



基于 SPH 方法的航道拓宽滑坡研究

杨思文, 汪 淳

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

摘要: 航道受船行波的冲刷或者在拓宽过程中会发生滑坡现象。基于 DP 屈服准则和理想弹塑性理论, 推导了滑坡体的应力应变关系。在此基础上, 利用 SPH(光滑粒子流体动力学)方法, 研究具有不同高长比的滑坡体的堆积形态。采用两个无量纲参数表征在高度和长度方向上的堆积形态, 并和经验公式对比验证模型的准确性。在相同截面面积条件下研究高长比对滑坡体外轮廓线的影响。研究结果表明: 1) 在该描述框架下的无量纲参数与文献中的计算值吻合较好; 2) 随着高长比的增大, 坡体的屈服区逐渐变大, 但滑坡体堆积的外轮廓线并没有太大的差异。

关键词: SPH(光滑粒子流体动力学)方法; DP 准则; 滑坡堆积; 航道拓宽

中图分类号: U 612

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2021)06-0153-05

Research on channel widening landslide based on SPH method

YANG Si-wen, WANG Chun

(School of Naval Architecture, Ocean & Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: A landslide will occur when the channel is scoured by the ship's waves or in the process of widening. Based on the DP yield criterion and the ideal elastoplastic theory, the relation of the soil between strain and stress is derived. On this basis, the accumulation shape of landslide bodies with different cross-section ratios is studied by the SPH method. Two dimensionless parameters are used to describe the characteristics in the height and length directions, and the accuracy is tested by compared with experimental formal. The influence of height-length ratio on the contour of soil body is studied under the same cross-sectional area condition. The research results show that: 1) The dimensionless parameters under the description framework used here are in good agreement with the computational values in the literature. 2) With the increase of the height-length ratio, the yield zone of the slope will be larger, but there is not much difference in the outline of the landslide body.

Keywords: SPH (smoothed particle hydrodynamics) method; DP (Drucker-Prager) criterion; landslide accumulation; channel widening

山体滑坡及滑坡造成的涌浪对航道的正常通行以及航道淤积会产生严重影响, 航道扩宽过程中也常会发生滑坡现象, 因此, 研究滑坡问题对于航道安全和正常通行具有重要意义。1985 年湖北新滩岩崩滑坡在河床上产生了巨大的滑坡体堆积, 造成新滩镇被毁, 由滑坡引起的巨大涌浪导致 70 余艘船舶沉没^[1]。王育林等^[2]将岩体崩滑总结为能造成冲翻船只、溃堤毁坝等二次灾害的动

态破坏, 以及阻断航行、破坏航道原有平衡的静态破坏, 还总结了由于滑坡堆积体方量不同造成的局部碍航、严重碍航和断航等 3 种情况。刘建新等^[3]总结了韩庄老运河航道拓宽工程滑坡产生的原因, 认为该航道的构造层理和土质特性、滑坡体的含水率以及边坡外部条件的改变是造成航道拓宽滑坡的主要原因。仲南艳等^[4]分别运用 Fellenius法和 Bishop 法验算了某航道护岸工程开挖

收稿日期: 2020-08-22

作者简介: 杨思文(1997—), 男, 硕士, 研究方向为水土耦合与滑坡动力学。

边坡的设计稳定性,并考虑渗流和超载等因素,计算得到边坡安全系数的变化规律和极限平衡状态时的临界负荷。唐正涛等^[5]通过对某滑坡的滑带土的物理性质试验和三轴固结不排水剪试验确定了滑带土的岩土分类,并利用试验数据对邓肯-张模型进行了曲线拟合,认为该模型的双曲线型关系可以较好地反映该类型滑坡滑带土的硬化应力-应变关系。张恒等^[6]开发了地质三维建模程序 Gocad 和有限元程序 Abaqus 的数值接口程序,实现了 Abaqus 在强度折减法下考虑波浪载荷作用的边坡稳定性分析,认为波浪载荷对海底边坡稳定性会产生一定影响。回恒酉等^[7]针对某航道整治工程中的边坡稳定性问题,研究了采用传统极限平衡理论的条分法和基于有限差分法的 FLAC3D 软件数值模拟的差异,认为 FLAC3D 软件的计算结果更为可靠,而条分法的计算结果偏保守。刘杰^[8]基于 FLUENT 进行二次开发,模拟并捕捉到了滑坡体入水产生的涌浪及其传播和翻转的过程。荆海晓等^[9]建立并求解了基于高阶有限差分格式的扩展浅水方程。景路等^[10]基于 CFD 和 DEM 耦合算法描述水土两相之间的相互作用,并将其应用于水下边坡失稳的数值研究。

当前,对于边坡稳定以及滑坡问题,主要基于条分法、强度折减法等方法,研究坡体失稳的滑移面,这并不能刻画滑坡体的运动以及最终的堆积形态。近年来,基于 SPH(光滑粒子流体动力学)方法以及 SPH 方法与其他数值算法的耦合算法研究滑坡问题成为热点。但是研究滑坡比与堆积形态之间的相互关系还鲜见于相关文献。本文采用 DP (Drucker-Prager) 屈服准则,假定滑坡体是理想弹塑性材料,推导了滑坡体的应力-应变关系。在此基础上,利用 SPH 方法,研究具有不同高长比的滑坡体的堆积形态。为研究航道拓宽以及滑坡问题研究提供一定的理论基础。

1 SPH 方法基本理论

SPH 方法是一种基于拉格朗日观点的无网格数值计算方法。通过将计算域离散成为相互作用

的、携带质量和场变量信息的粒子来描述材料的运动。SPH 方法的主要步骤是:首先基于核近似,利用核函数近似计算场变量值;然后基于粒子近似,将计算场变量值的积分转换为粒子之间相互作用的叠加。

1.1 核近似

函数 $f(x)$ 的近似表达式是:

$$f(x) = \int_{\Omega} f(x') \delta(x - x') dx' \tag{1}$$

式中: Ω 为积分计算域; $f(x)$ 为粒子的场变量值; $\delta(x-x')$ 为狄拉克函数。若使用光滑函数 W 代替式(1)中的狄拉克函数,则可以得到核函数近似的场函数计算式:

$$\langle f(x) \rangle = \int_{\Omega} f(x') W(x - x', h) dx' \tag{2}$$

式中: 符号 $\langle \rangle$ 是 SPH 方法中核近似算子的习惯表达; h 为光滑函数的光滑长度。利用同样的方法,可以得到函数 $f(x)$ 的空间导数的核函数近似表达式:

$$\begin{aligned} \langle \nabla \cdot f(x) \rangle &= \int_{\Omega} [\nabla \cdot f(x')] W(x - x', h) dx' = \\ &\int_{\Omega} \nabla \cdot [f(x') W(x - x', h)] dx' - \\ &\int_{\Omega} f(x') \cdot \nabla W(x - x', h) dx' = \\ &\int_S f(x') W(x - x', h) \cdot \mathbf{n} dS - \\ &\int_{\Omega} f(x') \cdot \nabla W(x - x', h) dx' \end{aligned} \tag{3}$$

式中: $\nabla \cdot$ 为散度算子; ∇ 为梯度算子; $\mathbf{n}$ 为积分表面的外法线方向; S 为积分表面。

1.2 粒子近似

对于计算域中的每一个粒子的动力学计算,可以用其支持域内的粒子对其作用的和表示。这样,粒子的场函数的积分计算就可以转换为累加计算。

$$\begin{aligned} \langle f(x) \rangle &= \int_{\Omega} f(x') W(x - x', h) dx' = \\ &\sum_{j=1}^N f(x_j) W(x - x_j, h) \Delta V_j = \\ &\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W(x - x_j, h) \end{aligned} \tag{4}$$

式中: ΔV_j 为第 j 个粒子的体积; m_j 为第 j 个粒子的质量; ρ_j 为第 j 个粒子的密度; 用粒子的体积表示积分微元 dx' ; N 为计算域内的粒子总数。同样, 可以将场函数的空间导数用粒子近似表示为:

$$\langle \nabla \cdot f(x) \rangle = - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \cdot \nabla W(x - x_j, h) \quad (5)$$

2 滑坡体弹塑性本构模型

本文将滑坡体视为理想弹塑性材料。由弹塑性理论, 滑坡体的应变率张量可以分解为弹性应变率和塑性应变率, 故可以表示为:

$$\dot{\epsilon}^{\alpha\beta} = \dot{\epsilon}_e^{\alpha\beta} + \dot{\epsilon}_p^{\alpha\beta} \quad (6)$$

式中: $\dot{\epsilon}^{\alpha\beta}$ 为应变率张量; $\dot{\epsilon}_e^{\alpha\beta}$ 为弹性应变率; $\dot{\epsilon}_p^{\alpha\beta}$ 为塑性应变率。

在式(6)中弹性应变率可以由 Hooke 公式计算得到。根据 Drucker 稳定性条件, 稳定材料的加载面是外凸的, 因此塑性应变率的方向要和加载面的外法线方向重合^[11]。由此, 可以将塑性应变率表示为:

$$\dot{\epsilon}_p^{\alpha\beta} = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \quad (7)$$

式中: $\dot{\lambda}$ 为塑性乘子对时间的变化率, 是一个非负的比例系数; g 为塑性势函数; $\sigma^{\alpha\beta}$ 为应力张量。将上述两式以及 Hooke 公式综合, 可以得到滑坡体应变率张量的表达式:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}^{\alpha\beta} &= \frac{\dot{s}^{\alpha\beta}}{2G} + \frac{1-2\nu}{3E} \dot{\sigma}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} + \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \\ &= \frac{\dot{s}^{\alpha\beta}}{2G} + \frac{1}{9K} \dot{\sigma}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} + \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \end{aligned} \quad (8)$$

式中: K 为弹性模量; G 为剪切模量; E 为体积模量; ν 为泊松比; $\dot{s}^{\alpha\beta}$ 为偏剪应力率张量; $\dot{\sigma}^{\gamma\gamma}$ 为应力率张量; $\delta^{\alpha\beta}$ 为克罗内克符号。

式(8)经过整理之后, 可以得到滑坡体应力率张量的表达式:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^{\alpha\beta} &= 2G \dot{\epsilon}^{\alpha\beta} + K \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} - \\ &\quad \dot{\lambda} \left[\left(K - \frac{2}{3} G \right) \frac{\partial g}{\partial \sigma^{mn}} \delta^{mn} \delta^{\alpha\beta} + 2G \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $\dot{\epsilon}^{\alpha\beta}$ 为偏应变率张量。

3 屈服准则

一般说来, 在组合应力状态下, 材料弹性极限会成为一条曲线或者一个曲面。弹性极限可以表示为:

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (10)$$

式(10)被称为屈服准则。函数 f 称为屈服函数, 通常与材料属性有关。本文选用 DP 准则判定滑坡体是否发生剪切破坏和塑性应变。假设滑坡体服从 DP 准则, 则判别滑坡体是否发生剪切破坏的临界条件, 可由如下公式确定:

$$f(I_1, J_2) = \sqrt{J_2} + \alpha_\theta I_1 - k_c = 0 \quad (11)$$

式中: I_1 为应力张量 $\sigma^{\alpha\beta}$ 的第一不变量; J_2 为偏应力张量 $s^{\alpha\beta}$ 的第二不变量; α_θ 和 k_c 是与内摩擦角和黏聚力相关的参数, 分别由如下两式计算:

$$\alpha_\theta = \frac{\tan \Theta}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \Theta}} \quad (12)$$

$$k_c = \frac{3c}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \Theta}} \quad (13)$$

式中: Θ 为内摩擦角; c 为黏聚强度。滑坡体发生剪切破坏后, 会产生塑性流动。本文采用关联流动率描述滑坡体发生塑性应变之后的塑性流动规律。关联流动律可以表示为:

$$g = \sqrt{J_2} + \alpha_\theta I_1 - k_c \quad (14)$$

式中: g 为塑性位势函数。

为了得到式(7)中的塑性系数对时间的变化率 $\dot{\lambda}$, 需要引入一致性条件。一致性条件认为, 在塑性变形中弹性边界上的应力状态是处于塑性状态的, 那么一致性条件就可以由下式表征:

$$f(\sigma^{\alpha\beta} + d\sigma^{\alpha\beta}) = f(\sigma^{\alpha\beta}) + df = f(\sigma^{\alpha\beta}) \quad (15)$$

因此可以得到:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} d\sigma^{\alpha\beta} = 0 \quad (16)$$

在式(9)等式左右同乘因子 $\frac{\partial f}{\partial \sigma^{\alpha\beta}}$, 整理之后可以得到:

$$\dot{\lambda} = \frac{2G \dot{\epsilon}^{\alpha\beta} \frac{\partial f}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} + \left(K - \frac{2}{3} G \right) \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \frac{\partial f}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \delta^{\alpha\beta}}{2G \frac{\partial f}{\partial \sigma^{mn}} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{mn}} + \left(K - \frac{2}{3} G \right) \frac{\partial f}{\partial \sigma^{mn}} \delta^{mn} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \delta^{\alpha\beta}} \quad (17)$$

于是，对于关联流动律，应力率张量和塑性系数随时间变化率由下式计算：

$$\dot{\sigma}^{\alpha\beta}-\sigma^{\alpha\beta}\dot{\omega}^{\beta\gamma}-\sigma^{\beta\gamma}\dot{\omega}^{\alpha\gamma}=$$
$$2G\dot{\epsilon}^{\alpha\beta}+K\dot{\epsilon}^{\gamma\gamma}\delta^{\alpha\beta}-\dot{\lambda}\left(3K\alpha_{\theta}\delta^{\alpha\beta}+\frac{G}{\sqrt{J_2}}s^{\alpha\beta}\right)$$
$$\dot{\lambda}=\frac{\frac{G}{\sqrt{J_2}}s^{\alpha\beta}\dot{\epsilon}^{\alpha\beta}+3K\dot{\epsilon}^{\gamma\gamma}\alpha_{\theta}}{G+9\alpha_{\theta}^2K}$$

(18)

上式的详细推导，见文献[12]，其中涉及客观应力率的部分，见文献[13]。

4 不同高长比下沙土堆积形态研究

在本文的数值模拟试验中，所选取的材料参数如下：弹性模量为 5.0 MPa，剪切模量为 2.31 MPa，泊松比为 0.30，密度为 1 850 kg/m³，内摩擦角为 30°，黏聚力与剪胀角均取零。本文采用均一化的连续介质模型，数值试验所模拟的介质为各向同性的均匀介质，基于连续介质模型刻画介质的应力-应变关系，而表征土体性质的孔隙率在摩擦角中予以考虑，介质的材料参数选取参考文献[14]中的取法。为了模拟不同高长比下滑坡体的堆积形态，并且研究其外轮廓线的形状，本文在保证截面面积不变的条件下，设置了 3 种工况，见表 1。计算采用基于 C++ 语言的 SPH 方法计算程序，利用 CUDA 实现 GPU 并行运算，使用 GeForce GTX 1060(6G)显卡进行运算。

表 1 计算工况

工况	计算域/m			材料 粒子数/个	计算时间/ min	高长比
	长	宽	高			
1	2.0	1.0	1.0	16 000	46.58	0.5
2	1.414	1.0	1.414	16 240	46.60	1.0
3	1.0	1.0	2.0	13 600	46.87	2.0

图 1 是工况 1~3 在计算初始时刻和计算终止时刻，滑坡体的堆积形态以及主应力分布云图。

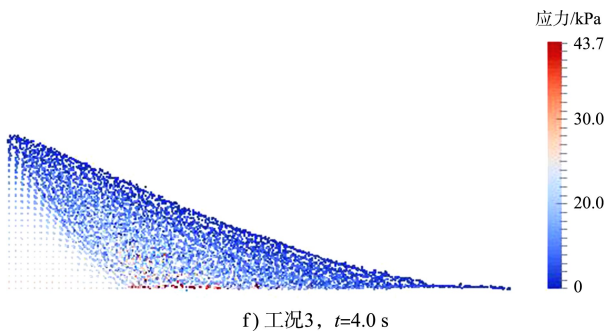
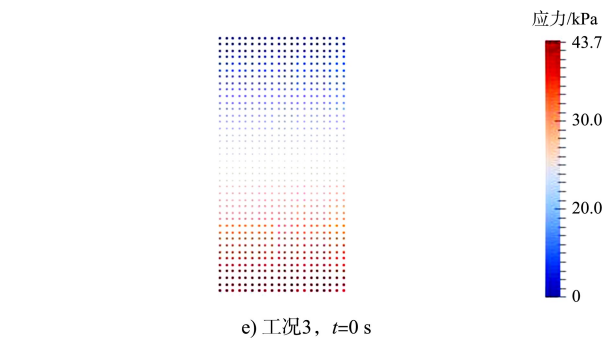
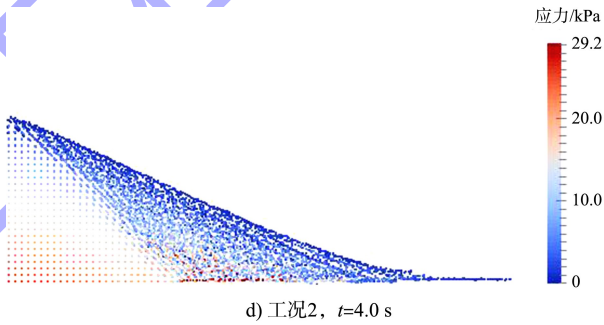
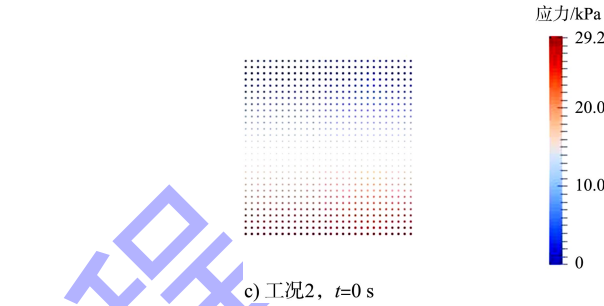
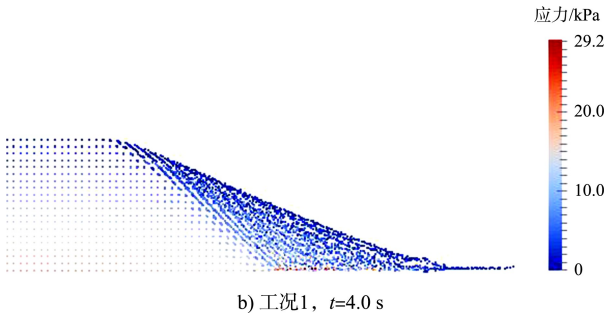
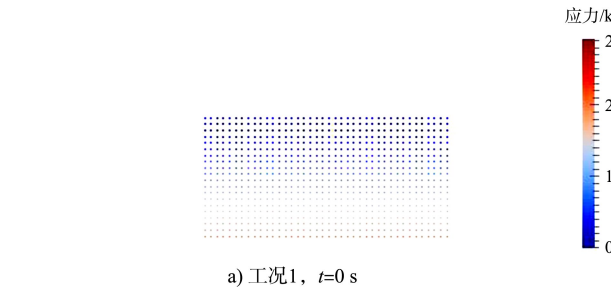


图 1 滑坡堆积形态及主应力分布

为了定量分析滑坡体堆积形态, 定义两个无量纲参数 $\zeta(q)$ 和 $\xi(q)$ 。 $\zeta(q)$ 和 $\xi(q)$ 分别由如下两式定义^[15]:

$$\zeta(q)=\frac{\delta d}{d}$$

(19)

$$\xi(q)=\frac{h_{\infty}}{d}$$

(20)

式中: q 为高长比, 定义为滑坡体剖面的高与长之比; d 和 h 分别为滑坡体的初始长和高; δd 为滑坡长度减去初始长度的值; h_{∞} 为滑坡堆积形成后左端的堆积高度, 见图 2。

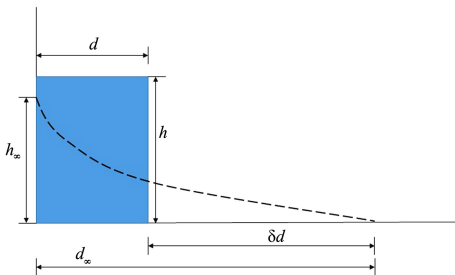


图 2 堆积形态各参数

考虑到三维因素对滑坡堆积的影响, 在按照文献[11]进行无量纲参数计算时, 选取的滑坡长度考虑了零散颗粒的滑移, 但是在刻画滑坡体堆积形态时, 仅仅选取滑坡体颗粒开始堆积处为滑移长度。本文将滑坡体屈服区与未发生屈服的区域之间的界限称为屈服线, 将屈服线与沿滑坡体长度方向的夹角称为屈服角。3 种工况下滑坡体堆积形态见图 3。

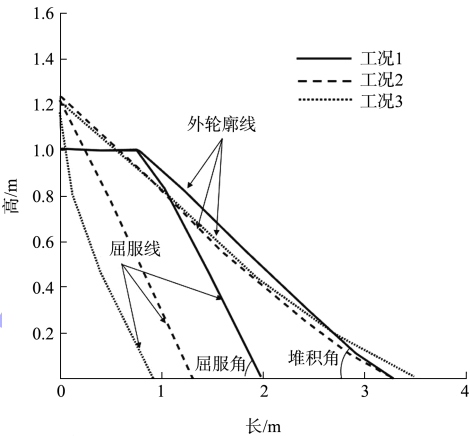


图 3 3 种工况下滑坡体堆积形态

表 2 滑坡堆积参数统计

工况	堆积高度 h_{∞}/m	滑坡长度 d_{∞}/m	无量纲比值 $\zeta(q)$			无量纲比值 $\xi(q)$			屈服角/ ($^{\circ}$)	堆积角/ ($^{\circ}$)
			模拟值	公式计算	相对误差/%	模拟值	公式计算	相对误差/%		
1	1.00	3.52	0.76	0.80	5.0	0.50	0.50	0	42.05	19.65
2	1.28	3.64	1.32	1.60	1.6	0.91	1.00	9.0	43.92	14.35
3	1.21	3.48	2.48	—	—	1.21	1.32	8.3	41.80	14.12

由表 2 可以看出, 本文的模拟值与文献[11]中的公式计算值吻合较好, 这说明采用本文的应力-应变关系以及研究方法, 可以较为精确地定性刻画滑坡体的滑坡堆积形态。由图 3 可以看出, 尽管 3 种工况下高长比差别较大, 3 种工况最终堆积形态的外轮廓线有一定差异, 但是并不十分明显, 尤其是工况 2、3, 两者的差距微乎其微。这说明, 随着高长比的增大, 滑坡体堆积形态有向某一种形态逐渐逼近的趋势。此外, 从图 5 中可以发现, 随着高长比的增大, 滑坡体的屈服区逐渐变大, 但是趋势有所缓和。由于本文控制截面积的大小不发生改变, 可以看到, 3 种高长比条件下, 无论是滑坡最远处的堆积角, 还是屈服线与沿长度方向所夹的角, 都十分接近。这说明, 在保持截面积一定的条件下, 高长比的变化并不能显著改变堆积角和屈服角的大小。

5 结论

- 1) 基于 DP 准则和理想弹塑性理论构建的本构模型, 数值计算结果和经验公式计算结果较为吻合, 这说明该本构模型可以较为准确地刻画滑坡体的堆积形态。
- 2) 从滑坡体屈服区来看, 随着滑坡体截面的高长比不断增加, 滑坡体的屈服区不断增大, 但屈服角的变化并不十分明显。
- 3) 在滑坡体截面积不变的条件下, 随着高长比的增加, 滑坡体的外轮廓线逐渐接近, 这说明在满足截面积不变的条件下, 滑坡体的堆积外轮廓线随高长比的增大有逐渐逼近某一特定形态的趋势, 而并不随高长比的增大而显著变化。