

# 基于格子 Boltzmann 方法的航道整治建筑物 影响下过饱和总溶解气体输移释放规律\*

赵 旭<sup>1</sup>, 张春泽<sup>1,2,3,4</sup>, 马 倩<sup>1,2,3,4</sup>, 米家杉<sup>1,2,3,4</sup>

(1. 重庆交通大学, 河海学院, 重庆 400010; 2. 重庆交通大学, 西南水运工程科学研究所, 重庆 400010;  
3. 重庆交通大学 水利水运工程教育部重点实验室, 重庆 400074; 4. 重庆西科水运工程咨询有限公司, 重庆 400074)

**摘要:** 基于双分布函数-浅水 Lattice Boltzmann 方法, 建立了过饱和总溶解气体 (TDG) 输移模型, 研究某电站下游航道整治建筑物对河道内 TDG 输移规律的影响。结果显示, 整治建筑物的修建对主流区流态和 TDG 变化影响较小; 航道整治建筑物对河道过饱和 TDG 时空分布的影响主要表征于整治建筑物局部区域范围内, 整治建筑物坝田回流区流速降低, 水体传质减弱, 从而导致 TDG 浓度降低且低浓度区域面积增加, 可以为鱼类提供一定避难空间。该研究为水体中 TDG 输移扩散的研究提供了一种新的方法, 同时为改善电站泄水导致 TDG 过饱和对鱼类的不良影响和建设生态水道提供科学依据。

**关键词:** 总溶解气体过饱和; 格子玻尔兹曼方法; 航道整治; 鱼类躲避空间

中图分类号: U 617; X 522

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2023)03-0114-07

## Transport and release law of supersaturated total dissolved gas under influence of waterway regulation structures based on Lattice Boltzmann Method

ZHAO Xu<sup>1</sup>, ZHANG Chunze<sup>1,2,3,4</sup>, MA Qian<sup>1,2,3,4</sup>, MI Jiashan<sup>1,2,3,4</sup>

(1. The College of River and Ocean Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400010, China;  
2. Chongqing Southwestern Research Institute for Water Transport Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400010, China;  
3. Key Laboratory of Inland Waterway Regulation Engineering of Ministry of Communications,  
Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;  
4. Chongqing Xike Consultation for Water Transport Co., Ltd., Chongqing 400074, China)

**Abstract:** Based on the double distribution function shallow water Lattice Boltzmann Method, a transport model of supersaturated total dissolved gas (TDG) is established to study the influence of downstream channel regulation structures of a power station on the transport law of TDG in the river channel. The results show that the construction of regulation structures has little influence on the changes of flow pattern and TDG in the mainstream area. The influence of waterway regulation structures on the temporal and spatial distribution of supersaturated TDG is mainly characterized in the local area near the regulation structures. The flow velocity in the back-flow area of the dam field is reduced, and the mass transfer of the water body is weakened, resulting in the decrease of TDG concentration and the increase of the area of the low concentration area, which can provide a certain refuge space for fish. This study provides a new method for the study of TDG transport and diffusion in water bodies, and provides a

收稿日期: 2022-06-17

\*基金项目: 国家自然科学基金项目(52109150); 重庆市自然科学基金项目(cstc2020jcyj-msxmX0965); 水利水运工程教育部重点实验室开放基金项目(SLK2021B11); 重庆交通大学河海学院研究生科研创新基金项目(YC2021014)

作者简介: 赵旭(1997—), 男, 硕士研究生, 从事生态水力学研究。

通讯作者: 张春泽(1987—), 男, 高级工程师, 从事复杂三维流场数值模拟研究。E-mail: zhangchunze@whu.edu.cn

scientific basis for improving the adverse effects of TDG supersaturation on fish caused by power station discharge and building ecological waterways.

**Keywords:** total dissolved gas supersaturation; Lattice Boltzmann Method; waterway regulation; fish hiding space

高坝泄洪往往伴随着强掺气过程。掺入下泄水流的气体随流进入坝下消力池(或水垫塘),并在水体紊动和水压变化等多因素影响下发生总溶解气体(total dissolved gas, TDG)过饱和现象<sup>[1]</sup>。然而,过饱和 TDG 在下游河道的释放是个极其缓慢的过程,将长时间存在于水中并随流降河。过饱和度过高会使鱼类患上气泡病<sup>[2]</sup>,甚至致其死亡,对河流生态环境造成不利影响。因此,为改善电站下游鱼类生存环境,减小甚至避免电站运行对环境造成的不利影响,过饱和 TDG 的输移释放规律一直是生态水利学关注的热点<sup>[3-4]</sup>。

改善过饱和 TDG 时空分布措施的研究主要分为调度措施<sup>[5]</sup>和工程措施两个方面。因电站调度需综合考虑防洪、发电、灌溉、生态以及通航等多方面综合因素,目前以改善过饱和 TDG 时空分布为目标的电站生态调度还有待进一步完善和深入研究。研究表明,通过合理的工程措施,可有效改善过饱和 TDG 的时空分布。Huang 等<sup>[6]</sup>通过数学模型研究了溢洪道上 TDG 的累积效应,发现在溢洪道中设置挡板能有效降低 TDG 的累积效应,挡板后区域内形成 TDG 浓度明显降低的低流速区域。Mao 等<sup>[7]</sup>研究了某电站泄洪过程中下游交汇口的水流情况,通过设置纵向堤防和挡水桩可有效增加低浓度区域面积,从而改善 TDG 的分布情况。Shen 等<sup>[8]</sup>开展数值模拟发现,干支流交汇区过饱和 TDG 分布呈现出显著的三维特征,交汇口下游靠近支流侧存在一定范围的 TDG 低饱和度区域。

现有研究表明,除了从源头减少 TDG 生成外,采用合理的工程措施能够有效地改善 TDG 饱和度的时空分布特征。通航河流通常需要航道整治以改善通航条件,这些措施的实施导致河道局

部地形与其天然状态明显不同,也导致对河道内 TDG 的输移释放规律造成一定影响,但目前基于航道整治对 TDG 输移规律影响的研究很少。本文将基于双分布函数 LBM,建立二维深度积分平均 TDG 输移模型,以嘉陵江(重庆境内)某电站下游航道为研究对象,分析航道整治建筑物的修建对 TDG 输移释放规律的影响,探索航道整治在改善 TDG 饱和度时空分布对鱼类生境带来的间接增益。

## 1 控制方程

### 1.1 浅水方程

二维不可压缩流动浅水控制方程包括连续性方程和动量方程:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(hu_i)}{\partial t} + \frac{\partial(hu_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2(hu_i)}{\partial x_j \partial x_j} + F_i \quad (2)$$

式中:  $i, j$  均为空间方向指标;  $u_i, u_j$  分别为  $x, y$  方向的速度分量;  $h$  为水深;  $t$  为时间;  $g$  为重力加速度;  $\nu$  为黏滞系数;  $F_i$  为外力项,不考虑风切力

与地球自转作用,其表达式为  $F_i = -gh \frac{\partial z_b}{\partial x_i} - \frac{\tau_{b,i}}{\rho}$ ,

其中  $z_b$  为河床高程,  $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$  为水的密度,  $\tau_{b,i}$  为河床切应力,  $\tau_{b,i} = \rho C_b u_i \sqrt{u_j u_j}$ , 其中  $C_b = gn_b^2/h^{1/3}$  为河床摩擦系数,  $n_b$  为曼宁系数。

### 1.2 TDG 对流扩散方程

TDG 的输移耗散基于二维深度平均对流扩散方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(hc)}{\partial t} + \frac{\partial(hcu)}{\partial x} + \frac{\partial(hcv)}{\partial y} = \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_x \frac{\partial(hc)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_y \frac{\partial(hc)}{\partial y} \right] + S_c \end{aligned} \quad (3)$$

式中:  $c$  为 TDG 浓度;  $D_x$  和  $D_y$  分别为  $x$  和  $y$  方向的扩散系数;  $S_c$  为源项和汇项, 可用以引入 TDG 释放模型。

## 2 基于 LBM 的双分布函数浅水 TDG 输移耗散模型

LBM (Lattice Boltzmann Method) 是一种介观流体数值模拟方法, 与传统方法相比具有算法简单、边界易处理以及天然并行性好等诸多优势。基于 LBM 的浅水模型 (SW\_LBM) 具有天然 well-balance 特性<sup>[9]</sup>, 在此基础上建立的双分布函数对流扩散模型为研究大型水体物质输运问题提供新的优质方法<sup>[10-11]</sup>。

对于水动力部分, 通过 SW\_LBM 模型浅水分

$$f_{\alpha}^{\text{eq}} = \begin{cases} h - \frac{5gh^2}{6e^2} - \frac{2h}{3e^2}u_i u_i & (\alpha=0) \\ \frac{gh^2}{6e^2} + \frac{h}{3e^2}e_{\alpha,i}u_i + \frac{h}{2e^4}e_{\alpha,i}e_{\alpha,j}u_i u_j - \frac{h}{6e^2}u_i u_i & (\alpha=1, 2, 3, 4) \\ \frac{gh^2}{24e^2} + \frac{h}{12e^2}e_{\alpha,i}u_i + \frac{h}{8e^4}e_{\alpha,i}e_{\alpha,j}u_i u_j - \frac{h}{24e^2}u_i u_i & (\alpha=5, 6, 7, 8) \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $e$  为速度矢量的标量; 水深和流速可以按照如下公式计算:

$$\begin{cases} h = \sum_{\alpha=0}^8 f_{\alpha} \\ u_i = \frac{1}{h} \sum_{\alpha=0}^8 e_{\alpha,i} f_{\alpha} \end{cases} \quad (6)$$

2) 黏滞系数  $\nu$  定义为:

$$\nu = \frac{\Delta t(2\tau-1)}{6}e^2 \quad (7)$$

3) 溶质分布函数表示为:

$$g_{\alpha}(x+e_{\alpha}\Delta t, t+\Delta t) = g_{\alpha}(x, t) - \frac{1}{\tau_c} [g_{\alpha}(x, t) - g_{\alpha}^{\text{eq}}(x, t)] + S_c \Delta t \quad (8)$$

式中:  $g_{\alpha}$  为溶质的粒子分布函数;  $g_{\alpha}^{\text{eq}}$  为溶质粒子平衡分布函数;  $\tau_c$  为对溶质模型的单一松弛时间。采用文献[11]中方法建立 TDG 模型, 将 TDG 视为随时间和水深变化的溶质, 通过源项考虑其耗散过程,  $S_c = K_{\text{TDG}} hc$ , 其中  $K_{\text{TDG}}$  为 TDG 的耗散

布函数计算; 对于 TDG 输移场, 通过溶质分布函数模拟; 均采用二维 9 速度格子模型 D2Q9。水动力场通过计算得到流速  $u_i$  和水深  $h$ , 从而对溶质场产生作用。

1) SW\_LBM 模型水动力分布函数表示为:

$$f_{\alpha}(x+e_{\alpha}\Delta t, t+\Delta t) = f_{\alpha}(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(x, t) - f_{\alpha}^{\text{eq}}(x, t)] + \Delta t F_{\alpha} \quad (4)$$

式中:  $f_{\alpha}$  为离散粒子分布函数;  $f_{\alpha}^{\text{eq}}$  为粒子的局部平衡态分布函数;  $\alpha$  为离散速度方向;  $\Delta t$  为时间步长;  $\tau$  为单一松弛时间;  $e_{\alpha}$  为沿  $\alpha$  方向的速度矢量。

其局部平衡态分布函数表示为:

$$g_{\alpha}^{\text{eq}} = \begin{cases} \left(1 - \frac{\lambda_{yy}e_x^2 + \lambda_{xx}e_y^2}{e_x e_y}\right) hc & (\alpha=0) \\ \left(\frac{1}{2} \frac{e_x}{e_y} \lambda_{xx} + \frac{u_x}{4e_{\alpha x}}\right) hc & (\alpha=1, 3) \\ \left(\frac{1}{2} \frac{e_x}{e_y} \lambda_{xx} + \frac{u_y}{4e_{\alpha y}}\right) hc & (\alpha=2, 4) \\ \left(\frac{1}{2} \frac{e_x e_y}{e_{\alpha x} e_{\alpha y}} \lambda_{xy} + \frac{u_i}{8e_{\alpha i}}\right) hc & (\alpha=5, 6, 7, 8) \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\lambda_{ij}$  为各个方向无量纲的扩散系数, 可以表示为:

$$\lambda_{ij} = \frac{D_{ij}}{\Delta t \left( \tau_c - \frac{1}{2} \right) e_{\alpha,i} e_{\alpha,j}} \quad (10)$$

溶质浓度由粒子的分布函数求得, 表示为:

$$c = \frac{1}{h} \sum_{\alpha=0}^8 g_{\alpha} \quad (11)$$

### 3 算例验证

#### 3.1 静水纯扩散

在一个长宽均为 1 m 的静水池中,水深为 1 m。模型采用均匀网格,格子尺度  $dx=dy=0.01$  m,松弛时间  $\tau_c$  取 0.8,波速  $c=1\ 000$  m/s,  $dt=0.01$  ms,扩散系数  $D$  取  $1\text{ m}^2/\text{s}$ ,整个流速场  $u=v=0$  m/s,边界条件与解析解均与彭碧涛<sup>[12]</sup>的研究一致。

通过比较在 0.05、0.10、0.15、0.20 s 时刻  $y=0.5$  m 处断面的浓度分布情况(图 1)可知,随着时间的增加,在受到扩散的影响下,污染源处浓度变得越来越低,由于不考虑对流的影响,污染源位置没有发生变化,一直保持在  $x=0.5$  m 处。模拟结果与解析解高度吻合,证明水动力模型的 well-balance 特性和溶质场求解扩散问题的可靠性。

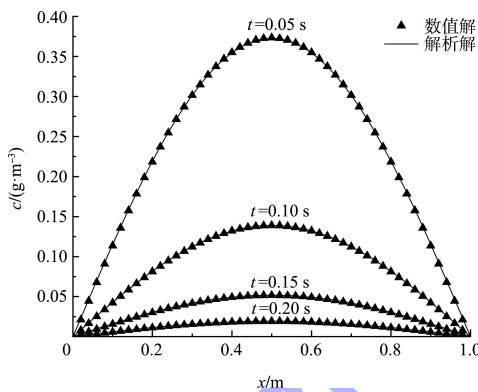


图 1 不同时刻  $y=0.5$  m 断面处浓度变化

#### 3.2 对流扩散问题

在一个长为 2 m、水深为 1 m 的矩形河道中,  $x=y=0.5$  m 处存在一污染源,扩散系数  $D$  取  $0.01\text{ m}^2/\text{s}$ ,在考虑对流的影响下,分析浓度场的变化情况。模拟网格采用  $200\times 200$ ,松弛时间  $\tau_c$  取 0.8,  $dx=dy=0.01$  m,波速  $c=10$  m/s,  $dt=0.01$  ms,整个流速场为恒定流速,  $u=v=1$  m/s,边界条件与解析解均与彭碧涛的研究一致。

图 2 为 0.05、0.10、0.15、0.20 s 时刻  $y=0.5$  m 处断面的浓度变化。随着时间增加,整体的浓度向四周扩散,污染源处浓度逐渐降低,在流速作用下,污染中心位置逐渐向右偏移。图 3 为 0.2 s 时刻污染源处浓度场,此刻污染源的位置由初始位置移动到  $x=y=0.7$  m 处。模拟结果与解

析解吻合较好,验证了该模型针对对流扩散问题具有可靠性。

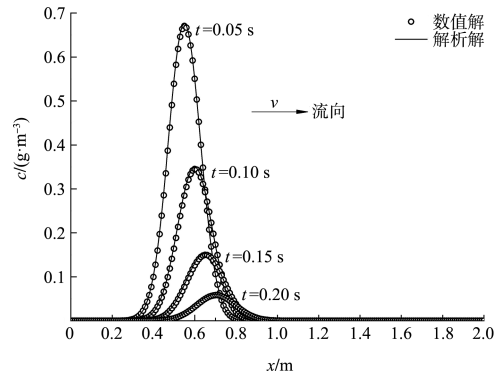


图 2 不同时刻  $y=0.5$  m 断面处浓度变化

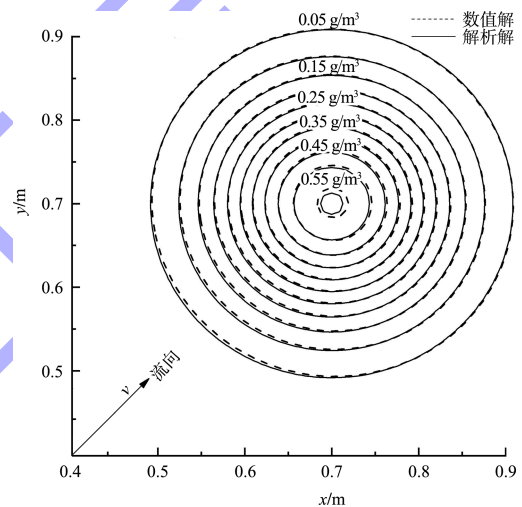


图 3  $t=0.2$  s 时刻浓度场分布

### 4 TDG 输移释放对航道整治措施响应研究

#### 4.1 研究区域

某航电枢纽位于嘉陵江下游,是以航运为主,兼有发电、拦沙减淤、灌溉等用途的综合性水利工程。电站设置 5 个冲泄闸和 15 个溢洪道。枢纽最大通航流量为  $15\ 000\text{ m}^3/\text{s}$ ,其中泄洪流量为  $11\ 946\text{ m}^3/\text{s}$ ,造成的 TDG 饱和度为 131%;用于发电的流量为  $3\ 054\text{ m}^3/\text{s}$ ,TDG 浓度为 100%,由于流量差异,洪水流量与其充分混合后可将电站消力池出口水流 TDG 饱和度降低至 125%。但是对于鱼类来说,TDG 饱和度高于 110%便会对其耐受性造成影响<sup>[13]</sup>,严重影响鱼类的生存环境,因此通过研究航道整治对 TDG 的影响能够为鱼类躲避空间的选取提供一定依据。

本研究选取距嘉陵江某电站坝址下游约 3 km



处河段为研究对象,研究区域长 3 km。根据该河段航道规划方案,将通过切嘴、疏浚、炸礁、修建丁坝等一系列航道整治措施来改善通航条件以满足Ⅲ级航道要求,整治方案布置见图 4。由于缺少天然

河道的水动力条件和 TDG 参数实测数据,本文以整治措施实施前的天然河道为对照基样,基于 LBM 研究该河段航道整治前后河流的流态和 TDG 运输的相对变化量,分析航道整治后河流流态对 TDG 的影响。

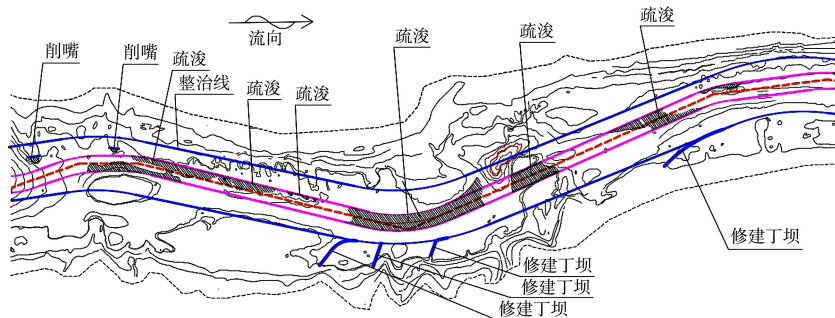


图 4 航道整治方案布置

#### 4.2 参数和边界条件设置

模拟河段总长 3 095 m, 平均河宽 1 150 m, 计算中采用 619×230 网格, 间距为 5 m, 时间步长取 0.125 s。对于水动力计算模块, 松弛时间  $\tau$  取 0.55, 整个计算区域初始水位为 187.0 m, 初始场设为静水, 边界进口按照最大通航流量 15 000 m<sup>3</sup>/s 进行模拟, 出口给定 187.0 m 恒定水位。紊流模型采用 LES 大涡模拟, Smagorinsky 系数取 0.28。计算中干湿边界的处理采用 Liu<sup>[14]</sup> 提出的干湿边界方法。对于溶质计算模块, 松弛时间  $\tau_c$  取 0.80, 整个区域初始 TDG 浓度设为 100%, 进口处 TDG 浓度设为 125%, 为充分混合后的 TDG 浓度; 出口采用零梯度边界处理; 由于 TDG 在水中的扩散输移是一个缓慢的过程, 且研究过程是恒定流, 考虑到网格尺寸与时间步长的影响, 各个方向扩散系数均取 0.5 m<sup>2</sup>/s, TDG 的耗散系数设为  $1.72 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , 这与长江野外观测结果相吻合<sup>[15]</sup>。

#### 4.3 结果与讨论

水深与流速是影响 TDG 输移释放的重要因素<sup>[16]</sup>, 因此主要针对河段水深和流速的变化进行水动力条件分析。图 5~7 为工程河段航道整治措施实施前后模拟结果。修建丁坝的工程量远较切嘴与疏浚更大, 相应引起的水地形边界变化更多, 并且在本例模拟流量条件下, 削嘴、疏浚等航道

整治措施均在主流区内(C区), 水力条件变化不显著, 主流区最大流速比整治前增大约 0.5 m/s, 由于在岸边修建丁坝的影响, 河道主流向河心收拢, 水深略有升高但变化不明显; 对比而言, 丁坝河段水深与流速变化更加显著。在丁坝影响下, 两处坝田区域(A、B区)内流速整体降低、低流速区面积大幅增加。

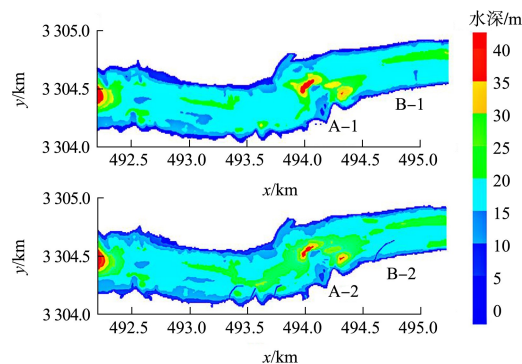


图 5 整治前后水深云图

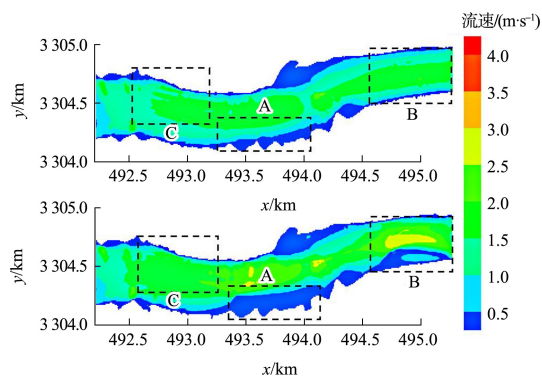


图 6 整治前后流速云图

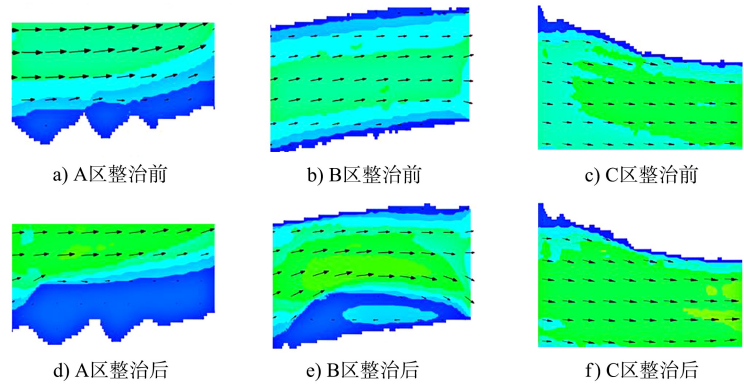


图7 整治前后局部矢量云图

根据数值模拟结果对研究河段航道整治处低流速区域面积进行了统计,由于主流区疏浚、削嘴等航道整治措施对水流条件的影响太小,故仅针对坝田区附近的流速为1 m/s 以下的低流速区域面积进行分析,主要研究梯度流速变化情况,见表1。经过整治,A 区域内小于0.5 m/s 的区域面积增加了32.18%,小于1.0 m/s 的区域面积增加了28.37%;B 区域小于0.5 m/s 的区域面积增加了16.68%,小于1.0 m/s 的区域面积增加了27.74%。低流速区域面积增加的同时,丁坝改变了原流场中流动分离的位置,使低流速区域内形成显著回流区,因而延长了TDG 在该区域的滞留时间,增加了TDG 在此处的释放量,同时也减少了该区域内TDG 的流入量,从而降低该区域内TDG 的浓度。

表1 整治前后低流速区域面积占比变化

特征流速区	<0.5 m/s 面积占比/%	<1.0 m/s 面积占比/%
整治前	17.37	29.27
A 区 整治后	49.55	57.64
增加量	32.18	28.37
整治前	9.96	19.26
B 区 整治后	26.64	41.00
增加量	16.68	21.74

图8、9 为工程河段航道整治措施实施前后的TDG 浓度变化对比。TDG 的释放是一个极缓慢的过程,由于主流区流速较大,过饱和TDG 将随流输运至下游,较整治前相比,水力条件改变不明显,由计算结果可以看出,整治工程实施后主流区TDG 浓度变化不明显(均在120%以上)。从局

部来看,TDG 变化区域与流态变化区域相吻合,主要集中于新建丁坝坝田区域。在整治措施的影响下,低流速区域面积的增加导致TDG 的低浓度区域面积也发生了相应的改变。从表2 可以看出,A 区TDG 浓度低于110%的面积占比由13.11%增加至21.01%,低于115%浓度的区域面积由29.5%增加到49.89%;同样,B 区内低于110%和115%的面积分别增加了11.72%和15.23%。

基于上述模拟结果可以发现,河道主流流量大、流速高,航道整治工程实施前后主流TDG 饱和度和没有显著差异。然而,在边滩修建丁坝后,主流区面积缩小,坝田流速降低形成回流,低流速区域面积扩大,导致TDG 在坝田回流区内滞留时间增加,有利于过饱和TDG 的释放,从而使得低饱和度区域面积明显增加,可以为鱼类提供躲避空间,对于改善鱼类生存环境提供帮助。

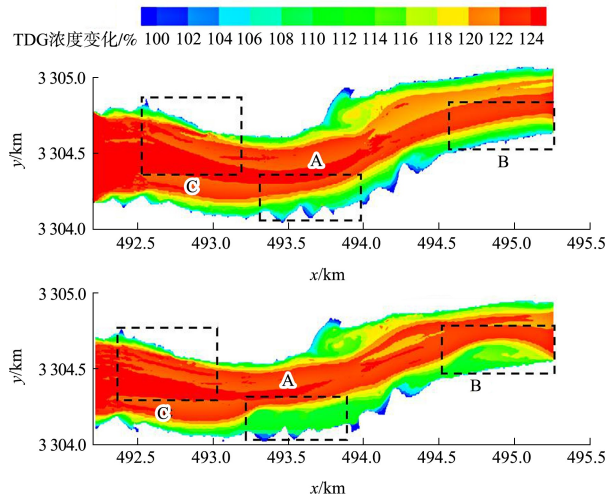


图8 整治前后TDG 浓度比较

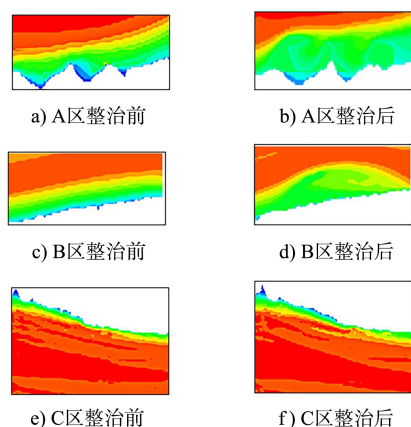


图9 整治前后局部 TDG 浓度云图

表2 整治前后低浓度 TDG 区域面积占比变化

特征 TDG 区	<110% 面积占比/%	<115% 面积占比/%
A 区	整治前	13.11
	整治后	21.01
	增加量	7.90
B 区	整治前	8.30
	整治后	20.02
	增加量	11.72

## 5 结论

1) 基于 LBM 的双分布函数建立了 TDG 输移模型, 不仅为解决复杂环境下 TDG 输移扩散问题提供了一种有效的方法, 同时发展了 LBM 在模拟实际复杂地形中的应用。

2) 分析航道整治前后河流的流态和 TDG 分布情况, 发现边滩的整治建筑物会改变原河道中流动分离的位置, 在建筑物后方形成显著回流区, 不但可以减少该区域 TDG 输入通量, 还可以延长其滞留释放时间, 从而降低 TDG 饱和度并增加低浓度区范围。

3) 通过修建航道整治建筑物使河道中形成低 TDG 饱和度区域, 为鱼类提供相对安全的庇护所, 可以为生态航道建设提供新思路。

## 参考文献:

[1] 曲璐, 李然, 李嘉, 等. 高坝工程总溶解气体过饱和和影响的原型观测[J]. 中国科学(技术科学), 2011, 41(2): 177-183.

[2] 尹清杰, 刘晓庆. 总溶解气体过饱和和对鱼类影响研究进展[J]. 人民长江, 2020, 51(8): 78-83.

[3] 王皓冉, 周卓灵, 行亚楠, 等. 水利工程总溶解气体过饱和问题探讨[J]. 水利水电科技进展, 2010, 30(5): 12-15.

[4] 张政, 肖柏青. 高坝下游水中总溶解气体过饱和研究进展[J]. 人民长江, 2020, 51(4): 14-19.

[5] MA Q, LI R, FENG J J, et al. Ecological regulation of cascade hydropower stations to reduce the risk of supersaturated total dissolved gas to fish[J]. Journal of hydro-environment research, 2019, 27(12): 102-115.

[6] HUANG J P, LU J Y, LI R, et al. Numerical study on the cumulative effect of supersaturated TDG through the spillway[J]. Ecohydrology and hydrobiology, 2021, 21(2): 292-298.

[7] MAO Y Z, WAN H, FENG J J, et al. Using the characteristics of river confluence to reduce the negative impact of supersaturated total dissolved gas (TDG)[J]. Nature environment and pollution technology, 2018, 17(3): 845-852.

[8] SHEN X, LI R, HODGES B R, et al. Experiment and simulation of supersaturated total dissolved gas dissipation: Focus on the effect of confluence types[J]. Water research, 2019, 155(5): 320-332.

[9] ZHOU J G. Lattice Boltzmann Methods for shallow water flows[M]. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2004.

[10] BANDA M K, SEAID M, THOMMES G. Lattice Boltzmann simulation of dispersion in two-dimensional tidal flows[J]. International journal for numerical methods in engineering, 2009, 77(6): 878-900.

[11] LIU H F, ZHOU J G, LI M, et al. Multi-block lattice Boltzmann simulations of solute transport in shallow water flows[J]. Advances in water resources, 2013, 58(8): 24-40.

[12] 彭碧涛. 对流扩散方程的格子 Boltzmann 方法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2014.

[13] 袁媛, 袁佳, 王远铭, 等. 总溶解气体过饱和和对长薄鳅的急性和慢性致死效应研究[J]. 工程科学与技术, 2017, 49(S2): 56-61.

(下转第 172 页)