



# 联合极值分布在码头顶高程计算中的应用

张 磊, 解东升, 施 凌

(中交水运规划设计院有限公司, 北京 100007)

**摘要:** 介绍国际工程中常用的码头顶高程计算方法和二维极值分布, 指出码头顶高程计算中主要考虑的变量是波高和水位。以几内亚铝矾土出口码头项目为例, 提出波峰面高度重现期的概念。采用极值分布理论对水位和波高分别进行拟合, 选择了合适的水位和波高联合极值分布模型。从案例计算结果对比分析发现, 引入波峰面高度重现期的概念, 采用水位和波高联合极值分布所计算的码头顶高程比采用二者单独一维极值分布计算的码头顶高程低。在波浪较小区域, 该计算结论对EPC承包商控制成本、提高履约能力有积极作用。

**关键词:** 联合极值分布; 码头顶高程; 波高; 水位

中图分类号: U 652.7<sup>+</sup>1

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2021)06-0078-05

## Application of joint extremum value distribution in wharf top elevation calculation

ZHANG Lei, XIE Dong-sheng, SHI Ling

(CCCC Water Transportation Consultants Co., Ltd., Beijing 100007, China)

**Abstract:** The commonly used wharf top elevation calculation methods and the two-dimensional extreme value distribution in international engineering are introduced, and that the main variables considered in the wharf top elevation calculation are wave height and water level is pointed out. Taking the Guinea bauxite export project as an example, the definition of the wave crest height's return period is proposed. The extreme value distribution theory is adopted to fit the water level and wave height respectively, and the appropriate joint extreme value distribution model of water level and wave height is selected. From the comparative analysis of the calculation results of the case, it can be found that the concept of the return period of the wave crest surface height is introduced, and the wharf top elevation calculated by the joint extreme value distribution of water level and wave height is lower than the wharf top elevation calculated by the two separate one-dimensional extreme value distributions. In the area where wave force is non-dominant, the conclusion benefits the EPC contractor by reducing the project cost and improving its performance ability.

**Keywords:** joint extreme value distribution; wharf top elevation; wave height; water level

码头顶高程的确定是码头总体设计的重要内容。码头顶高程应满足当地大潮时码头面不被淹没、便于作业、结构安全、与码头周边衔接等要求, 根据潮汐、波浪、泊位性质、船型、装卸工艺、船舶系缆、陆域高程、防汛等要求确定<sup>[1]</sup>。在进行码头顶高程计算时, 主要考虑码头上水(越浪量)要求和码头结构受力要求。国内外计算码头顶高程的公式中, 考虑的变量主要是波浪和水位。

在受季风影响较为明显的区域, 波浪和水位(增水)具有一定的相关性。研究波浪和水位的相关性对确定码头顶高程有一定的意义。

### 1 码头顶高程计算方法

#### 1.1 JTS 165—2013《海港总体设计规范》

JTS 165—2013《海港总体设计规范》规定码头前沿顶高程的确定应满足码头上水控制标准和上

部结构受力控制标准的要求。

按上水标准控制的码头前沿顶高程可按下式计算:

$$E = DWL + \Delta_w \quad (1)$$

式中:  $E$  为码头前沿顶高程 (m); DWL 为设计水位 (m);  $\Delta_w$  为上水标准的富余高度 (m)。

按受力标准控制的码头前沿顶高程可按下式计算:

$$E = E_0 + h \quad (2)$$

$$E_0 = DWL + \eta - h_0 + \Delta_F \quad (3)$$

式中:  $E$  为码头前沿顶高程 (m);  $E_0$  为上部结构受力计算的下缘高程 (m);  $h$  为码头上部结构高度 (m); DWL 为设计水位 (m);  $\eta$  为水面以上波峰面高度 (m);  $h_0$  为水面以上波峰面高出上部结构底面的高度 (m);  $\Delta_F$  为受力标准的富余高度 (m)。

水面以上波峰面高度  $\eta$  可按下列公式计算:

$$\eta = \frac{(1+\alpha)H}{2} + h_s \quad (4)$$

$$h_s = \frac{\pi [(1+\alpha)H]^2}{4L} \cdot \operatorname{cth}\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad (5)$$

式中:  $\eta$  为水面以上波峰的高度 (m);  $\alpha$  为码头前沿波浪反射系数;  $H$  为波高 (m);  $h_s$  为波浪中心超出静水面高度 (m);  $d$  为水深 (m);  $L$  为波长 (m)。

## 1.2 日本规范

对于有掩护码头, 码头前沿顶高程可由设计水位加富余高度确定<sup>[2]</sup>。

对于开敞式码头, 码头顶高程可按下式计算:

$$E = EWL + \eta + \Delta \quad (6)$$

式中:  $E$  为码头前沿顶高程 (m); EWL 为设计水位 (m);  $\eta$  为水面以上波峰的高度 (m);  $\Delta$  为富裕高度 (m)。

对于结构物或构件水下部分的宽度或直径与波长的比值大于 1 的工况, 应用反射理论和 Goda 公式, 波峰面高度可以由下式进行计算确定:

$$\eta = 0.75(1+\cos\beta)H_D \quad (7)$$

式中:  $\eta$  为水面以上波峰的高度 (m);  $H_D$  为最大波高 (m),  $H_D = 1.8H_s$ ,  $H_s$  为有效波高 (m);  $\beta$  为入射波和结构面法线间夹角减去 15°。

## 1.3 英标(BS 6349)

英标(BS 6349)中关于码头顶高程的计算公式与日本规范(OCDI)中的公式一致, 只是 BS 6349 中设计水位和富余高度的取值与 OCDI 中的取值略有差异。BS 6349 中设计水位取重现期不小于 50 a 的极端高水位, OCDI 中设计水位取平均月最高水位。对于有掩护的码头, BS 6349 中规定超高值不小于 1.5 m, OCDI 则根据潮差和船型对超高值进行了区分<sup>[3]</sup>。

## 1.4 H. R. Wallingford 方法

H. R. Wallingford<sup>[4]</sup> 对开敞式桩基码头的顶高程设计计算进行了比较系统的论述: 对于不允许码头上部结构承受波浪力的情况, 推荐采用气隙方法确定码头顶高程; 在计算气隙高度的超越概率时, 采用 Stansberg 在 1991 年提出的深水区域水面以上最大波峰面高度的计算公式:

$$\eta_{\max} = \frac{H_{\max}}{2} \cdot \exp\left(\frac{2\pi}{L_m} \cdot \frac{H_{\max}}{2}\right) \quad (8)$$

$$(H_{\max}/H_{1/3})_{\text{mod}} = 0.706 \sqrt{\ln N_z} \quad (9)$$

式中:  $\eta_{\max}$  为水面以上最大波峰面高度 (m);  $H_{\max}$  为最大波高 (m);  $L_m$  为波长 (m);  $H_{1/3}$  为有效波高 (特征波高) (m);  $N_z$  为在风暴或潮汐高潮位峰值时的波浪个数, 一般取连续的 1 000 个波。

## 1.5 美国国防部规范(UFC)

美国国防部设计规范(UFC) Design: piers and wharves 规定<sup>[5]</sup>, 对于透空式码头, 为了避免上水, 码头顶高程可按照如下公式计算:

$$E = MHHW + \eta + \Delta \quad (10)$$

式中:  $E$  为码头前沿顶高程 (m); MHHW 为设计水位 (m);  $\Delta$  为富余高度 (m), 最小取 0.9 m;  $\eta$  为水面以上波峰的高度 (m),  $\eta = 2H_{\max}/3$ ,  $H_{\max}$  为最大波高, 计算  $H_{\max}$  时,  $H_{\max}/H_{1/3}$  的比值在深水区可采用式(9)计算, 在浅水区可近似取 2;  $H_{1/3}$  为有效波高。

## 1.6 《美国海岸工程手册》

《美国海岸工程手册(Costal engineering manual)》也给出了直立式结构物前波峰面高度的计算公式<sup>[6]</sup>。

对于规则波:

$$\eta = H + \frac{\pi H^2}{L} \coth \frac{2\pi d}{L} \quad (11)$$

式中:  $\eta$  为水面以上波峰的高度(m);  $H$  为设计波高(m);  $L$  为有效波高(m);  $d$  为水深(m)。

对于不规则波, 采用 Goda 公式:

$$\eta^* = 0.75(1+\cos\beta)\lambda_1 H_{\text{design}} \quad (12)$$

式中:  $\eta^*$  为水面以上波峰的高度(m);  $\beta$  为入射波和结构面法线间夹角( $^\circ$ );  $H_{\text{design}}$  为最大波高(m), 在深水区可取  $H_{\text{design}} = 1.8H_{1/3}$ , 在破波区可取  $H_{\text{design}} = H_{\text{max}}$ ;  $H_{\text{max}}$  为墙前  $5H_{1/3}$  处的最大波高, 计算  $H_{\text{max}}$  时,  $H_{\text{max}}/H_{1/3}$  的比值在深水区可采用式(9)计算, 在浅水区可近似取 2;  $H_{1/3}$  为有效波高;  $\lambda_1$  为修正系数, 与码头结构形式相关。对于一般直立墙式结构,  $\lambda_1 = 1$ 。

## 2 联合极值分布理论

水位和波高极值或累积频率的确定需要采用数理统计及概率分布的理论进行计算。对于单个变量不同重现期的极值采用一维极值分布计算确定, 对于两个及以上变量的不同联合重现期的极值采用多维联合极值分布计算确定。根据 JTS 145—2015《港口与航道水文规范》<sup>[7]</sup>的规定, 设计波高及设计水位的推算可采用多种分布对比选择。常用的极值分布有极值 I 型(Gumbel)分布、极值 II 型(Weibull)分布、对数正态(Lognormal)分布等<sup>[8]</sup>。

### 2.1 二维极值 I 型逻辑分布(Gumbel Logistic)

二维极值 I 型逻辑分布(Gumbel Logistic)的分布函数如下:

$$G(x,y) = \exp\left\{-\left[\exp\left(-\frac{y-\mu_1}{\alpha\sigma_1}\right) + \exp\left(-\frac{y-\mu_2}{\alpha\sigma_2}\right)\right]^\alpha\right\} \quad (13)$$

式中:  $\alpha$  为变量  $X$  和  $Y$  的相关性参数, 可以按照  $\sqrt{1-\rho_{1,2}}$  进行估算。其中,  $\rho_{1,2}$  是变量  $X$  和  $Y$  之间的相关系数, 可以采用两个变量相关性公式计算。变量  $X$  和  $Y$  的边缘分布为:

$$\begin{cases} G_x(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)\right] \\ G_y(y) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}\right)\right] \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $\mu_i$ 、 $\sigma_i$ ( $i=1,2$ )是随机变量  $X$  和  $Y$  边缘分布的位置参数和尺度参数。对式(13)求变量  $X$  和  $Y$  的偏导数, 可以得到变量  $X$  和  $Y$  的联合概率密度函数, 如式(15)所示:

$$g(x,y) = \frac{G(x,y)}{\alpha\sigma_1\sigma_2} A^{\frac{1}{\alpha}} B^{\frac{1}{\alpha}} (A^{\frac{1}{\alpha}} + B^{\frac{1}{\alpha}})^{\alpha-2} \cdot [ \alpha(A^{\frac{1}{\alpha}} + B^{\frac{1}{\alpha}}) - (\alpha-1) ] \quad (15)$$

$$\text{式中: } A = \exp\left(-\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right); B = \exp\left(-\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}\right).$$

### 2.2 二维极值 II 型(Weibull)分布

如果变量  $X$  和  $Y$  分别服从三参数极值 II 型(Weibull)分布, 其参数分别为  $(\mu_x, \sigma_x, \gamma_x)$  和  $(\mu_y, \sigma_y, \gamma_y)$ 。变量  $X$  和  $Y$  边缘概率分布函数分别是  $F_x(x)$  和  $F_y(y)$ <sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} F_x(x) = 1 - \exp\left[-\frac{(x-\mu_x)^{\gamma_x}}{\sigma_x}\right] & (x \geq \mu_x) \\ F_y(y) = 1 - \exp\left[-\frac{(y-\mu_y)^{\gamma_y}}{\sigma_y}\right] & (y \geq \mu_y) \end{cases} \quad (16)$$

变量  $X$  和  $Y$  的边缘概率密度函数分别为  $f_x(x)$  和  $f_y(y)$ :

$$\begin{cases} f_x(x) = \frac{\gamma_x}{\sigma_x} (x-\mu_x)^{\gamma_x-1} \exp\left[-\frac{(x-\mu_x)^{\gamma_x}}{\sigma_x}\right] & (x \geq \mu_x) \\ f_y(y) = \frac{\gamma_y}{\sigma_y} (y-\mu_y)^{\gamma_y-1} \exp\left[-\frac{(y-\mu_y)^{\gamma_y}}{\sigma_y}\right] & (y \geq \mu_y) \end{cases} \quad (17)$$

变量  $X$  和  $Y$  的二维极值 II 型(Weibull)分布的联合密度函数可以采用如下形式:

$$f(x,y) = \frac{1}{1-k^2} \cdot f_x(x) f_y(y) \cdot \{ [1-F_x(x)] \cdot [1-F_y(y)] \}^{\frac{k^2}{1-k^2}} \cdot I_0\left[\frac{2k\sqrt{\ln[1-F(x)]} \cdot \sqrt{\ln[1-F(y)]}}{1-k^2}\right] \quad (18)$$

式中:  $k$  为 Kendall 秩相关系数;  $I_0$  为零阶 Bessel 函数。

### 2.3 二维对数正态分布

如果变量  $X$  和  $Y$  分别服从三参数对数正态分布, 其参数分别为  $(\alpha_x, \sigma_{z_1}, \mu_{z_1})$  和  $(\alpha_y, \sigma_{z_2}, \mu_{z_2})$ 。变量  $X$  和  $Y$  的概率密度函数分别为  $f_x(x)$  和  $f_y(y)$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_X(x) = \frac{1}{(x-a_x)\sigma_{z_1}\sqrt{2\pi}} \cdot \\ \quad \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{z_1}^2}[\ln(x-a_x)-\mu_{z_1}]^2\right\} \quad (x>\alpha_x) \\ \\ f_Y(y) = \frac{1}{(y-a_y)\sigma_{z_2}\sqrt{2\pi}} \cdot \\ \quad \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{z_2}^2}[\ln(y-a_y)-\mu_{z_2}]^2\right\} \quad (y>\alpha_y) \end{array} \right. \quad (19)$$

变量  $X$  和  $Y$  的二维对数正态分布的密度函数为:

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi(x-a_x)(y-a_y)\sigma_{z_1}\sigma_{z_2}} \cdot \\ \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{\ln(x-a_x)-\mu_{z_1}}{\sigma_{z_1}}\right)^2 - \right.\right. \\ \left.\left.2\rho\cdot\left(\frac{\ln(x-a_x)-\mu_{z_1}}{\sigma_{z_1}}\right)\cdot\left(\frac{\ln(y-a_y)-\mu_{z_2}}{\sigma_{z_2}}\right) + \right.\right. \\ \left.\left.\left(\frac{\ln(y-a_y)-\mu_{z_2}}{\sigma_{z_2}}\right)^2\right]\right\} \quad (20)$$

式中:  $\rho$  是变量  $X$  和  $Y$  的线性相关系数, 可以采用两个变量相关性公式计算。

### 3 案例分析

几内亚铝矾土出口码头项目位于非洲西海岸几内亚 Kamsar 港, 项目建设内容是新建铝矾土出口泊位。Kamsar 港受季风影响明显, 港址西侧是大西洋, 无掩护。根据地质条件分析, 码头结构采用高桩墩式结构, 码头上部结构高度考虑 1.5 m。码头顶高程的确定对 EPC 承包商工程成本影响巨大, 根据业主要求, 相关水文设计参数及码头顶高程由承包商负责, 推荐使用气隙法确定码头顶高程。

为合理确定码头顶高程, 在满足结构安全及功能需求的前提下, 有效降低码头顶高程, 引入水位与波高联合极值分布确定相关设计水位及波高, 即采用不同重现期的波峰面高度作为计算码头顶高程的依据。

首先采用对数正态分布、Weibull 分布和 Gumbel 分布对现场实测水位和波高观测数据进行拟合, 结果见图 1。

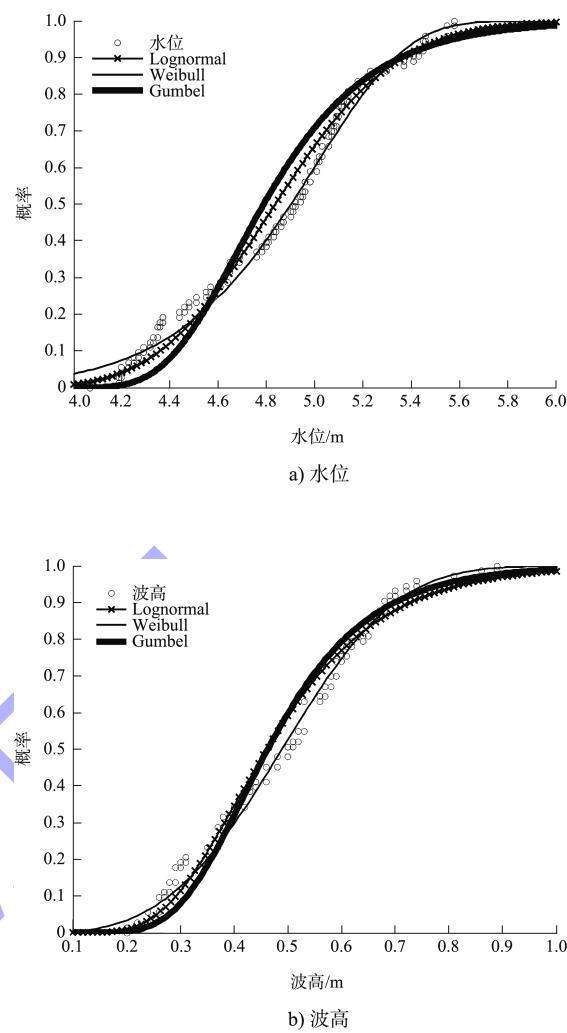


图 1 3 种分布拟合曲线

从图 1 的拟合结果可以看出, 对数正态分布、Weibull 分布和 Gumbel 分布对水位和波高的拟合结果都较好, 本项目的水位和波高联合概率分布采用二维 Gumbel 逻辑分布。

水位和波高的相关系数  $\rho$  对波峰面高度的计算有较大的影响。国内外学者对风暴增水和波高的相关性开展过研究工作, 但尚未形成稳定的方法与结论。该项目对水位和波高相关系数分别取值 0.2、0.5 和 0.8 进行计算分析, 最终采用 0.5 推荐值。采用矩估计法进行参数估计, 得出水位和波高联合极值分布的相关参数见表 1。

表 1 水位和波高联合极值分布参数估计

变量	位置参数 $\mu/m$	尺度参数 $\sigma/m^2$	相关系数
水位	4.86	0.44	0.5
波高	0.42	0.43	0.5

水位和波高的联合 Gumbel 逻辑分布概率密度曲面和概率密度等值线见图 2、3。

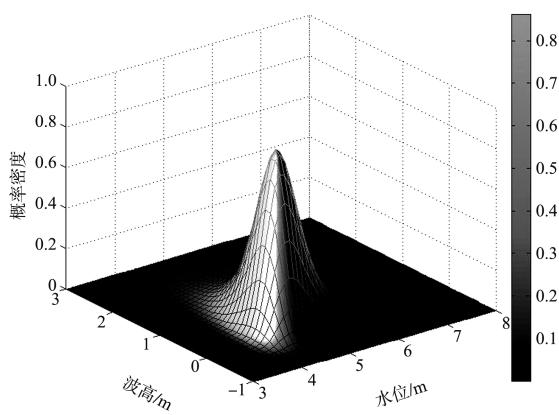


图 2 联合分布概率密度曲面

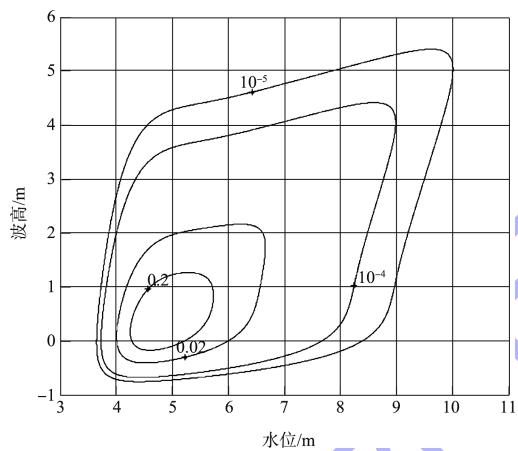


图 3 联合分布概率密度等值线

采用数值积分的方法对图 2 所示的概率密度进行积分可以得到水位和波高的联合超越概率等值线。水位和波高联合超越概率等值线与波峰面高度等值线的交点即为该超越概率下的波峰面高度, 见图 4。

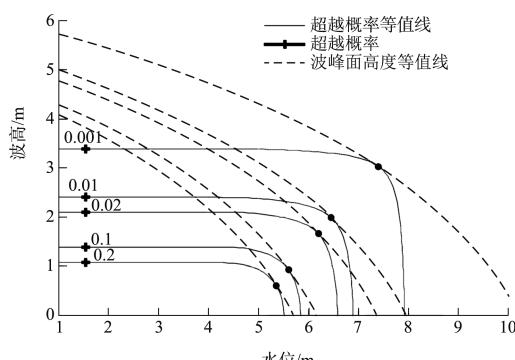


图 4 水位和波高联合分布超越概等值线

考虑到本项目水位(增水)较大, 波浪较小, 气隙高度暂时考虑为 0.5 m。采用一维极值分布及联合极值分布的计算结果见表 2、3。

表 2 水位和波高采用一维极值分布(Gumbel)计算结果

重现期/a	水位/m	波高 $H_{\max}/\text{m}$	波峰面高度/m	码头顶高程/m
5	5.52	1.07	6.19	8.19
10	5.86	1.39	6.78	8.78
50	6.59	2.1	8.20	10.20
100	6.90	2.40	8.86	10.86
1 000	7.92	3.39	11.30	13.30

表 3 水位和波高采用联合极值分布计算结果

重现期/a	对应水位/m	对应波高/m	波峰面高度/m	码头顶高程/m
5	5.36	0.60	5.70	7.70
10	5.60	0.93	6.16	8.16
50	6.20	1.66	7.37	9.37
100	6.45	2.00	7.95	9.95
1 000	7.40	3.03	10.21	12.21

从计算结果可以看出, 采用水位和波高联合极值分布所计算的码头顶高程比采用二者单独一维极值分布计算的值低, 参照水位和波高联合极值分布的计算结果确定码头顶高程, 对于节约项目成本发挥了积极作用。

#### 4 结论

1) 从概率论及数理统计的角度, 采用波峰面高度重现期的定义计算码头顶高程, 其概率意义更直观, 更容易与相关经济评价指标结合。

2) 与我国《海港总体设计规范》中码头顶高程计算方法相比, H. R. Wallingford 推荐的气隙法同样考虑了码头上部结构是否允许承受波浪力, 其不考虑码头上部结构承受波浪力的公式应用更为普遍。采用气隙法计算码头顶高程时, 气隙高度的取值需要根据项目具体情况分析。

3) 对于国际 EPC 项目而言, 在允许码头部分上水的情况下, 对比码头高程提高增加的工程成本与考虑上部构件承受波浪力增加的成本对指导项目实践有积极的意义。

(下转第 103 页)