

· 地基与基础 ·



不同干密度条件下的地基土 非线性蠕变特性及力学模型研究^{*}

苏艳军

(中国建筑东北设计研究院有限公司, 辽宁 沈阳 110166)

摘要: 密实度影响港口地基工程的长期稳定性。为研究不同干密度条件下的地基土非线性蠕变特性,开展地基土固结排水三轴压缩蠕变试验。结果表明:1)随着干密度的减小,抽气饱和后土体含水率越高,轴向应变越大,蠕变行为更为显著。2)土体长期强度随着干密度的增大而递增,干密度增加抑制蠕变发展。3)地基土等时偏应力-应变曲线在低应力水平下表现出线性特征,较高应力水平下表现出非线性特征。基于试验成果,通过研究黏弹性模量与干密度以及荷载时间之间的关系,定义考虑不同干密度的黏弹性模量,基于分数阶微积分理论构建分数阶黏塑性体,从而得到新的不同干密度下的土体非线性蠕变力学模型。给出参数求解方法,验证所建模型可行性和合理性。分析瞬时弹性模量与干密度的经验关系,给出了类似粉质黏土地基土的模型参数建议取值区间。研究成果为粉质黏土地基土蠕变特性研究及港口地基工程长期稳定性分析提供一定参考。

关键词: 港口地基工程;干密度;地基土;蠕变;非线性;力学模型

中图分类号: U 616

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2021)09-0159-08

Nonlinear creep characteristics and mechanical model of foundation soil under different dry densities conditions

SU Yan-jun

(China Architecture Northeast Design and Research Institute Co., Ltd., Shenyang 110166, China)

Abstract: Compactness affects the long-term stability of port foundation engineering. To study the nonlinear creep characteristics of foundation soil under different dry densities conditions, the consolidation drained triaxial compression creep test of foundation soil is carried out. The results show that: 1) With the decrease of dry density, the higher the moisture content of the soil after air pumping saturation, the greater the axial strain, and the more significant the creep behavior. 2) The long-term strength of soil increases with the increase of dry density, and the increase in dry density inhibits creep development. 3) The isochronal deviatoric stress-strain curve of foundation soil shows linear characteristics at low-stress levels and nonlinear characteristics at high-stress levels. Based on the experimental results of this paper, through the study of the relationship between viscoelastic modulus and dry density and loading time, the viscoelastic modulus considering different dry density is defined, and the fractional-order viscoplastic body is constructed based on the fractional calculus theory to obtain a new nonlinear creep mechanical model of soil under different dry density. The parameter solution method is given to verify the feasibility and rationality of the model. The empirical relationship between instantaneous modulus of elasticity and dry density is analyzed, and the recommended range of model parameters for similar silty clay foundation soil is given. The

收稿日期: 2021-01-04

^{*}基金项目: 中建股份科技研发计划资助项目(CSCEC-2017-Z-37、CSCEC-2020-Z-57); 中建东北院科技研发计划资助项目(DBY-KY-05)

作者简介: 苏艳军(1976—), 男, 教授级高级工程师, 从事基础工程及岩土体稳定性的科研。

research results provide some reference for the study of creep characteristics of silty clay foundation soil and the long-term stability analysis of port foundation engineering.

Keywords: port foundation engineering; dry density; foundation soil; creep; nonlinear; mechanical model

粉质黏土在我国广泛分布，港口基坑施工时须碾压夯实粉质黏土地基土，以达到设计密实度^[1]。密实度的增加能直接提升土体结构强度，而密实度对地基土蠕变特性的影响与长期过程中的地基沉降、基坑支护位移等蠕变现象紧密关联^[2-4]，因此研究考虑干密度的地基土蠕变特性具有一定的工程价值。

目前已有较多土体蠕变特性方面的研究，但考虑不同密度的土体蠕变研究相对较少。李广冬^[5]进行黄土三轴排水与不排水蠕变试验，得到不同偏应力水平、干密度及含水率对黄土蠕变特性的影响关系，从而建立蠕变经验模型；年廷凯等^[6]探讨了干密度、土样尺寸对吹填粉砂土蠕变力学特性的影响规律；ZHU 等^[7]提出一个与土体密度相关的修正蠕变系数，嵌入黏弹塑性模型中并基于 ABAQUS 进行二次开发；刘俊斌^[8]研究不同干密度下的膨胀土蠕变特性，研究干密度对蠕变变形、蠕变速率、长期强度的影响；马捷等^[9]开展灰岩质填料蠕变试验，得到灰岩质填料缩尺比、蠕变沉降值及强度与最大干密度之间的关系。

笔者开展港口地基土固结不排水三轴压缩蠕变试验，通过研究黏弹性模量与干密度以及荷载时间之间的关系，定义考虑不同干密度条件的黏弹性模量，基于分数阶微积分理论构建分数阶黏塑性体，从而建立新的不同干密度下的土体非线性蠕变力学模型。给出参数求解方法，验证所建模型的可行性和合理性。

1 地基土蠕变试验及成果

1.1 试验材料

本文土样取自广东省惠州市大亚湾港口地基工程，通过 XRD 测得该地基土主要矿物成分为石英、高岭石和云母。土样的基本物理力学参数为：比重 2.61，最优含水率 17%，最大干密度 1.81 g/cm³，孔隙比 0.52，液限 36.6%，塑限 20.7%，黏聚力 36.74 kPa，内摩擦角 23.95°。颗粒级配曲线见

图 1。本文土样塑性指数为 15.9，判定该土样为粉质黏土。首先配置含水率为 17% 的土料并计算不同干密度试样的土料质量；然后分层击实目标质量的土料，得到土样干密度 ρ 分别为 1.38、1.46、1.55、1.63 g/cm³；接着对不同干密度的土样进行抽气饱和，测得其饱和含水率分别为 29.8%、25.1%、23.5%、22.2%；再用保鲜膜包裹土样，在室内静置 1 d 使土样内部水分均匀扩散，最后通过削土器制作直径 60 mm、高 120 mm 的重塑圆柱样，由此制备不同干密度的饱和地基土蠕变测试样。

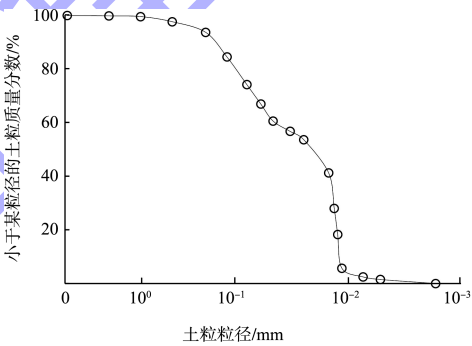


图 1 颗粒级配曲线

1.2 试验步骤

采用 CSS-2901TS 型土体三轴流变仪进行不同干密度条件下的地基土固结排水三轴压缩蠕变试验。围压 σ_3 设置为 100 kPa，试验采用逐级增量加载方式，每级应力水平历时约 300 h，4 种干密度的地基土试样的应力条件保持一致，应力路径见图 2。

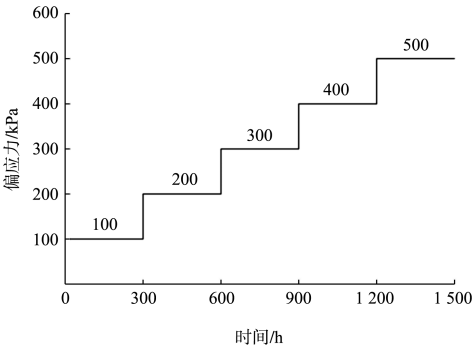


图 2 应力路径

1.3 试验成果分析

由于本文所描述的试验为固结排水蠕变试验，

而土体在外界荷载作用下产生固结变形和蠕变变形^[10]，故还需消除土样的固结变形。首先通过陈氏叠加法^[11]将分级加载全过程曲线拆分为分别加载形式，然后采取文献[10]中的方法消除土样固结变形，得到4种干密度下的分别加载蠕变曲线，见图3。

由图3可看出，不同干密度条件下的土体蠕变曲线形态较为相似。土体在外界荷载作用瞬间表现出瞬时弹性变形，随即表现出衰减蠕变行为，此时应变率递减，直至进入应变率基本恒定的稳定蠕变阶段，当土体承受应力超过长期强度时，土体还表现出相对短暂的加速蠕变行为，此时土体内部微裂纹贯通，土体出现宏观破坏现象。

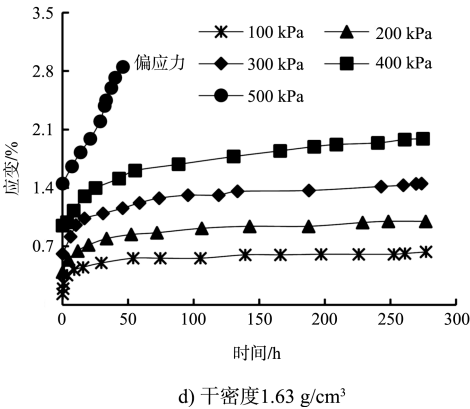
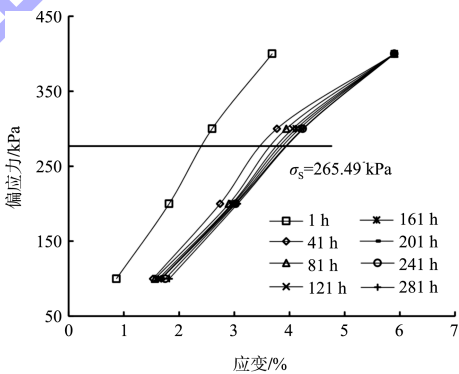
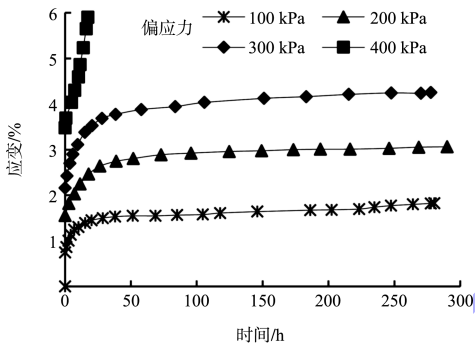


图3 分别加载蠕变曲线

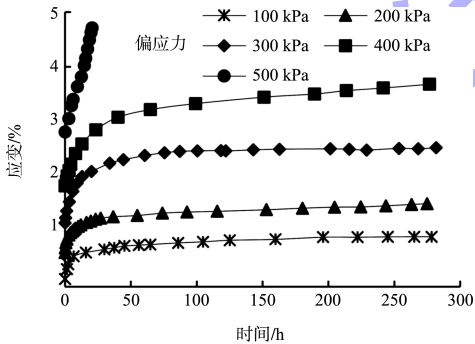
择取图3中1、41、81、121、161、201、241、281 h共8个时间节点的偏应力和应变数据，绘制等时偏应力-应变曲线，见图4。根据沈明荣等^[12]提出的等时偏应力-应变曲线法，在图4中取拐点确定长期强度。



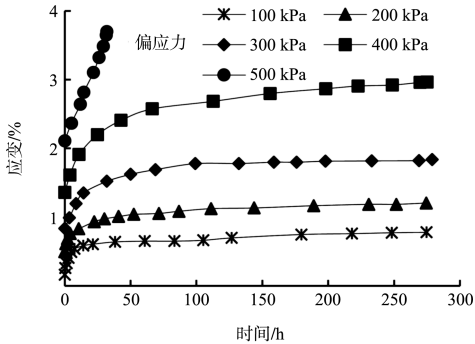
a) 干密度1.38 g/cm³



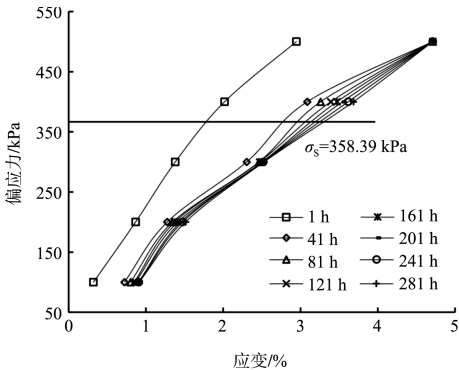
a) 干密度1.38 g/cm³



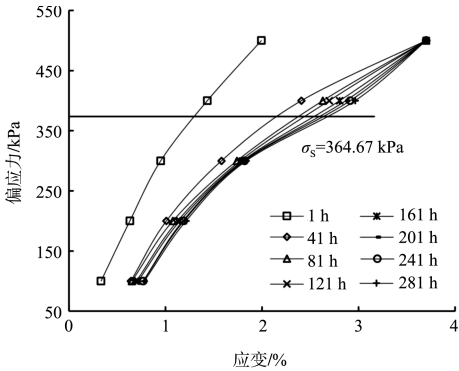
b) 干密度1.46 g/cm³



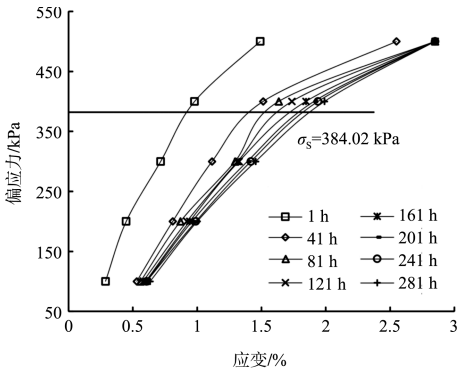
c) 干密度1.55 g/cm³



b) 干密度1.46 g/cm³



c) 干密度 1.55 g/cm³



d) 干密度 1.63 g/cm³

图 4 等时偏应力-应变曲线

由图 4 可发现，曲线有逐渐偏于应变轴的趋势，低应力水平下表现出线性特征，较高应力水平下表现出非线性特征。根据等时偏应力-应变曲线法确定了地基土长期强度，4 种干密度土体对应的长期强度 σ_s 分别为 265.49、358.39、364.67、384.02 kPa，长期强度随着干密度的增大而递增，这说明干密度越大则土体结构强度越高，蠕变行为受到一定抑制。

2 不同干密度下的土体非线性蠕变力学模型

2.1 基础模型的确定

西原模型^[13] 具有较强适用性，本文选择西原模型作为基础模型(图 5)，以期构建考虑干密度影响的地基土非线性蠕变力学模型。

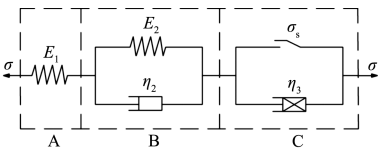


图 5 西原模型

传统西原模型的本构方程为：

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{\sigma_0 + \sigma_0}{E_1 + E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2 t}{\eta_2}\right) \right] & (\sigma_0 \leq \sigma_s) \\ \varepsilon = \frac{\sigma_0 + \sigma_0}{E_1 + E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2 t}{\eta_2}\right) \right] + \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{\eta_3} t & (\sigma_0 > \sigma_s) \end{cases} \quad (1)$$

式中： E_1 为模型 A 区的瞬时弹性模量； η_2 和 E_2 分别为模型 B 区的黏性系数和黏弹性模量； η_3 为模型 C 区的黏性系数； σ_0 为初始应力； σ_s 为长期强度。

2.2 考虑不同干密度条件的黏弹性模量

当土体未表现出加速蠕变行为时，蠕变变形以黏弹性变形为主，对应等时偏应力-应变曲线簇中未达到破坏偏应力水平时的近线性段部分^[14]，于是将近线性段曲线斜率定义为黏弹性模量 $E(\rho)$ ，绘制 $E(\rho)$ 与干密度的关系曲线，见图 6。

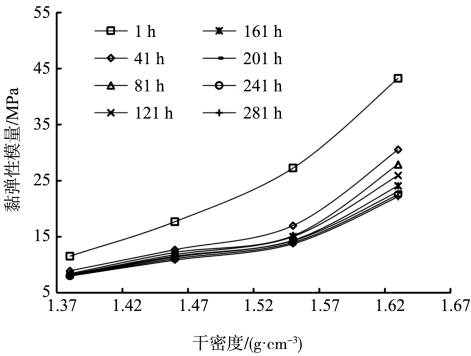


图 6 黏弹性模量与干密度关系曲线

由图 6 可看出，黏弹性模量与干密度的关系曲线形态近似指数函数，用式(2)对图 6 中 8 条时间节点曲线进行拟合回归，结果见表 1。

$$E(\rho) = A \exp(B\rho) \quad (2)$$

式中： A 和 B 为拟合参数。

表 1 $E(\rho)$ 的拟合回归结果

t/h	A	B	R^2
1	0.008 4	5.836 6	0.998 8
41	0.012 6	4.730 9	0.973 9
81	0.015 8	4.530 3	0.987 4
121	0.019 3	4.374 3	0.991 2
161	0.027 4	4.116 6	0.983 6
201	0.030 7	4.028 2	0.975 7
241	0.033 6	3.954 6	0.974 9
281	0.035 1	3.915 1	0.973 4

由表 1 可知, R^2 平均值为 0.982 4, $E(\rho)$ 的两个参数 A 、 B 的变化在某种意义上可反映砂岩蠕变的非线性特征, 图 7 为 A 、 B 随时间变化的数据分布。

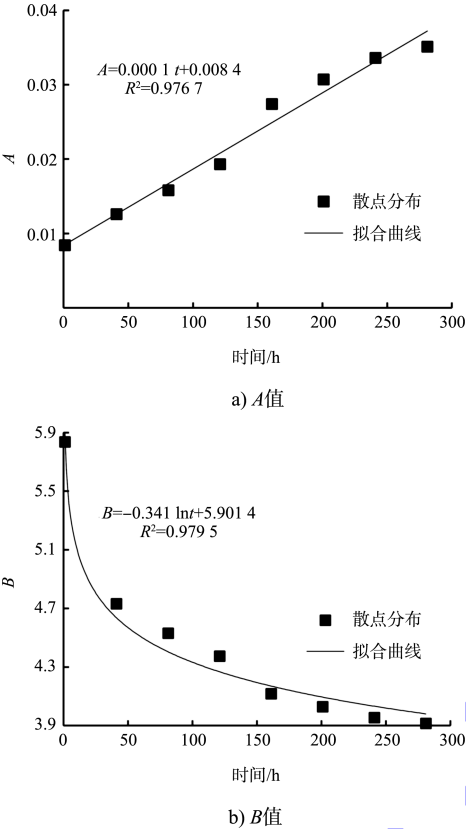


图 7 A、B 随时间变化的数据分布

从图 7 可看出, A 值与时间 t 线性相关, B 值与时间 t 呈对数函数关系。式(3)为 A 、 B 的拟合结果。

$$\begin{cases} A = at + b \\ B = -c \ln t + d \end{cases} \quad (3)$$

式中: a 、 b 、 c 和 d 为与土体干密度、应力加载时间相关的参数。

将式(3)代入式(2)可得:

$$E(\rho) = (at + b) \exp[\rho(-c \ln t + d)] \quad (4)$$

变形式(4)可得:

$$E(\rho) = t^{-\rho c} (at + b) \exp(d\rho) \quad (5)$$

式(5)即为本文所建考虑不同干密度条件的黏弹性模量, 依据式(5)可反映土体受时间和干密度因素综合影响下的时效力学响应过程。

2.3 基于分数阶微积分的黏塑性体

Riemann-Liouville 型分数阶微积分因其结构形式简练在非线性问题分析中应用较广^[15], 假设函

数 f 在可积区间 $(0, +\infty)$ 上连续可积, 当 $t > 0$, $\text{Re}(n) \geq 0$ 时, 该分数阶积分可定义为:

$$\begin{aligned} \frac{d^{-n}[f(t)]}{dt^{-n}} &= D_t^{-n} f(t) \\ &= \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^t (t - \xi)^{n-1} f(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (6)$$

式中: t 为时间; $\Gamma(n)$ 为伽马函数; n 为分数阶数; ξ 为用于 Laplace 变换的某一自变量。

R - L 型微分相应地定义为:

$$\frac{d^n[f(t)]}{dt^n} = D_t^n f(t) = \frac{d^m}{dt^m} [D_t^{-\gamma} f(t)] \quad (7)$$

式中: $\gamma > 0$; m 是大于 γ 的最小整数。

若函数 $f(t)$ 在 $t=0$ 附近可积, 且 n 为介于 0 和 1 之间的分数, 则 R - L 型分数阶积分的 Laplace 变换为:

$$\begin{cases} L[D_t^{-n} f(t), p] = p^{-n} \bar{f}(p) \\ L[D_t^n f(t), p] = p^n \bar{f}(p) \end{cases} \quad (8)$$

式中: 函数 $\bar{f}(p)$ 为 $f(t)$ 的 Laplace 变换。

在元件模型理论中, Newton 体属于理想流体, 其本构为:

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon} \quad (9)$$

通过数学变换将式(9)写为:

$$\sigma = \eta \frac{d^1 \varepsilon(t)}{dt^1} \quad (10)$$

Scott-Blair^[16] 在 Newton 体的基础上提出了描述介于理想固体和流体之间状态的软体元件, 其本构方程为:

$$\sigma_v = \eta_v \frac{d^n \varepsilon_v}{dt^n} \quad (11)$$

式中: t 为时间; ε_v 、 σ_v 和 η_v 分别为分数阶软体元件的应变、应力及黏性系数。

当应力 σ_v 恒定时, 对式(11)进行 R - L 型分数阶积分得:

$$\varepsilon_v = \frac{\sigma_v}{\eta_v} \cdot \frac{t^n}{\Gamma(1+n)} \quad (0 \leq n \leq 1) \quad (12)$$

式(12)即为 R - L 型分数阶软体元件。

鉴于该软体元件描述非线性力学行为的优越性, 将其替换图 5 模型 C 区的 Newton 体, 替换后

模型 C 区由开关和分数阶软体元件并联，对应如下的应力关系：

$$\sigma=\sigma_v+\sigma_p \tag{13}$$

式中： σ 为模型应力； σ_p 可定义为：

$$\sigma_p=\begin{cases} \sigma & (\sigma\leqslant\sigma_s) \\ \sigma_s & (\sigma>\sigma_s) \end{cases} \tag{14}$$

R-L 型分数阶软体元件的应力为：

$$\sigma_v=\langle\sigma-\sigma_s\rangle \tag{15}$$

式中：当 $\sigma-\sigma_p\leqslant 0$ 时， $\langle\sigma-\sigma_p\rangle=0$ ；当 $\sigma-\sigma_p>0$ 时， $\langle\sigma-\sigma_p\rangle=\sigma-\sigma_p$ 。

将式(15)代入式(12)可得：

$$\varepsilon_v=\frac{\langle\sigma-\sigma_s\rangle}{\eta_v}\cdot\frac{t^n}{\Gamma(1+n)} \tag{16}$$

式(16)即为本文基于 R-L 型分数阶微积分的黏塑性体。

2.4 不同干密度下的地基土非线性蠕变力学模型

在图 5 模型的基础上，保留 A 区描述瞬时弹性变形的弹簧体，将考虑不同干密度条件的黏弹性模量替换模型 B 区的 Newton 体，采用基于分数阶微积分的黏塑性体替代 C 区，参考传统西原模型的组合方式可得：

$$\varepsilon=\frac{\sigma_0}{E_1}+\frac{\langle\sigma-\sigma_s\rangle}{\eta_v}\cdot\frac{t^n}{\Gamma(1+n)}+\frac{\sigma_0}{t^{-cp}(at+b)\exp(d\rho)}\cdot\left\{1-\exp\left[-\frac{t^{1-cp}(at+b)\exp(d\rho)}{\eta_2}\right]\right\} \tag{17}$$

式(17)即为本文不同干密度下的土体非线性蠕变力学模型的本构方程。

3 模型参数求解及验证

本文所建模型包含 E_1 、 a 、 b 、 c 、 d 、 η_2 、 η_v 、 n 和 η_s 等 9 个待定参数，其中 E_1 依据 Hooke 定律求解， η_s 通过蠕变试验确定，其余参数则通过数学统计软件 Origin 基于 Levenberg-Marquardt 算法拟合求解。利用所建模型辨识不同干密度条件下的土体蠕变试验数据，得到理论值和试验值对比曲

线，见图 8，所建模型参数见表 2。

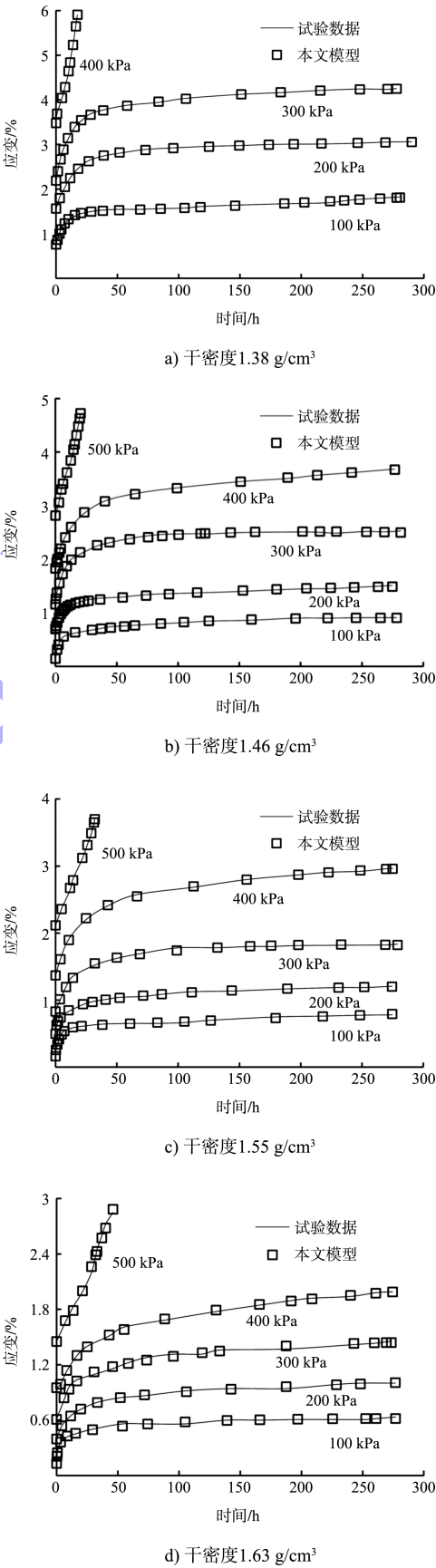


图 8 理论值和试验值对比曲线

表 2 模型参数

干密度/(g·cm ⁻³)	偏应力/kPa	<i>E_i</i> /MPa	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	η ₂ /(MPa·h)	η _v /(MPa·h)	<i>n</i>	η _s /kPa	<i>R</i> ²
1.38	100	14.286	0.016	-0.035	0.028	-1.157	153.274	—	—	265.49	0.9913
	200	22.236	0.035	-0.026	0.074	-1.384	224.692	—	—		0.9967
	300	28.292	0.114	-0.079	0.087	-1.736	257.836	15.629	0.138		0.9954
	400	48.780	0.137	-0.372	0.113	-2.160	414.052	26.528	0.474		0.9938
1.46	100	31.254	0.038	-0.053	0.012	-1.058	166.073	—	—	358.39	0.9959
	200	44.329	0.026	-0.086	0.024	-1.674	259.361	—	—		0.9946
	300	49.574	0.035	-0.072	0.016	-1.933	302.742	—	—		0.9921
	400	67.569	0.083	-0.103	0.039	-2.105	357.982	21.739	0.268		0.9960
	500	84.602	0.090	-0.125	0.052	-2.378	481.594	45.708	0.426		0.9893
1.55	100	38.358	0.024	-0.042	0.009	-1.258	185.472	—	—	364.67	0.9924
	200	65.762	0.032	-0.039	0.016	-1.786	204.628	—	—		0.9985
	300	74.367	0.045	-0.158	0.032	-2.154	321.745	—	—		0.9872
	400	88.904	0.089	-0.267	0.035	-2.609	404.872	36.984	0.374		0.9908
	500	96.154	0.092	-0.385	0.047	-2.548	625.334	58.762	0.528		0.9914
1.63	100	51.546	0.027	-0.085	0.007	-1.476	315.856	—	—	384.02	0.9922
	200	79.365	0.035	-0.168	0.006	-1.855	371.145	—	—		0.9886
	300	88.496	0.041	-0.194	0.011	-2.008	426.382	—	—		0.9903
	400	114.351	0.074	-0.276	0.019	-2.574	613.599	32.744	0.326		0.9945
	500	127.083	0.098	-0.403	0.027	-3.142	1217.628	66.293	0.680		0.9891

由图 8 可看出，本文不同干密度下的地基土非线性蠕变力学模型辨识能力较强、拟合精度较高，平均 R^2 为 0.992 6，能较为准确地描述不同干密度条件下的地基土蠕变力学特性。

分析表 2 中瞬时弹性模量 E_i 与干密度 ρ 之间的关系，绘制关系曲线，见图 9。

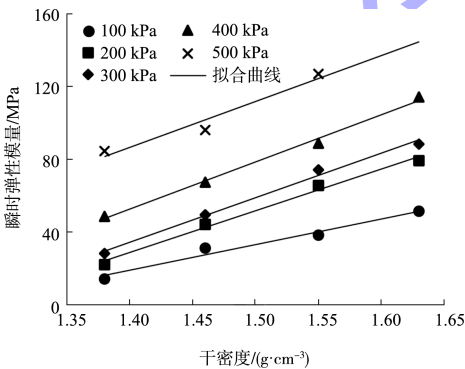


图 9 瞬时弹性模量与干密度关系曲线

由图 9 可看出， E_i 随着 ρ 的增大而呈线性递增趋势。随着干密度的减小，地基内土体瞬时弹性模量随之变小，土体结构变得相对松散，土体瞬时弹性变形更为明显。根据图 9 中 E_i 与 ρ 之间的变化规律，可得 E_i 与 ρ 在不同应力水平下的经验关系：

$$E_i = M\rho + N$$

(18)

式中： M 和 N 为拟合参数。

偏应力 100~500 kPa 是一般港口工程软土地基中的常见应力水平，结合表 2 给出参数 a 、 b 、 c 、 d 和 n 的建议取值区间为： a 的取值区间为 $[0.016, 0.137]$ ， b 的取值区间为 $[-0.403, -0.026]$ ， c 的取值区间为 $[0.006, 0.113]$ ， d 的取值区间为 $[-3.421, -1.058]$ ， n 的取值区间为 $[0.138, 0.680]$ 。以上参数取值区间仅为针对本文及类似粉质黏土地基土的建议取值区间。

4 结论

1) 笔者开展粉质黏土地基土固结排水三轴压缩蠕变试验，发现地基土在应力加载瞬时表现出弹性变形，接着依次出现衰减、稳定和加速蠕变阶段。随着干密度的减小，抽气饱和后土体含水率越高，轴向应变值越大，长期强度越低，蠕变行为更为显著。

2) 通过研究黏弹性模量与干密度以及荷载时间之间的关系，定义考虑不同干密度条件的黏弹性模量，基于分数阶微积分理论构建分数阶黏塑

性体,参考西原模型结构形式建立新的不同于密度下的土体非线性蠕变力学模型。

3)通过本文模型模拟粉质黏土地基土蠕变行为,对比理论值和试验值,证明所建模型反映不同于密度条件下地基土蠕变特性的可行性和合理性。分析瞬时弹性模量与干密度的经验关系,给出了本文及类似粉质黏土地基土的模型参数建议取值区间。

参考文献:

[1] 张瑶丹,沙运斌,陈筠,等.贵阳既有地基红黏土蠕变特性试验研究[J].中国岩溶,2019,38(4):627-634.

[2] FATAHI B,LE T M,LE M Q,et al. Soil creep effects on ground lateral deformation and pore water pressure under embankments[J]. Geomechanics & geoengineering,2013,8(2):107-124.

[3] 谭儒蛟,焦宇杰,徐文杰.天津滨海软土蠕变参数及路基沉降效应分析[J].水文地质工程地质,2015,42(4):67-73.

[4] DOB H,MESSAST S,BOULON M ,et al. Treatment of the high number of cycles as a pseudo-cyclic creep by analogy with the soft soil creep model[J]. Geotechnical & Geological Engineering,2016,34(6):1985-1993.

[5] 李广冬.黄土的三轴蠕变特性试验研究[D].咸阳:西北农林科技大学,2011.

[6] 年廷凯,余鹏程,柳楚楠,等.吹填粉砂土固结蠕变试验及模型[J].吉林大学学报(地球科学版),2014,44(3):

918-924.

[7] ZHU Q Y,WU Z X,LI Y L,et al. A modified creep index and its application to viscoplastic modelling of soft clays[J]. Journal of Zhejiang University-Science A(Applied Physics & Engineering),2014,15(4):272-281.

[8] 刘俊斌.膨胀土土层锚杆蠕变特性及长期强度室内试验研究[D].长沙:湖南大学,2016.

[9] 马捷,韩文喜,聂超.粗颗粒填料蠕变的缩尺效应研究[J].水力发电,2019,45(9):31-35.

[10] 陈昌富,朱世民,毛凤山,等.红黏土固结-蠕变特性及其耦合模型[J].工程地质学报,2019,27(4):723-728.

[11] 陈宗基,康文法.岩石的封闭应力,蠕变和扩容及本构方程[J].岩石力学与工程学报,1991,10(4):299-312.

[12] 李良权,徐卫亚,王伟,等.基于流变试验的向家坝砂岩长期强度评价[J].工程力学,2010,27(11):127-136,143.

[13] 孙钧.岩土材料流变及其工程应用[M].北京:中国建筑工业出版社,1999.

[14] 巨能攀,黄海峰,郑达,等.考虑含水率的红层泥岩蠕变特性及改进伯格斯模型[J].岩土力学,2016,37(S2):67-74.

[15] ADOLFSSON K ,ENELUND M ,OLSSON P. On the fractional order model of viscoelasticity[J]. Mechanics of time-dependent materials,2005,9(1):15-34.

[16] BLAIR G W S. Analytical and integrative aspects of the stress-strain-time problem[J]. Journal of scientific instruments,1944,21(5):80-84.

(本文编辑 武亚庆)

(上接第 125 页)

参考文献:

[1] 长江勘测规划设计研究有限责任公司.崇明岛堡镇港北等四座水闸外移工程可行性研究报告[R].武汉:长江勘测规划设计研究有限责任公司,2019.

[2] 水利部长江水利委员会.长江口综合整治开发规划报告[R].北京:水利部长江水利委员会,2008.

[3] 戚定满.长江口航道核心计算平台开发研究及成果应用[R].上海:上海河口海岸科学研究中心,2007.

[4] 万远扬,孔令双,戚定满,等.长江口横沙通道近期演变

及水动力特性分析[J].水道港口,2010,31(5):373-378.

[5] WAN Y D,ROELVINK D,LI W H,et al. Observation and modeling of the storm-induced fluid mud dynamics in a muddy-estuarine navigational channel[J]. Geomorphology,2014,217:23-36.

[6] 上海河口海岸工程勘测设计有限公司.崇明岛堡镇港北等四座水闸外移工程航道通航条件影响评价报告[R].上海:上海河口海岸工程勘测设计有限公司,2019.

(本文编辑 郭雪珍)