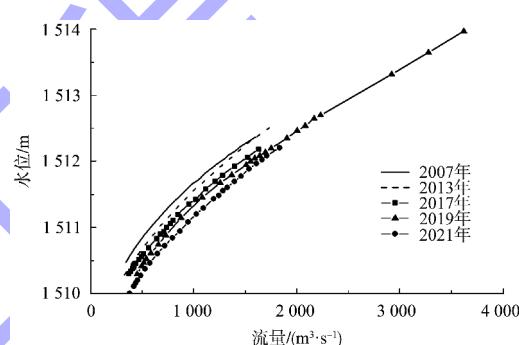


图 3 兰州站典型的流量过程

综合来看, 兰州站受刘家峡水电站调度运行方式的影响, 流量有以下变化特点: 1) 历年流量过程较为平稳, 总体来看可分大水年和小水年两种变化过程; 2) 洪水期径流量不大, 年最大流量基本不超过 $2500 \text{ m}^3/\text{s}$, 仅在 2012、2018、2019 和 2020 年出现过不超过 $4000 \text{ m}^3/\text{s}$ 的流量; 3) 中水期历时延长; 4) 枯水期日平均流量相对稳定, 径流量分配较为均匀。

根据水文收集资料, 对兰州站 2006—2021 年历年水位及流量资料进行分析, 点绘兰州站 2007、2013、2017、2019 及 2021 年的水位-流量关系曲线, 见图 4。



注: 采用 1985 国家高程基准。

图 4 兰州站水位-流量关系

由图 4 可知, 兰州站水位流量相关性较好, 在中枯流量下虽表现出逐年降低的趋势, 但同流量下水位变幅不大, 这表明兰州站所在河段总体处于冲淤平衡状态。

3 模型的建立与验证

3.1 模型建立

根据研究河段 2022 年实测地形及水文资料, 采用 HEC-RAS 软件建立黄河兰州城区段全长 36.79 km 的数学模型, 进行天然河段及变动回水区设计通航水位研究。全河段计算断面依据垂直航道方向布置为原则, 以航道中心线为基准, 共设置 3679 个断面, 单个断面间距为 10 m。同时对河道内建筑物进行概化处理, 将两岸堤防及河道内桥墩边界作为固定边界进行数值模拟。

3.1.1 计算方法

一维水流运动和连续方程：

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial (vQ)}{\partial x} + gA \frac{\partial Z}{\partial x} = -\frac{B}{\rho} \tau_b \quad (2)$$

式中： A 为实际过水断面面积， t 为时间， Q 为流量， x 为河道纵向距离， v 为流速， Z 为水位， B 为水面宽度， ρ 为水密度， τ_b 为阻力项。

黄河兰州城区河段长 37.69 km，属于长河段航道，水流流经河段历时较久，因此在实际数学模型计算中将方程组简化处理。采用恒定非均匀流公式进行计算，为：

$$Z_1 - Z_2 = \frac{1}{2} (nQ)^2 \Delta L \left(\frac{x_1^{\frac{4}{3}}}{A_1^{\frac{10}{3}}} + \frac{x_2^{\frac{4}{3}}}{A_2^{\frac{10}{3}}} \right) - \frac{(\alpha - \xi)(\bar{v}_1^2 - \bar{v}_2^2)}{2g} \quad (3)$$

式中： Z_1 、 Z_2 为计算河段上、下游两相邻断面的水位， \bar{v}_2 、 \bar{v}_1 为上、下游两相邻计算断面的水流平均流速， A_1 、 A_2 为相邻两计算断面的过水面积， x_1 、 x_2 为相邻两计算断面的过水湿周， α 、 ξ 分别为平均流速水头系数、局部阻力系数， Q 为计算河段过流量， ΔL 为上、下游断面间距， n 为计算河段综合糙率。

在进口流量、尾门水位确定后，即可由式(3)推算出黄河兰州城区段河道各断面的水力要素。

3.1.2 糙率率定

在数学模型的建立过程中，河道糙率是其主要影响因素，通常因地形、流量及水位的不同，河段糙率也有所差异。一般而言，在洪水漫滩之前，河道糙率随流量加大、水位增加呈现出逐渐减小趋势；在洪水漫滩后，受滩地地形、植被影响，糙率有逐渐增大的趋势，且漫滩流量越大，糙率增加越明显。

综合来看，河道糙率受多方面因素控制，因此本文数学模型采用实测的水文数据对河段综合糙率进行反推，以此求得可以结合各种因素真实反映黄河兰州城区段的河道糙率。

对于枯水，采用 2022 年 3 月实测水位、流量进行率定，各断面糙率值在 0.015~0.049，其中

大部分断面糙率值为 0.025；对于洪水，采用最近 2020 年洪水资料进行率定，各断面糙率值在 0.020~0.045，其中大部分断面糙率值为 0.030，综合来看，洪枯水河道糙率符合一般河道糙率取值范围。

3.2 模型验证

采用同期沿程水位测量资料，通过率定、调整糙率和河道形态参数，进行模型验证计算。对于洪、枯水验证，以兰州站作为基本控制点，采用 2019 年实测水位、流量资料进行验证，结果见图 5。可以看出，一维数学模型计算结果与实测值基本一致，误差不超过 0.1 m，满足 JTS/T 231-4—2018《内河航道与港口水流泥沙模拟技术规程》^[10] 对模型验证精度的规定。本文建立的研究模型能较为准确地反映黄河兰州段河道真实情况。

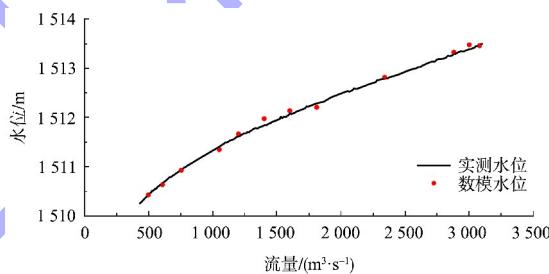


图 5 黄河兰州河段洪、枯水水位验证

4 通航水位取值及合理性分析

4.1 最高通航水位

4.1.1 图解适线法的设计最大通航流量

根据 GB 50139—2014《内河通航标准》^[11]，对出现高于设计最高通航水位历时很短的山区性河流，V 级航道重现期可采用 3~5 a 一遇。研究河段设计最大通航流量计算采用的水文资料时段为 1970—2021 年，充分考虑历史洪水影响。根据各年洪峰流量资料作皮尔逊Ⅲ型曲线拟合，得到的洪水重现期见表 1。

表 1 设计最高通航水位各洪水重现期

重现期/a	2	3	5	100
流量/(m³·s⁻¹)	2 620	3 070	3 610	6 500

工程河段规划航道等级为 V 级，主要通行船舶为客船，鉴于黄河兰州段汛期历时较长且河道

通航水流条件差, 综合考虑汛期船舶通航安全和防汛有关要求, 同时结合 GB 50139—2014《内河通航标准》要求, 设计最大通航流量取 3 a 一遇洪水流量, 即 $3\ 070\ m^3/s$ 。

4.1.2 计算工况

工程河段位于刘家峡水电站下游, 设计高水位主要受电站下泄流量影响。采用 3 a 一遇洪水与相应的水位组合进行沿程设计最高通航水位计算。对于黄河兰州城区河段, 当上游来流量大于 $2\ 500\ m^3/s$ 时, 工程河段为天然状态, 不受小峡水电站库区回水影响, 可采用曼宁公式对天然河流进行断面水位迭代计算, 曼宁公式为:

$$Q = A \cdot \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

式中: Q 为计算河段过流量, A 为过水断面面积, R 为水力半径, n 为糙率, i 为比降。

通过统计分析 2020 年 $3\ 500\ m^3/s$ 的洪水资料得到河段沿程比降变化, 同时考虑河道糙率变化, 取包兰铁路桥断面处比降为 0.25% , 糙率取 0.033, 根据式(4)迭代计算包兰铁路桥断面水位。综上, 确定设计最高通航水位计算工况为: 进口流量 $3\ 070\ m^3/s$, 尾门水位为 $1\ 504.13\ m$ 。

将设计最高通航水位计算工况代入黄河兰州城区河段数学模型进行数值模拟, 得到的沿程设计最高通航水位见图 6。

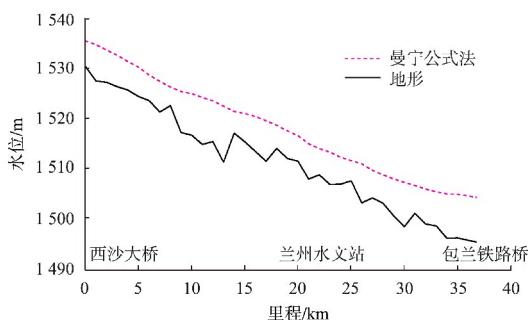


图 6 设计最高通航水位数学模型计算结果

4.1.3 计算结果分析

根据兰州站 2006—2021 年实测水位资料分析, 在 3 a 一遇洪水条件下, 兰州站水位为 $1\ 513.55\ m$ 。该值与兰州站最高通航水位计算值 $1\ 513.47\ m$ 进

行对比, 差异在 $0.1\ m$ 以内, 模型计算结果符合实际情况。

4.2 最低通航水位

4.2.1 综合历时曲线法和保证率频率法的设计流量

1) 根据兰州站水位、流量资料及其变化特点, 采用 2006—2021 年的水文资料进行黄河兰州城区河段航道设计最小通航流量分析。将兰州站 2006—2021 年实测流量日均化, 通过频率排序可得综合历时曲线法下保证率 90% 对应的最小通航流量为 $424\ m^3/s$ 。

2) 采用保证率频率法, 计算得到保证率 90%、2 a 一遇的最小通航流量为 $424\ m^3/s$ 。

综上, 得到兰州站 2006—2021 年实测流量历时保证率见表 2。

表 2 兰州站 2006—2021 年实测流量历时保证率

保证率/ %	流量/ $(m^3 \cdot s^{-1})$	
	综合历时曲线法	保证率频率法(2 a 一遇)
85	462	457
90	424	424
95	383	382

考虑到黄河兰州城区段航道以区间客运为主, 且河道通航水流条件较差, 根据 GB 50139—2014《内河通航标准》要求, 取设计最小通航流量为 $424\ m^3/s$ 。

4.2.2 计算工况

1) 小峡水电站是一座以发电为主的日调节、径流式水电站。目前, 小峡水电站调度运行方式为: ①当入库流量小于 $1\ 600\ m^3/s$ 、含沙量小于 $10\ kg/m^3$ 时, 水库水位控制在 $1\ 498\ m$ 运行; ②当入库流量不小于 $1\ 600\ m^3/s$ 且小于 $2\ 000\ m^3/s$, 或含沙量小于 $10\ kg/m^3$, 控制水位在 $1\ 497 \sim <1\ 498\ m$ 运行; ③当入库流量不小于 $2\ 500\ m^3/s$, 或含沙量大于 $10\ kg/m^3$ 时, 水库水位控制在 $1\ 495\ m$ 运行; ④当入库流量达到设计流量和校核流量时, 水库水位最高不超过 $1\ 499\ m$ 。

根据小峡水电站各时段调度运行方式, 将全年划分为入库流量 Q 在 $424 \sim <1\ 600\ m^3/s$ 、 $1\ 600 \sim$

$<2000 \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $2500 \text{ m}^3/\text{s}$ 及以上共 3 个大时段。然后在每个时段内, 最低的坝前水位对应的入库最小流量取流量调度范围内的下限值, 得出多组回水曲线, 取其下包线作为沿程各点的设计最低通航水位。

工程研究河段尾端 3.8 km 为小峡水电站变动回水区范围, 包兰铁路桥正处于库区常年回水区末端, 铁路桥处的航道水位主要受下游小峡水电站坝前水位控制, 可忽略包兰铁路桥—小峡水电站河段的回水比降, 因此在最小通航流量 $424 \text{ m}^3/\text{s}$ 时, 取包兰铁路桥断面控制水位为 1498 m 。根据包兰铁路桥至小峡水电站地形资料, 建立一维数学模型进行回水曲线计算, 推求得到 1600 、 $2500 \text{ m}^3/\text{s}$ 流量下包兰铁路桥断面对应水位分别为 1501.00 、 1503.30 m 。

工程河段受小峡水电站库区蓄水影响, 分天然河段和变动回水区, 共有不同的 3 种水位-流量组合, 最低通航水位多种组合工况见表 3。

表 3 设计最低通航水位组合工况

工况	入库流量/ $(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	电站控制水位/m	包兰铁路桥断面水位/m
1	424	1498.00	1498.00
2	1600	1497.00	1501.00
3	2500	1495.00	1503.30

经比较分析, 工况 2 和 3 的水位、流量均大于工况 1。因此, 只需要计算工况 1 水面曲线作为沿程各点的设计最低通航水位。

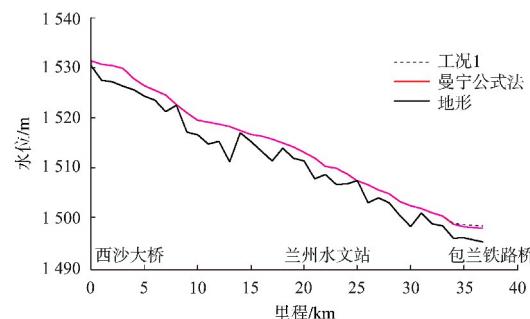
2) 对于数学模型尾门水位的控制, 除考虑小峡水电站调度运行方式外, 还可采用曼宁公式法进行迭代计算, 得到包兰铁路桥处水位为 1497.30 m 。

综上, 基于小峡水电站调度运行方式下的多组回水曲线分析和曼宁公式法确定两种设计最低通航水位计算工况见表 4。

表 4 设计最低通航水位计算工况

工况名称	进口流量/ $(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	尾门水位/m
工况 1	424	1498.00
曼宁公式法	424	1497.30

将上述 2 个工况代入黄河兰州城区段数学模型计算, 得到的沿程水位结果如图 7 所示。



注: 工况 1 和曼宁公式法计算的沿程水面线在 34 km 以上河段重合。

图 7 最低通航水位数学模型计算结果

4.2.3 计算结果分析

黄河兰州城区段受小峡水电站回水影响, 在最小通航流量下, 河段被划分为天然河段与变动回水区河段, 工程河段终点处包兰铁路桥断面正处于库区常年回水区的末端。

从计算沿程水位数据可以看出, 在最小通航流量下, 尾门水位的不同仅影响变动回水区河段的水位, 影响范围约 3.30 km 。天然河段设计最低通航水位主要由上游来流量决定, 库区变动回水区河段的水位则受尾门水位影响较为明显, 而 2 个工况在天然河段差异不大。

当上游来流量在 $2500 \text{ m}^3/\text{s}$ 及以上时, 工程河段为天然状态, 不受小峡水电站库区回水影响, 可采用曼宁公式对天然河流进行断面水位迭代计算; 当上游来流量小于 $2500 \text{ m}^3/\text{s}$ 时, 工程河段尾端受小峡水电站库区回水影响, 成为变动回水区河段, 此时河道已有壅水产生, 曼宁公式计算结果不再适用, 而由于包兰铁路桥断面正处于小峡水电站库区常年回水区末端, 可忽略包兰铁路桥—电站坝前河段的回水比降。因此在最小通航流量 $424 \text{ m}^3/\text{s}$ 时, 可取包兰铁路桥断面控制水位为库区坝前控制水位 1498 m 。

根据计算结果, 综合考虑电站调度运行方式、变动回水区河道特性, 以及工程河段特殊的分段特性, 即在上游来流量小于 $2500 \text{ m}^3/\text{s}$ 时, 小峡水电站运行方式对变动回水区水位影响较大等因素, 选

取工况1的沿程水位作为该河段设计最低通航水位。

根据兰州站2006—2021年实测水位资料分析得出, 兰州站90%保证率的设计最低通航水位为1 513.20 m, 将该述值与兰州站最低通航水位计算值1 513.13 m进行对比, 差值在0.1 m以内, 模型计算结果符合实际情况。

5 结语

1) 黄河兰州城区河段受小峡水电站蓄水影响, 天然河段和变动回水区共存, 加之受梯级电站调度影响, 水流边界条件复杂, 同时由于水文资料限制, 设计通航水位难以按常规的综合历时保证率法确定。

2) 设计最高通航流量下, 工程河段为天然状态, 按3 a一遇流量3 070 m³/s与曼宁公式法推求水位1 514.13 m组合计算沿程设计最高通航水位; 设计最低通航流量下, 工程河段受库区蓄水分为天然河段和变动回水区, 包兰铁路桥正处于库区常年回水区末端, 航道设计最低通航水位下边界应取相应电站坝前水位, 按照90%保证率流量424 m³/s与小峡水电站坝前水位1 498 m组合计算, 数模结果既符合实际, 又简化了分区段计算的复杂性和不确定性, 同时满足《内河通航标准》的要求。

3) 黄河兰州城区段设计通航水位计算值与实测资料统计值符合性较好, 准确度较高, 计算结果可为后续本河段航运建设工程提供设计依据。

参考文献:

- [1] 徐锡荣, 白金霞, 陈界仁, 等. 韩江干流航道设计最低通航水位探讨[J]. 水利水电科技进展, 2011, 31(6): 66-68, 79.
- [2] 闻云呈, 夏云峰, 蔡翠苏, 等. 长江下游南京至浏河口河段沿程设计最低通航水位分析[J]. 水运工程, 2012(3): 99-103.
- [3] 何洋, 张帅帅. 碍航礁石河段最低通航水位和整治效果分析[J]. 水运工程, 2015(6): 137-142.
- [4] 张明, 冯小香, 彭伟, 等. 西江界首至肇庆河段航道设计最低通航水位研究[J]. 水运工程, 2018(4): 104-109.
- [5] 黄定军, 李燕玲, 田美琴. 赣江南昌河段设计水位分析[J]. 水运工程, 2014(5): 117-120.
- [6] 刘晓帆, 陈婷婷, 何熙, 等. 库区支流通航水域及设计通航水位的确定方法[J]. 水运工程, 2020(12): 136-140.
- [7] 谢平, 王路, 桑燕芳, 等. 考虑水位过程变异的非一致性最低通航水位设计方法[J]. 水利学报, 2020, 51(4): 379-390.
- [8] 徐军辉, 王平, 刘长波. 临淮岗复线船闸设计最低通航水位分析[J]. 水运工程, 2020(6): 137-141.
- [9] 唐国磊, 王文渊, 郭子坚, 等. 沿海进港航道通航水位仿真优化[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2014, 35(2): 166-170.
- [10] 内河航道与港口水流泥沙模拟技术规程: JTS/T 231-4—2018[S]. 北京: 人民交通出版社股份有限公司, 2018.
- [11] 长江航道局. 内河通航标准: GB 50139—2014[S]. 北京: 中国计划出版社, 2014.

(本文编辑 王璁)

(上接第105页)

- [10] 肖应彪. 乌江通航隧洞尺度与通行船舶参数关联性试验研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2020.
- [11] 陈雪华. 乌江通航隧洞与千吨级船舶关联性数值模拟研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2021.
- [12] 郑宝友. 龙滩升船机中间渠道和渡槽通航条件模型试验研究[R]. 天津: 交通部天津水运工程科学研究所, 2005.
- [13] 刘炜, 应荣熔, 闻虎. 狹水道瘦型船舶的阻力估算方法[C]//徐惠兴. 2009特大型船舶操纵和船舶安全

- 与管理论文集. 北京: 中国航海学会, 2009: 44-48.
- [14] 刘炜, 闻虎, 应荣熔. 船舶浅水阻力的估算方法[C]//蔡梅江. 海洋船舶安全理论与实践论文集. 北京: 中国航海学会, 2008: 180-184.
- [15] 程弘宇. 通航隧洞船舶航行安全试验研究[D]. 南京: 河海大学, 2022.
- [16] 李中华. 通航隧洞及中间渠道通航水流条件研究[R]. 南京: 南京水利科学研究院, 2022.

(本文编辑 王璁)