



基于改进 Burgers 模型的海相软土 剪切蠕变特性*

郭培玺^{1,2}, 虞子楠³

(1. 西京学院, 陕西 西安 710123;

2. 陕西省混凝土结构安全与耐久性重点实验室, 陕西 西安 710123;

3. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064)

摘要:以珠三角地区某港口地基海相软土为例, 分别开展固结排水和固结不排水三轴剪切蠕变试验, 并结合剪切蠕变试验结果, 在传统 Burgers 模型的基础上, 引入一个非线性 SP 元件, 串联后得到一个新的一维蠕变本构模型, 并将其拓展为三维情形, 利用改进模型拟合海相软土剪切蠕变曲线, 并验证其正确性和合理性。结果表明, 每一级加载瞬间海相软土均表现出瞬时弹性变形, 随即表现出衰减和稳定蠕变阶段, 最后一级加载海相软土发生加速蠕变; 每一加载等级的不排水条件下的轴向应变增量和孔隙水压力均大于排水条件; 海相软土的渗透性影响蠕变变形, 弱渗透性条件更有利于蠕变变形的累积; 改进 Burgers 模型拟合海相软土剪切蠕变曲线, 吻合良好。

关键词:港口地基; 海相软土; 剪切蠕变; Burgers 模型; 渗透性

中图分类号: U 655

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2022)03-0157-06

Shear creep characteristics of marine soft soil based on improved Burgers model

GUO Pei-xi^{1,2}, YU Zi-nan³

(1. Xijing University, Xi'an 710123, China;

2. Key Laboratory of Safety and Durability of Concrete Structures in Shaanxi Province, Xi'an 710123, China;

3. College of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: Taking the marine soft soil of a port foundation in the Pearl River Delta as an example, we carry out the triaxial shear creep tests of consolidated drainage and consolidation undrained respectively. Based on the results of shear creep tests and the traditional Burgers model, we introduce a nonlinear SP element, obtain a new one-dimensional creep constitutive model after series connection, extend it to three-dimensional case, use the improved model to fit the shear creep curve of marine soft soil, and verify the rationality and correctness of the model. The results show that the marine soft soil shows instantaneous elastic deformation at each moment of loading, and then shows the stage of decay and stable creep, and the last stage of loading marine soft soil has accelerated creep. The axial strain and pore water pressure of each loading level are higher than these of drainage condition. The permeability of marine soft soil affects creep deformation, and the weak permeability condition is more conducive to the accumulation of creep deformation. The improved Burgers model is used to fit the shear creep curve of marine soft soil, which is in good agreement.

Keywords: port foundation; marine soft soil; shear creep; Burgers model; permeability

收稿日期: 2021-05-11

*基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)资助项目(2017YFD0800501)

作者简介: 郭培玺(1979—), 男, 博士, 高级工程师, 研究方向为岩土材料、粗粒料力学特性及地基稳定性研究。

我国珠三角地区大量分布海相沉积软土，主要为淤泥和淤泥质黏土，具有高含水率、弱渗透性、较大孔隙比、低强度和明显流变特性的特点^[1-2]。该区域内开挖基坑时，海相软土受开挖扰动，基坑支护和周围土体产生蠕变，其变形随时间增长而不断累积，若控制不当，可能造成质量安全事故^[3-4]，故研究海相软土蠕变特性具有重要意义。

目前针对海相软土蠕变特性已有部分成果，如于小军^[5]进行连云港海相软土蠕变试验，通过电阻率静力触探测试得到海相软蠕变变形与电阻率之间的关系，从而建立电阻率蠕变模型；陈昌富等^[6]开展江门海相软土直剪蠕变试验，基于试验成果，建立一种 BP 神经网络蠕变模型；Zhao 等^[7]以某人工岛海相软土为研究对象，通过 Terzaghi 一维固结理论和 Biot 二维固结理论，模拟该海相软土地基的蠕变沉降现象；杨超等^[8]开展上海软土剪切蠕变试验，建议应力-应变关系和应变-时间关系分别通过幂函数和双曲线型函数描述，以此建立经验型蠕变模型。

表 1 海相软土物理力学参数

密度/(t·m ⁻³)	含水率/%	饱和度/%	孔隙比	液限/%	塑限/%	黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)
1.84	41.67	96	1.135	42.4	21.3	16.07	19.58

1.2 试验方法

试验采用 FSY-6 型三轴蠕变试验机，系统包含轴向和围压加载系统、数据收集系统、孔隙水压力量测系统等。在剪切蠕变试验开展之前，在围压 100 kPa 条件下，分别进行固结排水和不排水三轴剪切试验，确定三轴剪切强度 τ_f 。根据文献[10]，以 $0.55 \tau_f$ 作为蠕变试验的第 1 级轴差应力（轴向应力与围压之差），当土样 24 h 内变形量小于 0.01 mm 时认为已经进入稳定蠕变阶段，每一级加载时间不少于 100 h，逐级增加 $0.05 \tau_f$ ，直至土样破坏。针对海相软土弱渗透性特点，分别开展固结排水和固结不排水三轴剪切蠕变试验，剪切蠕变试验加载方案见表 2。

表 2 剪切蠕变试验方案

试验方式	围压/kPa	三轴剪切强度 τ_f /kPa	轴差应力/kPa
固结排水	100	75.4	41.5→45.2→49.0→52.9→56.6
固结不排水	100	65.7	36.1→39.4→42.7→46.0→49.3

本文以珠三角地区某港口地基工程海相软土为对象，制备大尺寸重塑试样，分别开展固结排水和固结不排水三轴剪切蠕变试验，研究不同排水试验条件下海相软土的蠕变性能。基于蠕变试验结果，在传统 Burgers 模型的基础上，引入一个非线性 SP 元件，串联后得到一个新的一维蠕变本构模型，并将其拓展为三维情形。利用改进后模型拟合海相软土剪切蠕变曲线，证明所建模型的合理性和正确性。研究成果可为海相软土剪切蠕变特性研究及该区域港口地基施工提供一定参考。

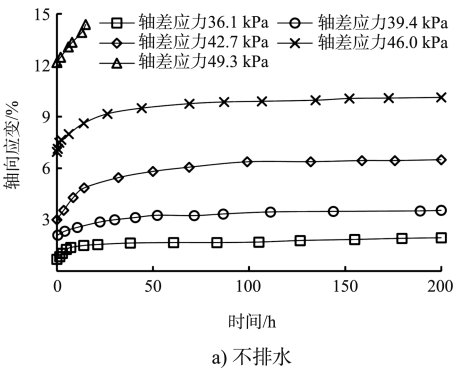
1 海相软土剪切蠕变试验

1.1 试验对象

本文海相软土样取自于珠三角地区某港口地基工程，该类土含水率高、孔隙比大、渗透性较弱、力学性能较复杂，其物理力学参数见表 1。为了更好地反映原位海相软土力学性能，制作直径 68 mm、高 125 mm 的大尺寸重塑试样，试样制备严格参照《土工试验方法标准》^[9]。

2 试验结果分析

试验设备数据收集端中的应变-时间数据为逐级加载过程的全过程曲线，采用陈氏叠加法处理得到各级应力下的蠕变曲线，如图 1 所示，孔隙水压力与时间关系曲线图如图 2 所示。选择图 1 中部分时间点的轴差应力和轴向应变数据，得到轴差应力-轴向应变等时曲线，如图 3 所示，并通过文献[11]中取拐点的方法确定海相软土长期强度。



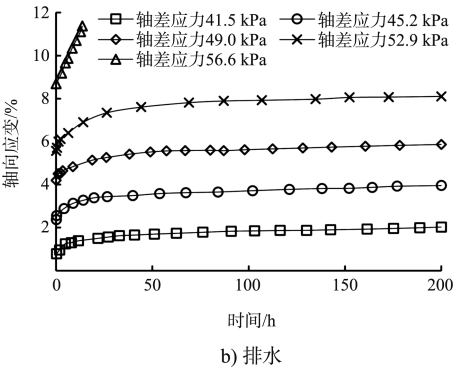


图1 各级应力下的蠕变曲线

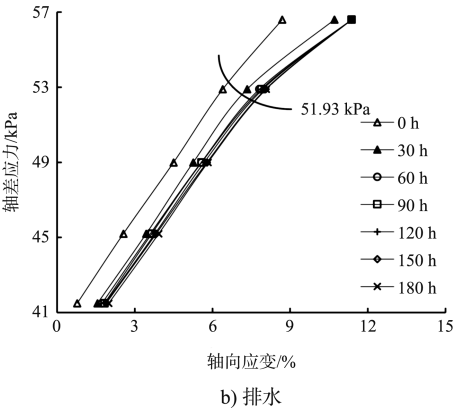


图3 轴差应力-轴向应变等时曲线

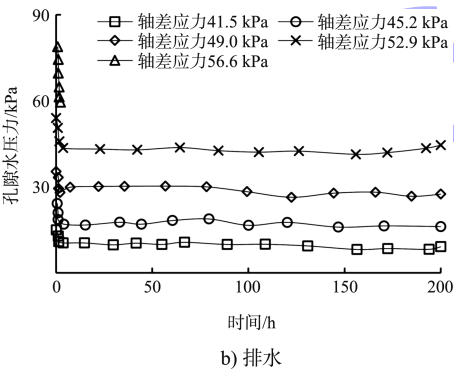
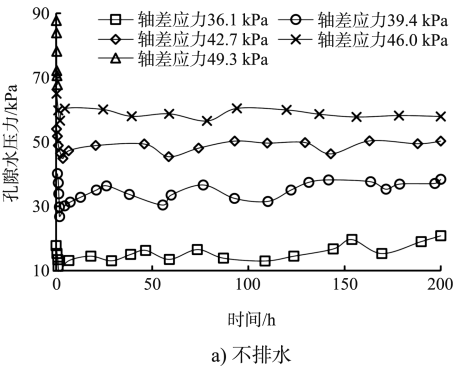
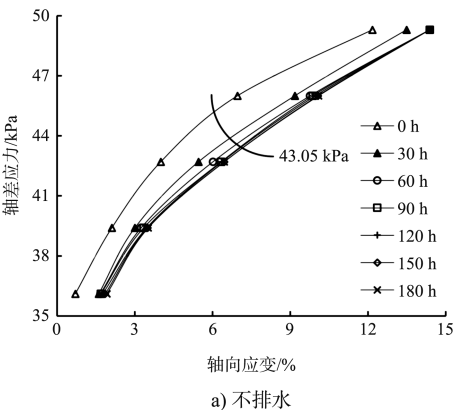


图2 孔隙水压力与时间关系曲线



由图1可看出,两种试验条件下的加载等级均为5级,每一级加载瞬间土体均表现出瞬时弹性变形,随即表现出衰减和稳定蠕变阶段,在第5级加载时,土样还发生了加速蠕变行为,土体宏观破坏。总体上每一级的不排水试验条件下的轴向应变增量值大于排水条件。不排水条件下,每一级的轴向应变的增量差异较大,而排水条件下的轴向应变的增量差异相对较小,这是由于在排水试验条件下,土样受到外界荷载作用,土体内部孔隙排水,此时发生固结硬化,土体强度明显增大,故轴向应变的增量差异较小。

由图2可看出,在加载瞬间,孔隙水压力瞬间增大,随即快速回落。不排水试验条件下,前4级孔隙水压力在0~200 h内波动较大,而排水条件下的孔隙水压力相对波动较小。总体上,排水条件下的每1级孔隙水压力均小于不排水条件。排水试验条件下土样仅能从顶部透水石排水,单向排水使试样很快固结,此时孔隙水压力回落,土体骨架变形,颗粒位移重新排列,土体发生蠕变变形,固结和孔隙水压力回落同时发生,形成耦合作用,这也是造成排水条件下的孔隙水压力小于不排水条件的原因之一。

由图3a)可看出,不排水条件下的轴差应力-轴向应变等时曲线具有明显的非线性黏塑性特征,随着应力的增大,曲线非线性程度越高,越靠向应变

横轴,通过本文方法确定长期强度为 43.05 kPa;由图 3b)可看出,排水条件下的轴差应力-轴向应变等时曲线非线性黏塑性特征相对较弱,曲线近线性,通过本文方法确定长期强度为 51.93 kPa。综合图 3 可知,不排水条件下的海相软土长期强度明显低于不排水条件,而海相软土是一种弱渗透性特殊土,在港口地基工程中渗排水条件较差、长期强度较低,更易发生蠕变变形。

3 海相软土剪切蠕变模型

3.1 传统 Burgers 一维模型

Burgers 模型是一种常见的元件蠕变模型,由 Maxwell 模型和 Kelvin 模型串联而成,能较好地描述土体衰减和稳态蠕变行为,其模型结构如图 4 所示。

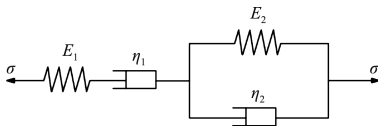


图 4 模型结构

传统 Burgers 模型的状态方程为：

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_M = \sigma_K \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_1 = \dot{\sigma}_M / E_1 + \sigma_M / \eta_1 \\ \sigma_K = E_2 \varepsilon_2 + \eta_2 \dot{\varepsilon}_2 \end{cases} \quad (1)$$

式中： ε 为总应变； σ 为模型总应力； σ_M 、 ε_1 、 E_1 和 η_1 分别为 Maxwell 模型的应力、应变、瞬时弹性模量和黏性系数； σ_K 、 ε_2 、 E_2 和 η_2 分别为 Kelvin 模型的应力、应变、弹性模量和黏性系数；圆点为对时间的一阶导数。

解析式(1)可得：

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{\eta_1} t + \frac{\sigma}{E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_2} t\right) \right] \quad (2)$$

式中： t 为时间。式(2)即为传统 Burgers 一维模型的本构方程。

3.2 改进 Burgers 一维模型

传统的 Burgers 模型无法描述土体加速蠕变行

为^[12],同时考虑到海相软土蠕变的非线性黏塑性特征,故引入文献[13]中可描述加速蠕变行为的非线性 SP 元件,其模型结构如图 5 所示,状态方程为：

$$\sigma_{SP} = \langle \sigma - \sigma_s \rangle = \eta_t \dot{\varepsilon}_3 = (\eta_0 - \beta t)^2 \dot{\varepsilon}_3 \quad (3)$$

式中： σ_{SP} 、 ε_3 分别为 SP 元件总应力、应变； η_t 为 SP 元件中随时间变化的非线性黏性系数； η_0 、 β 为黏滞参数； σ_s 为长期强度。当 $(\sigma - \sigma_s) < 0$ 时, $\langle \sigma - \sigma_s \rangle = 0$; 当 $(\sigma - \sigma_s) \geq 0$ 时, $\langle \sigma - \sigma_s \rangle = \sigma - \sigma_s$ 。

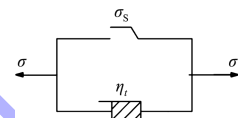


图 5 SP 元件模型结构

式(3)等号两侧同时求积分可得：

$$\varepsilon_3 = \frac{\langle \sigma - \sigma_s \rangle t}{\eta_0 (\eta_0 - \beta t)} \quad (4)$$

式(4)即为 SP 元件的本构方程。

将 SP 元件和传统一维 Burgers 模型串联,可弥补传统 Burgers 模型无法描述加速蠕变的不足,于是得到改进 Burgers 模型的本构方程：

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{\eta_1} t + \frac{\sigma}{E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_2} t\right) \right] + \frac{\langle \sigma - \sigma_s \rangle t}{\eta_0 (\eta_0 - \beta t)} \quad (5)$$

式(5)即为改进 Burgers 一维模型的本构方程。

3.3 改进 Burgers 三维模型

海相软土在港口地基工程中处于三向应力状态下,故还需要建立三维蠕变模型。假定土体各向同性,结合广义 Hooke 定律有：

$$\begin{cases} \sigma_m = 3K\varepsilon_m \\ S_{ij} = 2Ge_{ij} \end{cases} \quad (6)$$

式中： σ_m 、 S_{ij} 分别为球应力、偏应力张量； ε_m 和 e_{ij} 分别为球应力和偏应力张量所对应的应变； K 、 G 分别为体积模量、剪切模量。土体内部的应力张量可分解为：

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij} \sigma_m \quad (7)$$

式中： σ_{ij} 、 δ_{ij} 分别为应力张量、单位张量。

本文海相软土蠕变过程中体积蠕变可忽略,通过屈服函数 F 反映海相软土的屈服破坏,通过

三维拓展式(5)得到本文海相软土改进 Burgers 三维模型的本构方程为:

$$\left\{\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{S_{ij}}{2G_1} + \frac{\sigma_m}{3K}\delta_{ij} + \frac{S_{ij}}{2\eta_1}t + \frac{S_{ij}}{2G_2}\left[1 - \exp\left(-\frac{G_2}{\eta_2}t\right)\right] \\ &\quad (S_{ij} < (S_{ij})_s) \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{S_{ij}}{2G_1} + \frac{\sigma_m}{3K}\delta_{ij} + \frac{S_{ij}}{2\eta_1}t + \frac{S_{ij}}{2G_2}\left[1 - \exp\left(-\frac{G_2}{\eta_2}t\right)\right] + \\ &\quad \frac{t}{2\eta_0(\eta_0 - \beta t)} \frac{F}{F_0} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (S_{ij} \geq (S_{ij})_s) \end{aligned}\right. \quad (8)$$

式中: ε_{ij} 为模型总应变; $(S_{ij})_s$ 为 σ_s 对应的偏应力张量; G_1 、 G_2 分别为 E_1 、 E_2 变换而得的剪切模量; F 为屈服函数, F_0 为 F 的初始值, 取 $F_0 = 1^{[14]}$, F 可定义为^[15]:

$$F = \sqrt{J_2} - \sigma_s/\sqrt{3} \quad (9)$$

式中: J_2 为应力偏量第二不变量。

本文不排水和排水蠕变试验均为假三轴条件, $\sigma_2 = \sigma_3$, 于是有:

$$\left\{\begin{aligned} \sigma_2 &= \sigma_3 < \sigma_1 \\ \sigma_m &= (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3 \\ S_{11} &= 2(\sigma_1 - \sigma_3)/3 \\ \sqrt{J_2} &= (\sigma_1 - \sigma_3)/\sqrt{3} \end{aligned}\right. \quad (10)$$

式中: σ_1 、 σ_2 和 σ_3 分别为最大、中间和最小主应

力; S_{11} 为轴向的偏应力张量。

将式(10)代入式(8)可得:

$$\left\{\begin{aligned} \varepsilon_{11}(t) &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_2}\left[1 - \exp\left(-\frac{G_2}{\eta_2}t\right)\right] + \\ &\quad \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{9K} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3\eta_1}t \quad ((\sigma_1 - \sigma_3) < (\sigma_1)_s) \\ \varepsilon_{11}(t) &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_1} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3G_2}\left[1 - \exp\left(-\frac{G_2}{\eta_2}t\right)\right] + \\ &\quad \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{9K} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3\eta_1}t + \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_s}{3\eta_0(\eta_0 - \beta t)}t \\ &\quad ((\sigma_1 - \sigma_3) \geq (\sigma_1)_s) \end{aligned}\right. \quad (11)$$

式(11)即为海相软土改进 Burgers 三维模型的轴向蠕变方程。

4 蠕变模拟及参数求解

在海相软土改进 Burgers 三维模型的轴向蠕变方程中, 包含 G_1 、 G_2 、 η_1 、 η_2 、 η_0 、 β 和 $(\sigma_1 - \sigma_3)_s$, 其中 G_1 通过 Hooke 定律求得, $(\sigma_1 - \sigma_3)_s$ 为长期强度, 前文已给出, 其余 5 个参数通过数学优化软件 1stOpt 基于 BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)算法求解, 模型参数见表 3。利用所建模型模拟海相软土不排水和排水试验条件下的蠕变曲线, 得到模拟对比曲线如图 6 所示。

表 3 模型参数

试验条件	轴差应力/kPa	G_1 /kPa	G_2 /kPa	η_1 /(MPa·h)	η_2 /(MPa·h)	η_0 /(MPa·h)	β	$(\sigma_1 - \sigma_3)_s$	R^2
不排水	36.1	141.791	687.983	31.584	8.549	—	—	43.05	0.989 4
	39.4		854.067	26.367	7.365	—	—		0.991 2
	42.7		970.451	22.792	5.308	—	—		0.987 3
	46.0		1 175.384	23.403	5.846	—	—		0.985 2
	49.3		1 390.708	18.705	3.241	1.480	2.763		0.984 7
排水	41.5	173.529	768.585	35.893	9.733	—	—	51.93	0.990 6
	45.2		827.362	28.245	8.256	—	—		0.987 7
	49.0		982.684	23.088	6.174	—	—		0.986 0
	52.9		1 234.647	19.658	6.902	—	—		0.991 4
	56.6		1 480.429	15.892	4.158	1.784	3.107		0.988 5

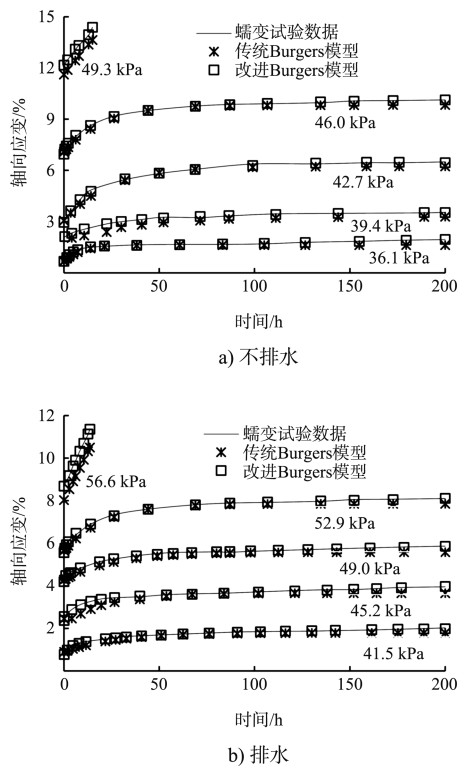


图 6 蠕变模拟对比曲线

由图 6 和表 3 可看出，传统 Burgers 模型模拟值在 100~200 h 内略低于试验值，拟合效果一般，平均相关性系数 R^2 为 0.947 6，所建的改进 Burgers 三维模型对本文海相软土蠕变行为具有较好的模拟能力，平均 R^2 达到 0.988 3，吻合较好，能较准确反映海相软土在不排水和排水试验条件下的蠕变力学行为。

表 3 中不排水条件下海相软土的 G_1 和 G_2 小于排水条件，且每一级的不排水条件下的轴向应变增量值和孔隙水压力均大于排水条件，这说明海相软土在同样应力作用下，不排水条件下的蠕变变形更大。海相软土的渗透性影响蠕变变形，弱渗透性条件更有利于蠕变变形的累积，若不加以控制会造成基坑支护位移和长期沉降现象，港口地基施工时应引起重视。

5 结论

1) 本文开展不排水和排水剪切蠕变试验条件下海相软土蠕变试验，每一级加载瞬间土体均表

现有瞬时弹性变形，随即表现出衰减和稳定蠕变阶段，最后一级加载海相软土发生加速蠕变，土体宏观破坏。总体上每一加载等级的不排水条件下的轴向应变增量值和孔隙水压力均大于排水条件。

2) 不排水条件下的海相软土长期强度明显低于不排水条件，而海相软土是一种弱渗透性特殊土，在港口地基工程中渗排水条件较差、长期强度较低，更易发生蠕变变形，若不加以控制会造成基坑支护位移和长期沉降现象，港口地基施工时应引起重视。

3) 本文在传统 Burgers 模型的基础上，引入一个非线性 SP 元件，串联后得到一个新的三维蠕变本构模型，并将其拓展为三维情形。利用改进后模型拟合海相软土剪切蠕变曲线，证明所建模型的合理性和正确性。

参考文献：

[1] 柳文涛, 曹得占, 李惠, 等. 深圳海相沉积软土蠕变特性的试验研究[J]. 工业建筑, 2011, 41(7): 74-77, 81.

[2] 万友元. 珠三角地区软土沉降特性及工程应用研究[J]. 公路交通科技(应用技术版), 2017, 13(6): 136-137.

[3] 赵晟. 珠江三角洲西侧海陆交互地层对明挖深基坑工程开挖变形的影响[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2014.

[4] 刘斌. 海相软土地基沉降模式的研究分析[D]. 天津: 河北工业大学, 2015.

[5] 于小军. 电阻率模型理论应用于海相软土蠕变研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8): 1720-1727.

[6] 陈昌富, 刘辉, 肖燕. 海相沉积软土蠕变 BP 神经网络本构模型[J]. 工程地质学报, 2008, 16(4): 507-511.

[7] ZHAO J, BAO L Y, WANG G X. Numerical analysis of soil settlement prediction and its application in large-Scale marine reclamation artificial island project[J]. Polish maritime research, 2017, 24(S1): 4-11.

[8] 杨超, 王凯, 舒伟富. 海相软土三轴剪切蠕变特性及模型研究[J]. 工业建筑, 2017, 47(12): 26-30.

[9] 水利部水利水电规划设计总院, 南京水利科学研究院. 土工试验方法标准: GB/T 50123—2019[S]. 中国计划出版社, 2019.

(下转第 192 页)