



改进灰色模型在地基沉降变形的预测应用研究^{*}

唐 洁, 邱 敏

(重庆水利电力职业技术学院, 重庆 402160)

摘要: 沉降变形监测与预测是施工的重要环节, 然而因为成本及监测点破坏等客观情况, 沉降数据往往出现不完整或时间间隔不固定的问题, 导致预测精度的下降。本文针对普通灰色预测模型的局限性进行了改进, 并结合某码头项目深厚软黏土层的沉降监测数据, 对其进行了验证, 结果表明: 1) 改进与普通灰色预测模型的相关系数 R^2 均大于 0.9, 平均误差率都小于 15%。2) 相较于普通灰色预测模型, 改进灰色预测模型预测曲线的中后段更贴近沉降监测数据, 模型整体精度较高, 证明了新模型的优越性。3) S17 预测精度最差, 可能由于沉降数据过少, 且初始时间间隔较大。建议沉降监测应在成本范围内尽量频繁和完整。

关键词: 灰色预测模型; 邮轮码头; 软黏土; 沉降预测

中图分类号: TU433; U65

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2023)08-0184-06

Modified grey model for prediction of foundation settlement deformation

TANG Jie, QIU Min

(Chongqing Water Resources and Electric Engineering College, Chongqing 402160, China)

Abstract: Settlement deformation monitoring and prediction is the important aspects of building. However, because of finite cost and damage of monitoring points, settlement data often have incomplete or irregular time intervals, leading to worse predictions. In this paper, the limitation of the grey model is improved and validated with the settlement data of the deep soft clay layer of a cruise terminal project. The results show that: 1) the R^2 of both the improved and the common grey models are greater than 0.9, and the average error is less than 15%. 2) the middle and latter part of the prediction curve of the improved grey model is closer to the settlement monitoring data than that of the common grey model. The accuracy of the improved model is higher, which proves the superiority of the new model. 3) S17 has the worst accuracy, which may attribute to little settlement data and larger initial time interval. It is recommended that settlement monitoring should be as frequent and complete as possible within the cost range.

Keywords: grey model; cruise terminal; soft clay; settlement prediction

沉降变形监测是施工的重要环节之一, 旨在获取岩土体的动态数据, 从而为工程的设计和施工提供充分的依据^[1]。沉降监测的数据可能因为

施工工艺或工序、监测点破坏、成本控制等问题发生离散化, 从而为准确预测沉降趋势带来困难^[2]。例如, 码头项目一般建设于浅海区, 软弱

收稿日期: 2022-10-28

*基金项目: 重庆市自然科学基金项目(msxm3174); 高校基金项目(K202010)

作者简介: 唐洁 (1983—), 女, 硕士, 讲师, 从事建筑工程管理、建筑工程施工、BIM 技术应用研究工作。

黏土厚度较大。这类区域在进行繁杂的地基处理措施后, 软黏土沉降变化规律极其复杂, 难以预测^[3]。

岩土体的沉降变形预测方法有很多, 主要分为两类, 第一类是理论数值方法。这种方法主要是通过获取的岩土体参数代入合适的模型进行计算, 例如分层总和法、一维固结法和数值法等^[4-5]。另一类是经验模型方法, 即依据现有的监测数据预测沉降趋势, 确定最终沉降量等, 常用的方法包括双曲线法、Asaoka 法、灰色理论方法、神经网络算法、成长模型等^[6-10]。这两类方法各有缺点, 第一类方法的理论模型往往假设有前提条件, 如最常用的本构模型假设土体为完全弹性, 各向同性的连续体。这与实际假设确实有出入。第二类方法则取决于监测数据的完整性, 有些监测点的时间间隔会随监测时间的增加而增加, 有些监测点则会在后续施工过程中发生破坏, 变化的时间间隔及不完整的数据是制约预测精度的两大困难。

灰色模型是当下常见的预测模型, 广泛应用于多个方面, 包括建筑物沉降^[11-12]、桩基承载力预估^[13]、工程造价^[14]、能源储量预测^[15]等。中国学者邓聚龙^[16]提出灰理论基础, 解决了数据少、信息不完全等给预测精度带来困难的问题。该模型的主要原理是通过将毫无规律的数据进行累加或累减成为有规律的数据集, 再进行研究^[17]。目前较为常用的 GM(1,1) 模型适用于等间隔, 且起点为零的数据集, 在面对实际工况中稍有出入, 会造成预测精度低, 趋势离散等问题。

本文针对普通灰色预测模型的局限性进行了改进, 构建改进的灰色预测模型, 并结合某码头项目深厚软黏土层的沉降监测数据, 对其进行验证, 比较两个模型的精度, 旨在为沉降预测提出可靠的理论方法。

1 改进灰色模型

1.1 模型建立

GM(1,1) 模型是灰色理论中最基础的预测模

型, 也是应用最为广泛的模型, 但其建模理论的基础是遵循相等时间间隔的齐次指数分布, 即原始数据序列满足 $x^{(0)}(k) \approx ac^k (k=1, 2, \dots, n)$, 其中 a, c 为不同的参数。而在实际工程中, 会出现大量时间间隔不等, 非齐次的数据序列, 使得 GM(1,1) 模型不适用, 精度难以达到预期。基于此, 针对 GM(1,1) 模型进行改进。

定义原始的非等时间间隔的监测数据序列为:

$$X_0^{(0)} = \{x_0^{(0)}(1), x_0^{(0)}(2), \dots, x_0^{(0)}(n)\} \quad (1)$$

该数据序列的时间间隔并不相等, 可表达为:

$$\Delta T_k = t_{k+1} - t_k \neq \text{const} \quad (k=1, 2, \dots, n-1) \quad (2)$$

式中: ΔT_k 为原始序列的时间间隔; t_{k+1} 为第 $k+1$ 个数据的时间; t_k 为第 k 个数据的时间。

原始监测数据序列的平均时间间隔为:

$$\bar{\Delta}T = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} \Delta T_k = \frac{1}{n-1} (t_n - t_1) \quad (3)$$

式中: $\bar{\Delta}T$ 为原始序列的平均时间间隔; t_n 为第 n 个数据的时间; t_1 为第 1 个数据的时间。

使用 3 次样条插值方法将非等时间间隔数据序列(1)转换成时间间隔为公式(3)的新序列, 定义为相等时间间隔数据序列:

$$X_1^{(0)} = \{x_1^{(0)}(1), x_1^{(0)}(2), \dots, x_1^{(0)}(n)\} \quad (4)$$

经过转换生成的数据序列(4)进行逐个累加, 得到累加序列:

$$X_1^{(1)} = \{x_1^{(1)}(1), x_1^{(1)}(2), \dots, x_1^{(1)}(n)\} \quad (5)$$

式中: $x_1^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x_1^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n$ 。

依据灰色理论, 需要通过序列(5)得到紧邻均值序列, 即取两个时刻的平均值, $z_1^{(1)}(k) = 0.5 x_1^{(1)}(k) + 0.5 x_1^{(1)}(k-1), (k=2, \dots, n-1)$, 紧邻均值序列表达为:

$$Z_1^{(1)} = \{z_1^{(1)}(1), z_1^{(1)}(2), \dots, z_1^{(1)}(n-1)\} \quad (6)$$

因为工程实际数据序列多为非齐次, 因此新模型的灰色微分方程为:

$$x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = bk^2 + c \quad (7)$$

若想求得 a, b, c 这 3 个参数, 需采用最小二乘法求解, 通过最小化误差的平方和来寻找数据序列的最佳函数匹配。利用矩阵 $[a, b, c]^T = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}$ 来求解,

其中:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)}(2) & 4 & 1 \\ -z_1^{(1)}(3) & 9 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -z_1^{(1)}(n) & n^2 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ x_1^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x_1^{(0)}(n) \end{bmatrix}.$$

根据定义, 相应的白化方程表达为:

$$\frac{dx_1^{(1)}(t)}{dt} + ax_1^{(1)}(t) = bt^2 + c \quad (8)$$

求解可得:

$$x_1^{(1)}(t) = \left[x_1^{(1)}(1) - \frac{a^2 b + a^2 c - 2ab + 2b}{a^3} \right] e^{-at} + \frac{b}{a} t^2 - \frac{2b}{a^2} t + \frac{2b + a^2 c}{a^3} \quad (9)$$

数据序列(5)的解为:

$$\hat{x}_1^{(1)}(k+1) = \left[x_1^{(1)}(1) - \frac{a^2 b + a^2 c - 2ab + 2b}{a^3} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} k^2 - \frac{2b}{a^2} k + \frac{2b + a^2 c}{a^3} \quad (k=0,1,2,\dots,n) \quad (10)$$

序列(4)的解需通过公式(10)的差值求得:

$$\hat{x}_1^{(0)}(k+1) = \frac{2b}{a} k + \frac{(a+2)b}{a^2} + (1-e^{-ak}) \left[x_1^{(1)}(1) - \frac{a^2 b + a^2 c - 2ab + 2b}{a^3} \right] e^{-ak} \quad (k=0,1,2,\dots,n) \quad (11)$$

其中: $\hat{x}_1^{(0)}(k) = x_1^{(0)}(1) = x_1^{(1)}(1)$ 。

随后同样采用 3 次样条插值函数方法将 $\hat{x}_1^{(0)}(k)$ 进行拟合, 求得非等时间间距的数据序列的解, $\hat{x}_0^{(0)} = \{\hat{x}_0^{(0)}(1), \hat{x}_0^{(0)}(2), \dots, \hat{x}_0^{(0)}(n)\}$ 即可依据 $\hat{x}_0^{(0)}(k)$ 进行预测。

1.2 模型检验

灰色预测模型须在应用之前进行精度检查, 保证模型的可靠性。常用的检验方法有平均相对误差、后验误差比和小误差概率。

平均相对误差是指各预测值和各实际值的残差, 除以各实际值得出平均比值:

$$\varepsilon(k) = \hat{x}_1^{(0)}(k) - x_1^{(0)}(k) \quad (12)$$

$$\vartheta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |\varepsilon(k)/x_1^{(0)}(k)| \quad (13)$$

式中: $x_1^{(0)}(k)$ 为原始数据序列; $\hat{x}_1^{(0)}(k)$ 为模型预测数据序列; $\varepsilon(k)$ 为两种序列的残差序列; ϑ 为

模型预测的平均相对误差。

后验误差比也成为均方差比:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{(k)}^{(0)} \quad (14)$$

$$S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (X_{(k)}^{(0)} - \bar{X})^2 \quad (15)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \varepsilon_{(k)}^{(0)} \quad (16)$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\varepsilon_{(k)}^{(0)} - \bar{\varepsilon})^2 \quad (17)$$

$$C = S_2/S_1 \quad (18)$$

式中: \bar{X} 为数据序列的均值; S_1^2 为数据序列的方差; ε 为平均残差; S_2^2 为残差序列的方差; C 为均方差比。

小误差概率公式为:

$$p = P(|\varepsilon(k) - \bar{\varepsilon}| < 0.647S_1) \quad (19)$$

式中: p 为小误差概率。

灰色模型的精度主要分为 4 级, 标准见表 1。

表 1 灰色模型精度预测等级

等级	平均相对误差	后验误差比	小误差概率
I 级	<0.01	<0.30	>0.95
II 级	<0.05	<0.50	>0.80
III 级	<0.10	<0.65	>0.70
IV 级	>0.10	>0.65	<0.60

2 工程概况及监测布置

2.1 工程概况

某码头项目位于太平洋巴拿马湾内, 紧邻巴拿马城南部的 Perico Island 东侧, 南接太平洋, 北连巴拿马运河南口。项目主要施工内容包括抛石护岸、抛石防波堤疏浚及吹填、陆域地基处理及结构物等。

项目在陆域范围内共实施 20 个钻孔点, 布置见图 1。钻孔勘察结果显示土层第 1 层为 SPT 值较小的软黏土, 呈浅灰色至深灰色, 厚度为 0.20~10.85 m 不等, 具有含水量大、压缩性高、强度低、透水性差的特点, 物理参数见表 2。这类高塑性黏土或有机质土容易产生相当大的沉降和沉降差, 对建筑物威胁较大, 因而须采取相应的地基处理措施。

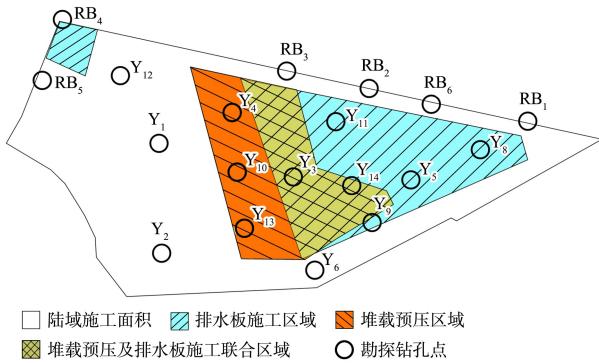


图1 陆域施工区域钻孔勘测点平面布置

表2 典型钻孔点软黏土物性参数

钻孔点	孔隙比	塑限/%	液限/%	黏聚力/kPa	摩擦角/(°)
Y ₃	2.880	33.3	73.2	17.07	22.9
Y ₉	2.550	35.4	58.0	-	-
Y ₁₀	2.930	64.2	119.6	-	-
Y ₁₁	1.904	35.5	50.0	28.90	51.0
Y ₁₃	4.090	32.7	42.7	3.60	81.0
Y ₁₄	1.089	33.3	45.5	14.10	37.0

针对项目工况, 地基处理工序主要包括排水板施打、堆载、振冲、碾压等, 具体分区见图1。陆域工程全域采用振冲处理。区域内软黏土的最大厚度为10.85 m, 主要分布在Y₃、Y₄钻孔点以东区域, 与RB₄钻孔点附近挤淤排水口区一同设置排水板。Y₉、Y₁₀、Y₃、Y₁₃附近区域淤泥层较厚, 需考虑堆载预压。排水板布设方式和间距、堆载预压高度和时间依据各区域淤泥层厚度及物性参数而定。

2.2 监测布置方案

对于预压工程, 应进行地基竖向变形、侧向位移和孔隙水压力等项目的监测, 从而验证地基处理的可靠性。监测布置方案见图2, 其中P系列为孔隙水压力监测点; S系列为沉降观测点, 由于在后期沉降监测过程中, 部分监测点受到破坏, 因而补充了TS系列的沉降观测点。所以仅有部分监测点沉降曲线较为完整, 充足的数据是模型预测准确的前提。监测频率为排水板施工起的前3个月, 保持每周测量至少1次, 吹填和加载期间, 每天监测1次。

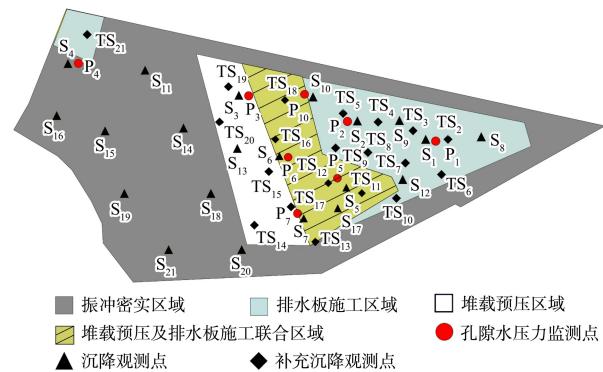
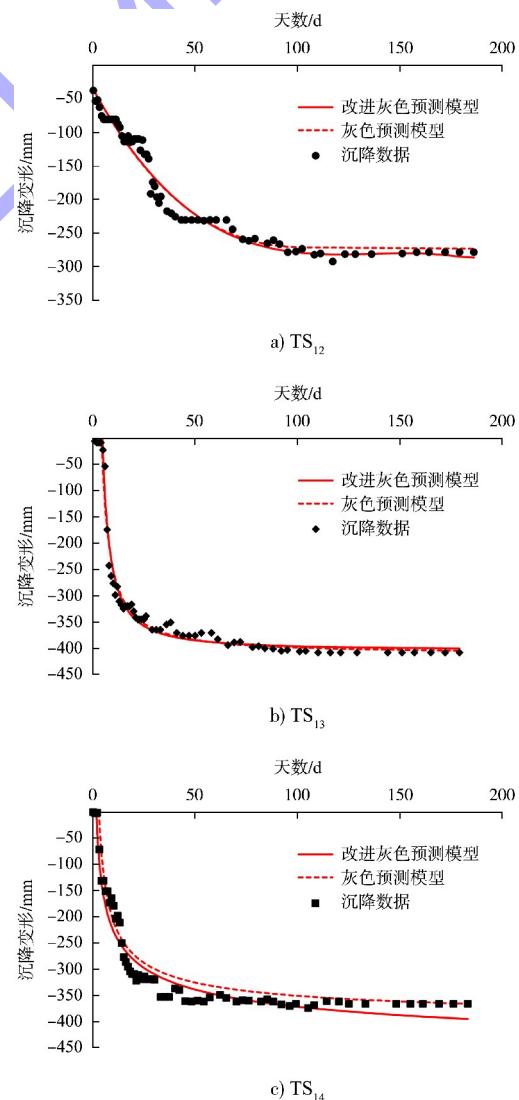


图2 陆域施工区域监测点布设平面

3 沉降预测结果

依据建模理论, 选取沉降曲线较为完整的数据监测点(TS₁₂、TS₁₃、TS₁₄、S₆和S₁₇)的监测数据进行模型验证, 比较改进后的灰色预测模型和常规灰色预测模型的准确性, 预测结果见图3。



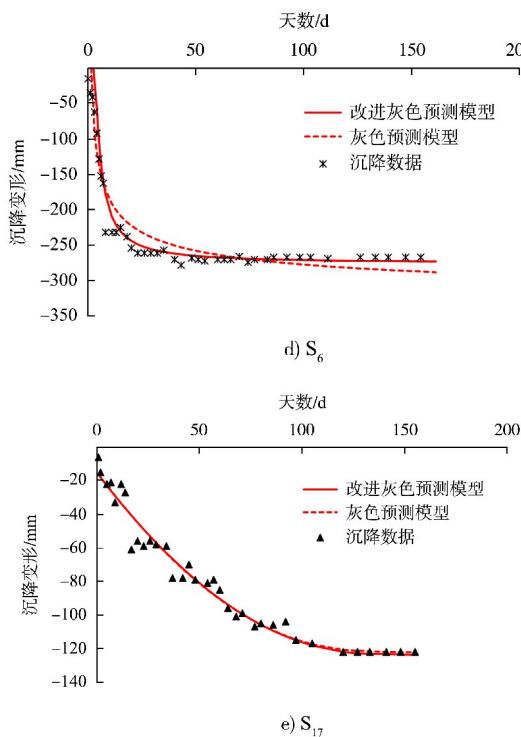


图 3 沉降监测数据与模型预测结果对比

各监测点依据区域的施工顺序进行布设，绝大多数监测点前 1 个月监测频率为每天监测，其后更改为 3 d 一测，最后更改为 7 d 一测，整个监测时期时间间距不相等。少数监测点如 S_{17} 初始监测频率为 3 d 一测，随后逐渐更改为 1 周一测。5 个监测点有效数据分别为 66、59、64、41、35 组。两种模型的预测误差及 R^2 见表 3。

表 3 灰色模型预测结果

监测点	监测 天数/d	改进灰色预测模型		灰色预测模型	
		R^2	平均误差率/%	R^2	平均误差率/%
TS ₁₂	186	0.967	8.17	0.966	9.36
TS ₁₃	179	0.942	7.83	0.962	10.21
TS ₁₄	183	0.915	8.04	0.923	9.51
S_6	161	0.945	6.39	0.926	10.79
S_{17}	155	0.967	13.46	0.964	13.91

由图 3 和表 3 可知，无论是改进灰色预测模型还是普通灰色预测模型，相关系数 R^2 都大于 0.9，相关度非常高，改进灰色预测模型的 R^2 均高于普通灰色预测模型；其次两个模型的准确度均较好，平均误差率都小于 15%，5 个监测点改进灰色模型预测最大差值分别为 30.87、38.99、40.72、34.00 和 20.26 mm，最小差值为 0.15、

1.01、0.15、0.09 和 0.05 mm；最后，5 个监测点的改进灰色预测模型的平均误差率均小于普通灰色预测模型，证明了改进灰色预测模型的优越性，提升了模型的预测精度。

由图 3 可知，相较于普通灰色预测模型，改进灰色预测模型曲线在监测期中后半段更贴近沉降监测数据。因为中后期沉降监测时间间隔开始增加，不固定时间间隔的数据预测是普通灰色预测模型难以解决的问题之一。 S_{17} 是 5 个监测点中平均误差率最大的，两种模型都达到了 13% 以上。可能由于 S_{17} 的数据过少，只有其他两个点数据集的一半左右，且初始为 3 d 一测。这反映出即便是灰色预测模型，充分的监测数据也是保证模型预测精度的重要前提。沉降监测应在成本范围内尽量频繁和完整。

4 结论

- 1) 改进灰色预测模型和普通灰色预测模型的 R^2 均大于 0.9，相关度很高，证明了灰色预测模型在沉降预测的普适性。
- 2) 两个模型的准确性均较好，平均误差率都控制在 15% 以内，5 个监测点的改进灰色预测模型的平均误差率均小于普通灰色预测模型。改进灰色预测模型的最大差值分别为 30.87、38.99、40.72、34.00 和 20.26 mm，最小差值为 0.15、1.01、0.15、0.09 和 0.05 mm。

3) 改进灰色预测模型整体精度更高，在后半段时间间隔变化的监测序列中预测效果更好。

4) 过少的监测数据会造成相对较大的预测误差，因而沉降监测应在成本范围内尽量频繁和完整。

参考文献：

- [1] 丁勇春. 软土地区深基坑施工引起的变形及控制研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2009.
- [2] 文辉辉, 杨鹏. 基于 Hermite 插值法的 GM(1,1) 模型在软基地表沉降预测中的应用 [J]. 水运工程, 2015(3): 47-50, 56.
- [3] 苏超, 魏琳帆, 盛鹏程, 等. 软土地基上板桩码头结构方案研究 [J]. 水运工程, 2016(8): 41-45.
- [4] 徐金明, 汤永净. 分层总和法计算沉降的几点改进 [J]. 岩土力学, 2003, 24(4): 518-521.

- [5] 沈珠江. 用有限单元法计算软土地基的固结变形[J]. 水利水运科技情报, 1977(1): 7-23.
- [6] 翟征秋, 程林, 宋效第, 等. 基于卷积神经网络的防波堤施工沉降预测[J]. 水运工程, 2021(8): 202-206, 219.
- [7] 王超, 罗航, 邱敏, 等. 巴拿马 Amador 邮轮码头深厚软黏土地基沉降预测方法对比[J]. 水运工程, 2020(11): 170-175, 185.
- [8] 谢万东. 基于 Asaoka 法的软基处理动态设计[J]. 水运工程, 2020(12): 191-194, 205.
- [9] 蒋建平. 基于灰色模型 GM(2, 1) 的大直径超长桩承载力预测[J]. 水运工程, 2012(6): 169-173.
- [10] 张明, 杨永生. 基于成长模型的吹填土软基沉降预测方法研究[J]. 水运工程, 2012(4): 162-165, 179.
- [11] 朱军桃, 李亚威, 熊东旭, 等. 建筑物沉降监测中的改进灰色模型[J]. 测绘科学, 2017, 42(11): 85-91.
- [12] 李日云, 王利, 张双成. 灰色预测模型在高层建筑物沉降预测中的应用研究[J]. 地球科学与环境学报, 2005, 27(1): 84-87.
- [13] 冯伟, 姚迪. 基于灰色系统理论的单桩极限承载力预测[J]. 水运工程, 2011(10): 7-10.
- [14] 李玲玲. 基于改进神经网络的建筑工程造价预测[D]. 天津: 天津大学, 2019.
- [15] ZENG B, HE C X, MAO C W, et al. Forecasting China's hydropower generation capacity using a novel grey combination optimization model [J]. Energy, 2023, 262: 125341.
- [16] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
- [17] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 5 版. 北京: 科学出版社, 2010.

(本文编辑 赵娟)

- (上接第 37 页)

4 结语

1) 国际工程中考虑设计工况的重现期、采用基于性能的多级验算标准设计理念能够更为准确、全面地体现工程设防标准和结构功能要求, 得出更为经济合理的设计方案。

2) 与国外部分实践工程案例相比, 国内传统计算方法存在一定不足, 建议在充分调研的基础上, 在规范中给出适合我国国情和工程结构特点、可供选择的多级验算标准和一般性的指导性准则。

3) 多级验算标准设计理念值得进一步推广, 例如可应用在重力式结构的抗倾、抗滑、抗浮稳定性验算, 以及桩基承载力、结构允许位移限值等一系列水工结构的抗力设计值和结构规定限值验算标准中。

参考文献:

- [1] 中交第一航务工程勘察设计院有限公司, 中交第三航务工程勘察设计院有限公司, 中交第四航务工程局有限公司. 码头结构设计规范: JTS 167—2018[S]. 北京: 人民交通出版社股份有限公司, 2018.
- [2] 中交水运规划设计院有限公司. 水运工程抗震设计规范: JTS 146—2012[S]. 北京: 人民交通出版社, 2012.
- [3] 中交第一航务工程勘察设计院有限公司. 防波堤与护岸设计规范: JTS 154—2018[S]. 北京: 人民交通出版社股份有限公司, 2018.
- [4] CIRIA, CUR, CETMEF. The rock manual: the use of rock in hydraulic engineering: CIRIA C683 [S]. 2nd ed. London: CIRIA, 2007.
- [5] The EurOtop Team. Wave overtopping of sea defences and related structures: assessment manual [S]. 2nd ed. Delft: The EurOtop Team, 2018.
- [6] BSI. Maritime works-part 7: guide to the design and construction of breakwaters: BS 6349-7 [S]. London: BSI, 1991.
- [7] USACE. Coastal engineering manual: EM 1110-2-1100[S]. Washington: USACE, 2006.
- [8] American Society of Civil Engineers. Seismic design of piers and wharves: ASCE/COPRI 61-14 [S]. Reston: ASCE, 2014.
- [9] PIANC. Seismic design guidelines for port structures[S]. Leiden: A. A. Balkema Publishers, 2001.
- [10] 中交第四航务工程勘察设计院有限公司. 高桩码头抗震设计[M]. 北京: 人民交通出版社股份有限公司, 2022.
- [11] POLB. Wharf Design standard[S]. 3rd ed. Long Beach: Port of Long Beach, 2012.
- [12] ISO. Seismic design examples based on ISO 23469: ISO/TR 12930: 2014 [S]. Geneva: ISO, 2014.
- [13] 余神光, 陈墨翟. 高桩码头岸坡地震位移计算方法比较[J]. 水运工程, 2019 (9): 160-163, 190.

(本文编辑 王璁)