

· 综 合 ·



# 孤立波作用于 V 形薄壁防波堤的绕射波浪力<sup>\*</sup>

叶伟峰, 苏 炜, 黄 华, 黄坤辉

(中山大学 航空航天学院应用力学与工程系, 广东 广州 510275)

**摘要:**在一定条件下浅水波可能以孤立波形态作用于离岸结构。基于波浪绕射理论, 推导 V 形薄壁防波堤的一阶孤立波绕射理论解。通过对孤立波作用于防波堤的波浪力进行计算, 研究孤立波对 V 形防波堤的作用规律。通过对 180° 张角的有限长薄壁 V 形堤足够长时的绕射波浪力计算, 与无限长直立薄壁堤的孤立波反射波浪力进行有效的相似性比较。结果表明: 孤立波的最大无量纲波浪力明显大于相同浅水条件下 Airy 微幅波理论的结果, 由此反映浅水波的非线性效应; 孤立波入射角、V 形堤张角、防波堤臂长与水深比以及孤立波特征参数等因素的变化均将对波浪荷载产生一定的影响。

**关键词:** 孤立波; V 形薄壁防波堤; 波浪力; 波浪绕射

中图分类号: O 353; U 656. 2

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2021)02-0027-07

## Diffacted wave force on V-shaped thin wall breakwater caused by solitary wave

YE Wei-feng, SU Wei, HUANG Hua, HUANG Kun-hui

(Department of Applied Mechanics and Engineering, College of Aeronautics and Astronautics,  
Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

**Abstract:** In certain conditions, shallow water waves may emerge in solitary waveform, causing wave effects on offshore structures. Based on diffracted wave theory, we derive the theoretical solutions to first-order solitary water wave diffraction by a V-shaped thin wall breakwater, and study the action rule of a solitary wave on the breakwater by calculating solitary diffracted wave forces on the V-shaped breakwater. By calculating diffracted wave force on the finite length vertical thin-walled V-shaped breakwater with the opening angle 180° while the finite length breakwater is enough long, we carry out effectively similarity comparison with the reflected wave force caused by a solitary wave on the infinite long vertical thin-walled breakwater. The results show that the maximum dimensionless wave forces on the breakwater caused by solitary wave are obviously larger than those predicted by small-amplitude wave theory under Airy same shallow water conditions, reflecting the nonlinear effect of shallow water wave. The variation of incident wave angle, opening angle of V-shaped breakwater, the ratio of breakwater arm length and water depth, and solitary wave characteristic parameter may have some influence on wave loads.

**Keywords:** solitary wave; V-shaped thin wall breakwater; wave force; wave diffraction

防波堤因其抵抗波浪直接作用进而保护离岸设施和水上作业区域的特殊功能而广泛应用于近岸工程。其中薄壁式防波堤具有使用灵活、施工便捷且节省成本等特点而备受关注。薄壁防波堤包括直墙式薄壁防波堤、T 形薄壁防波堤、圆弧

形薄壁防波堤以及 V 形薄壁防波堤等多种类型。Wiegel<sup>[1]</sup>对半无限长薄壁直墙式防波堤的微幅波绕射问题进行解析分析; Lick<sup>[2]</sup>研究微幅波对楔形堤的绕射问题; 洪广文<sup>[3]</sup>给出不完全反射边界楔形堤和隅角堤的波浪绕射问题的级数形式以及积分

收稿日期: 2020-05-20

\*基金项目: 广东省省级科技计划项目 (2016A050502022)

作者简介: 叶伟峰 (1994—), 男, 硕士研究生, 从事水动力学研究。

通讯作者: 黄华 (1961—), 男, 硕士, 副教授, 从事水动力学研究。E-mail: tsyhh1982@163.com。

形式的解析解；楚玉川等<sup>[4]</sup>解析计算微幅波对圆弧形薄壁防波堤的波浪荷载。V 形薄壁防波堤是便捷式防波堤的一种重要形式，与几何形状相似的圆弧形薄壁防波堤相比，其建造更为方便且节省材料。它最早由美国学者提出，利用 V 形尖角迎浪，可以快速形成堤后局部防浪区。波浪与 V 形堤相互作用问题属于水波动力学解析研究的最新课题方向之一，具有重要的理论与实用价值。陆志妹等<sup>[5]</sup>应用特征函数展开法计算 Airy 微幅波作用于 V 形薄壁防波堤的波浪力。Chang 等<sup>[6]</sup>给出微幅波对 V 形防波堤绕射问题的解析解。

防波堤主要应用于近岸区域。当波浪传入浅水区后，波浪呈现非线性浅水波特征。特别当浅水波波长充分大时，有必要采用孤立波模型对浅水波的可能作用进行预测。Isaacson<sup>[7]</sup>最早应用特征函数展开法研究一阶孤立波对直立圆柱的绕射问题，给出一阶孤立波绕射波势的积分变换解。Zhong 等<sup>[8]</sup>进一步解析计算孤立波与大尺度透空圆环直柱的相互作用。才翰涛等<sup>[9]</sup>推导斜入射一阶孤立波对直墙式透空防波堤的反射与透射波浪场的解析解。张敖等<sup>[10-11]</sup>分别解析研究一阶椭圆余弦波和一阶孤立波对圆弧形薄壁防波堤的绕射问题。

本文基于一阶孤立波的浅水波模型，推导任意张角下 V 形薄壁防波堤的波浪绕射解析解，有效拓展 Airy 微幅波绕射模型，并将计算结果与无限长直墙薄壁堤的对应结果进行比较，校验方法的可靠性。

1 孤立波对 V 形薄壁防波堤绕射的波浪场解析解与波浪力计算式

如图 1 所示，在水深为  $d$  的水域中设置有两臂长均为  $a$  的 V 形薄壁直立防波堤。取坐标系  $oxyz$ （即坐标系  $or\theta z$ ）， $oxy$  平面位于水底，原点位于堤的两臂相交点，其中下臂与  $ox$  正半轴重合，上臂与  $ox$  轴的夹角为  $\alpha$ （即防波堤张角），且  $0 < \alpha \leq \pi$ ， $oz$  轴垂直向上。入射波为一阶孤立波，入射波向与  $ox$  轴正向夹角为  $\beta$ 。以坐标原点为圆心，取半径为  $a$  作分区圆柱面，薄壁防波堤与分区圆柱面

将流域划分为  $\Omega_0$ 、 $\Omega_1$  和  $\Omega_2$  3 个区域。

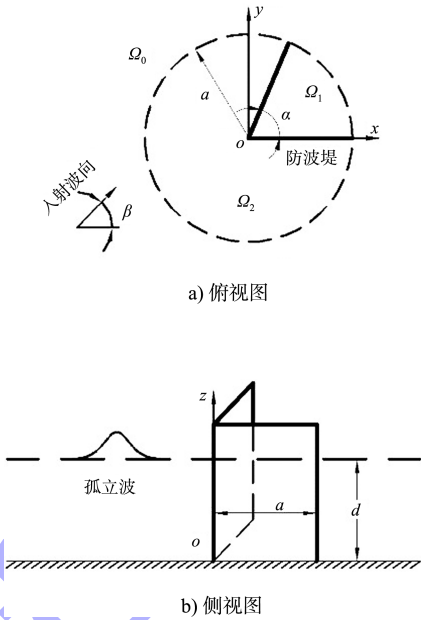


图 1 孤立波作用下的 V 形薄壁防波堤

对浅水波 KdV 方程求解可得沿  $ox$  轴正入射一阶孤立波自由表面表达式：

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{3H}{4d^3}} (x - ct) \right] \tag{1}$$

式中： $\eta$  为一阶入射孤立波波面； $H$  为孤立波波高； $c$  为波速； $t$  为时间。将  $\eta$  按变量  $x$  作傅里叶积分变换，相应  $\eta$  函数的傅立叶积分逆变换表达式为：

$$\left\{ \begin{aligned} \eta &= \operatorname{Re}(\eta_1) \\ \eta_1 &= H \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) e^{ik(x-ct)} dk = \\ &= H \cdot \frac{2}{2\pi} \int_0^{+\infty} A(k) \cos k(x - ct) dk \\ A(k) &= \frac{4\pi d^3 k}{3H} \left\{ \sinh \left[ \frac{(\pi/\sqrt{3})kd}{\sqrt{H/d}} \right] \right\}^{-1} \end{aligned} \right. \tag{2}$$

式中： $A(k)$  为关于波面积分变换的象函数； $k$  为波数。对应一阶入射孤立波的速度势为：

$$\begin{aligned} \Phi_i &= \frac{H}{\sqrt{d/g}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A(k)}{ik} e^{ik(x-ct)} dk \\ &= \frac{H}{\sqrt{d/g}} \frac{2}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{A(k)}{ik} i \sin k(x - ct) dk \end{aligned} \tag{3}$$

又可写为  $\Phi_i = \operatorname{Re}(\varphi_i)$ ，其中：

$$\varphi_i = \frac{H}{\sqrt{d/g}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} 2 \frac{A(k)}{ik} e^{ikx} e^{-ikct} dk \quad (4)$$

对于斜入射孤立波, 对应的复数势为  $\Phi_i = \text{Re}(\varphi_i)$ , 其中:

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \frac{H}{\sqrt{d/g}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} 2 \frac{A(k)}{ik} e^{ikr \cos(\theta-\beta)} e^{-ikct} dk = \\ &\frac{H}{\sqrt{d/g}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} 2 \frac{A(k)}{ik} e^{-ikct} \sum_{n=0}^{+\infty} \{\beta_n J_n(kr) \cdot \\ &[\cos(n\theta)\cos(n\beta) + \sin(n\theta)\sin(n\beta)]\} dk \quad (5) \end{aligned}$$

式中:  $\beta_n = 2i^n (n \geq 1)$ ,  $\beta_0 = 1$ ;  $J_n(x)$  为  $n$  阶第一类贝塞尔函数。设对应流域  $\Omega_j$  的孤立波一阶总波势

$$\Phi^{(j)} = \Phi_i + \Phi_s^{(j)} = \text{Re}(\varphi^{(j)}) \quad (j=0, 1, 2), \text{ 其中 } \Phi_s^{(j)}$$

为一阶散射波势。对 V 形薄壁防波堤, 由特征函数展开法可得:

$$\begin{aligned} \varphi^{(0)} &= \varphi_i + \varphi_s^{(0)} = \\ &\frac{H}{\sqrt{d/g}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} 2 \cdot \frac{A(k)}{ik} e^{-ikct} \cdot \\ &\sum_{n=0}^{+\infty} \{\beta_n J_n(kr) [\cos(n\theta)\cos(n\beta) + \sin(n\theta)\sin(n\beta)] + \\ &H_n^{(1)}(kr) [A_n^{(0)} \cos(n\theta) + B_n^{(0)} \sin(n\theta)]\} dk \quad (6) \\ \varphi^{(1)} &= \frac{H}{\sqrt{d/g}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} 2 \cdot \frac{A(k)}{ik} e^{-ikct} \cdot \\ &\sum_{n=0}^{+\infty} \left[ A_n^{(1)} J_{\frac{n\pi}{\alpha}}(kr) \cos\left(\frac{n\pi}{\alpha}\theta\right) \right] dk \\ &\quad (0 \leq \theta \leq \alpha) \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi^{(2)} &= \frac{H}{\sqrt{d/g}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} 2 \frac{A(k)}{ik} e^{-ikct} \cdot \\ &\sum_{n=0}^{+\infty} \left\{ A_n^{(2)} J_{\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}}(kr) \cos\left[\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}(\theta-\alpha)\right] \right\} dk \\ &\quad (\alpha \leq \theta \leq 2\pi) \quad (8) \end{aligned}$$

式中:  $A_n^{(0)}$ 、 $A_n^{(1)}$ 、 $A_n^{(2)}$  和  $B_n^{(0)}$  均为待定系数且取  $B_0^{(0)}=0$ ;  $H_n^{(1)}(x)$  为  $n$  阶第一类汉克耳函数。可以验证以上所取孤立波一阶绕射波势解已满足拉普拉斯方程、无穷远处辐射条件、防波堤 V 形两臂侧表面条件以及自由面和海底物面条件。

将流域  $\Omega_0$  与  $\Omega_1$  以及  $\Omega_0$  与  $\Omega_2$  各自交界面流体径向速度连续条件写为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial r} - \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial r} = 0 & (r=a, 0 \leq \theta \leq \alpha) \\ \frac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial r} - \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial r} = 0 & (r=a, \alpha \leq \theta \leq 2\pi) \end{cases} \quad (9)$$

分别代入各区域所取波势, 可得:

$$\begin{aligned} f_1(\theta) &= \sum_{n=0}^{+\infty} \{ [k\beta_n \cos(n\beta) \cdot J'_n(ka) + \\ &A_n^{(0)} k H_n^{(1)'}(ka)] \cos(n\theta) + [k\beta_n \cdot \\ &\sin(n\beta) \cdot J'_n(ka) + B_n^{(0)} k H_n^{(1)'}(ka)] \sin(n\theta) \} - \\ &\sum_{n=0}^{+\infty} A_n^{(1)} k J'_{\frac{n\pi}{\alpha}}(ka) \cos\left(\frac{n\pi}{\alpha}\theta\right) = 0 \\ &\quad (0 \leq \theta \leq \alpha) \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(\theta) &= \sum_{n=0}^{+\infty} \{ [k\beta_n \cos(n\beta) \cdot J'_n(ka) + \\ &A_n^{(0)} k H_n^{(1)'}(ka)] \cos(n\theta) + [k\beta_n \cdot \\ &\sin(n\beta) \cdot J'_n(ka) + B_n^{(0)} k H_n^{(1)'}(ka)] \sin(n\theta) \} - \\ &\sum_{n=0}^{+\infty} \left\{ A_n^{(2)} k J'_{\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}}(ka) \cos\left[\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}(\theta-\alpha)\right] \right\} = 0 \\ &\quad (\alpha \leq \theta \leq 2\pi) \quad (11) \end{aligned}$$

式中:  $B_0^{(0)}=0$ ;  $f_1(\theta)$  和  $f_2(\theta)$  为设定函数。

现定义如下函数:

$$f(\theta) = \begin{cases} f_1(\theta) = 0 & (0 \leq \theta < \alpha) \\ f_2(\theta) = 0 & (\alpha \leq \theta \leq 2\pi) \end{cases} \quad (12)$$

将  $f(\theta)$  在  $0 \sim 2\pi$  上展开为傅里叶级数, 即:

$$f(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{+\infty} [a_m \cos(m\theta) + b_m \sin(m\theta)] = 0 \quad (13)$$

其系数  $a_0 = a_m = b_m = 0 (m=1, 2, \dots)$ , 相应应有:

$$\begin{cases} \int_0^\alpha f_1(\theta) \cos(m\theta) d\theta + \int_\alpha^{2\pi} f_2(\theta) \cos(m\theta) d\theta = 0 \\ \int_0^\alpha f_1(\theta) \sin(m\theta) d\theta + \int_\alpha^{2\pi} f_2(\theta) \sin(m\theta) d\theta = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (m=0, 1, \dots) \\ (m=1, 2, \dots) \end{matrix} \quad (14)$$

将  $f_1(\theta)$  和  $f_2(\theta)$  代入式 (14) 可得 ( $\delta_{m0}$  为克罗内克函数):

$$\begin{aligned} &\beta_m \cos(m\beta) \cdot J'_m(ka) (1 + \delta_{m0}) \pi + \\ &A_m^{(0)} H_m^{(1)'}(ka) (1 + \delta_{m0}) \pi - \sum_{n=0}^{+\infty} (A_n^{(1)} J'_{\frac{n\pi}{\alpha}}(ka) T_{nm}^{(1)} - \\ &A_n^{(2)} J'_{\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}}(ka) T_{nm}^{(2)}) = 0 \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & B_m^{(0)} H_m^{(1)'}(ka) \pi - \\ & \sum_{n=0}^{+\infty} (A_n^{(1)} J_{\frac{n\pi}{\alpha}}'(ka) T_{nm}^{(3)} - A_n^{(2)} J_{\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}}'(ka) T_{nm}^{(4)}) = 0 \\ & (m = 1, 2, \dots) \quad (16) \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{cases} T_{nm}^{(1)} = \int_0^\alpha \cos(m\theta) \cos\left(\frac{n\pi}{\alpha}\theta\right) d\theta \\ (n, m = 0, 1, \dots) \\ T_{nm}^{(2)} = \int_\alpha^{2\pi} \cos(m\theta) \cos\left[\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}(\theta-\alpha)\right] d\theta \\ (n, m = 0, 1, \dots) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} T_{nm}^{(3)} = \int_0^\alpha \sin(m\theta) \cos\left(\frac{n\pi}{\alpha}\theta\right) d\theta \\ (n = 0, 1, \dots; m = 1, 2, \dots) \\ T_{nm}^{(4)} = \int_\alpha^{2\pi} \sin(m\theta) \cos\left[\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}(\theta-\alpha)\right] d\theta \\ (n = 0, 1, \dots; m = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (18)$$

进一步应用  $r=a$  处速度势连续条件:

$$\begin{cases} \varphi^{(0)} = \varphi^{(1)} & (r=a, \alpha \leq \theta \leq 2\pi) \\ \varphi^{(0)} = \varphi^{(2)} & (r=a, 0 \leq \theta \leq \alpha) \end{cases} \quad (19)$$

代入所取各区波势, 可得:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{+\infty} A_n^{(1)} J_{\frac{n\pi}{\alpha}}(ka) \cos\left(\frac{n\pi}{\alpha}\theta\right) - \\ & \sum_{n=0}^{+\infty} \{ [\beta_n \cos(n\beta) \cdot J_n(ka) + A_n^{(0)} H_n^{(1)}(ka)] \cos(n\theta) + \\ & [\beta_n \sin(n\beta) \cdot J_n(ka) + B_n^{(0)} H_n^{(1)}(ka)] \sin(n\theta) \} = 0 \\ & (0 \leq \theta \leq \alpha) \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{+\infty} A_n^{(2)} J_{\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}}(ka) \cos\left[\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}(\theta-\alpha)\right] - \\ & \sum_{n=0}^{+\infty} \{ [\beta_n \cos(n\beta) \cdot J_n(ka) + A_n^{(0)} H_n^{(1)}(ka)] \cos(n\theta) + \\ & [\beta_n \sin(n\beta) \cdot J_n(ka) + B_n^{(0)} H_n^{(1)}(ka)] \sin(n\theta) \} = 0 \\ & (\alpha \leq \theta \leq 2\pi) \quad (21) \end{aligned}$$

分别利用函数系  $\left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{\alpha}\theta\right), 0 \leq \theta \leq \alpha \right\}$  和函数系

$\left\{ \cos\left[\frac{n\pi}{2\pi-\alpha}(\theta-\alpha)\right], \alpha \leq \theta \leq 2\pi \right\}$  的正交性得到:

$$A_m^{(1)} J_{\frac{m\pi}{\alpha}}(ka) (1 + \delta_{m0}) \frac{\alpha}{2} -$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} [\beta_n \cos(n\beta) \cdot J_n(ka) T_{nm}^{(1)} + A_n^{(0)} H_n^{(1)}(ka) T_{nm}^{(1)}] -$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} [\beta_n \sin(n\beta) \cdot J_n(ka) T_{nm}^{(3)} + B_n^{(0)} H_n^{(1)}(ka) T_{nm}^{(3)}] = 0 \quad (m = 0, 1, \dots) \quad (22)$$

$$A_m^{(2)} J_{\frac{m\pi}{2\pi-\alpha}}(ka) (1 + \delta_{m0}) \frac{2\pi - \alpha}{2} -$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{+\infty} [\beta_n \cos(n\beta) \cdot J_n(ka) T_{nm}^{(2)} + A_n^{(0)} H_n^{(1)}(ka) T_{nm}^{(2)}] - \\ & \sum_{n=1}^{+\infty} [\beta_n \sin(n\beta) \cdot J_n(ka) T_{nm}^{(4)} + B_n^{(0)} H_n^{(1)}(ka) T_{nm}^{(4)}] = 0 \\ & (m = 0, 1, \dots) \quad (23) \end{aligned}$$

式(15)、(16)、(22)和(23)构成了求解未知系数所需要的完备方程组, 其中  $B_0^{(0)} = 0$ 。实际计算进行适度有限维运算即可满足计算精度要求。

对应流域  $\Omega_f$  的一阶孤立波绕射压力分布为:

$$p^{(j)} = -\rho \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial t} \quad (j=0, 1, 2) \quad (24)$$

式中:  $\rho$  为流体密度;  $t$  为时间。据此可得作用于 V 形薄壁防波堤上臂的波浪力分量积分公式:

$$F_{1x} = \int_0^d dz \int_0^a [p^{(2)} - p^{(1)}] |_{\theta=\alpha} \sin\alpha dr \quad (25)$$

$$F_{1y} = - \int_0^d dz \int_0^a [p^{(2)} - p^{(1)}] |_{\theta=\alpha} \cos\alpha dr \quad (26)$$

以及防波堤下臂的波浪力分量积分公式:

$$F_{2x} = 0 \quad (27)$$

$$F_{2y} = \int_0^d dz \int_0^a [p^{(2)} |_{\theta=2\pi} - p^{(1)} |_{\theta=0}] dr \quad (28)$$

上臂和下臂的一阶孤立波总波浪力分量与 V 形堤合力  $F$  为:

$$\begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} \\ F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \end{cases} \quad (29)$$

进一步可给出 V 形堤一阶孤立波总波浪力矩公式:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \frac{d}{2} \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{d}{2} F \quad (30)$$

式中:  $M_x$ 、 $M_y$  分别为绕  $oy$  轴和  $ox$  轴的水平波浪力矩分量。

## 2 算例与分析

由波浪力矩公式(30)可知, 一阶孤立波无量纲水平波浪力矩值为无量纲水平波浪力值的 1/2,

因而只需要对波浪力进行计算即可。为方便计, 以符号  $F$  统一表示波浪力值或幅值。

依照浅水波的一般理论, 无量纲参数  $\lambda = \frac{H}{k^2 d^3} = \frac{1}{(k\sqrt{d^3/H})^2} = \frac{H}{d} \cdot \frac{1}{(kd)^2}$  反映了波高  $H$ 、波数  $k$  和水深  $d$  各因素相对变化的影响。当  $\lambda$  一定时,  $\sqrt{H/d^3}$  与波数  $k$  变化趋势相同, 而理论上孤立波对应浅水波波长无限大的情形, 故实际计算中应以  $\sqrt{H/d^3}$  代替波数  $k$ , 即以  $\sqrt{d^3/H}$  为波浪的特征长度。在 Airy 微幅波理论中,  $kd$  为代表波浪特征长度和水深相对变化的参数, 因此, 对于本文计算的一阶孤立波作用问题, 与之对应的特征参数可取为  $\xi = \sqrt{H/d^3} \times d = \sqrt{H/d}$ 。

为了验证本文所给的 V 形薄壁防波堤的一阶孤立波绕射理论的正确性, 在本文公式中取 V 形堤张角为  $180^\circ$ , 结构变化为有限长直墙薄壁防波堤。进一步取堤长足够大 ( $a/d = 20$ ), 与文献[9]的无限长薄壁直墙防波堤在相同条件下的无量纲波浪力随无量纲时间  $\sqrt{\frac{g}{H}}t$  的变化结果进行对比 (图 2), 这里取符号  $f/[\rho g(H/2)d]$  代表一阶孤立波单宽无量纲波浪力 ( $\rho$  为密度)。图 2 表明, 两者计算结果基本吻合, 其中文献[9]依据一阶孤立波对无限长薄壁直墙堤的反射波理论进行计算, 在防波堤几何形状相似以及波型和相关参数完全相同条件下, 两种不同方法所算的单宽无量纲波浪力结果一致, 说明本文方法是合理可靠的。

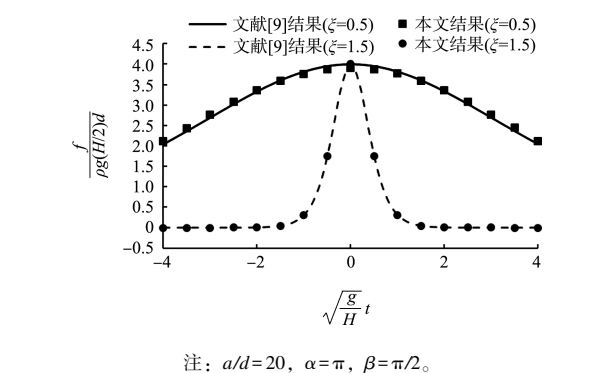


图 2 与无限长薄壁直墙堤的单宽无量纲波浪力的比较

图 3 为不同波浪特征参数  $\xi$  下正入射孤立波对  $120^\circ$  张角 V 形堤的无量纲总波浪力随相对时间  $\frac{\sqrt{gH}}{d}t$  的变化状态 ( $F/[\rho g(H/2)ad]$  为 V 形薄壁防波堤的无量纲一阶孤立波总波浪力)。可以看出, 波浪力在峰值出现的相对时间点附近产生急剧脉冲变化。Airy 微幅波与孤立波的入射波均为右行波。微幅波波面随时间呈简谐振荡方式行进, 作用于物体表面上的压力也呈简谐振荡方式, 进而压力产生的波浪力呈相同方式作用。同理按式(1), 一阶孤立波波面随时间呈孤立脉冲形式行进, 相应施加于物体表面上的压力乃至由其产生的波浪力也呈相同方式作用。

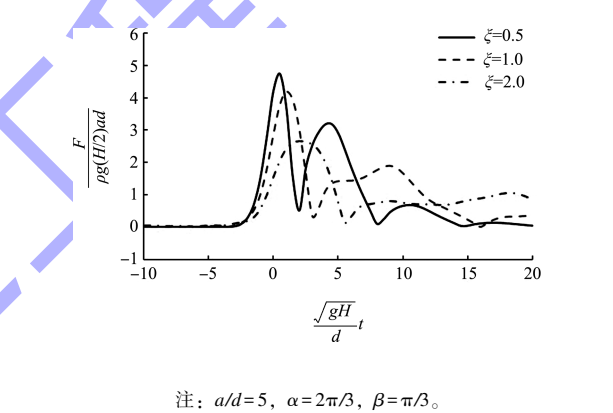
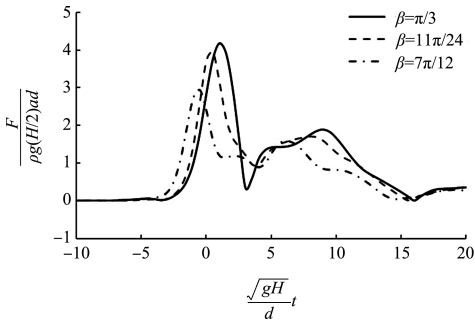


图 3 不同特征参数  $\xi$  下 V 形堤的无量纲波浪力随相对时间的变化

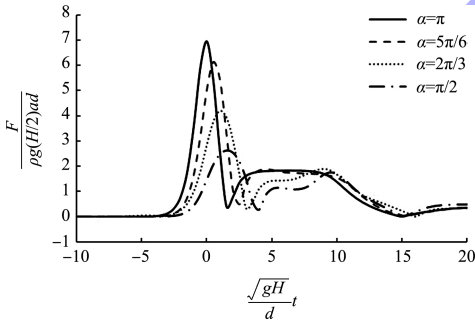
图 4 为不同入射角  $\beta$  下孤立波对  $120^\circ$  张角 V 形堤的无量纲总波浪力随相对时间  $\frac{\sqrt{gH}}{d}t$  的变化状态。可以看出, 波浪力在峰值出现时间点呈现急剧脉冲变化特征不变。在给定条件下, 随着  $\beta$  的增大 (正入射  $\beta = \frac{\pi}{2}$  为最小值), 波浪力峰值大小以及脉冲幅度均有所减小, 而振荡变化形态相似, 说明斜入射孤立波对 V 形堤的非对称的直接总波浪动态作用在一定的  $\xi$  取值下低于防波堤正面迎浪 (孤立波正入射) 对称承载时的对应值。但 V 形堤迎浪单臂的波浪力分量将高于另一单臂的对应结果。



注：ξ = 1，a/d = 5，α = 2π/3。

图 4 不同水波入射角下 V 形堤的无量纲波浪力随相对时间的变化

图 5 为不同 V 形堤张角 α 下孤立波对防波堤的无量纲总波浪力随相对时间  $\frac{\sqrt{gH}}{d}t$  的变化状态。可以看出，不同张角下，波浪力随时间振荡变化形态相似。随着 V 形堤张角 α 的增大，波浪力峰值和脉冲幅度明显增加，峰值出现的相对时间点略有变化。这源于随着张角的增大，相同臂长条件下 V 形防波堤的直接迎浪面明显增大，孤立波的直接动态波浪作用随之增强。

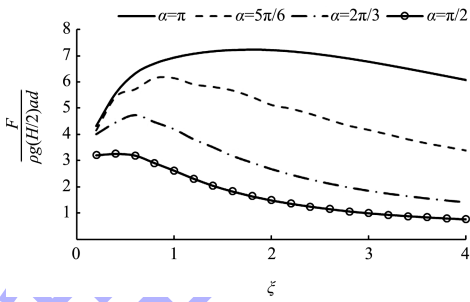


注：ξ = 1，a/d = 5，β = α/2。

图 5 不同防波堤张角 α 下 V 形堤的无量纲波浪力随相对时间的变化

图 6 为不同 V 形堤张角 α 下正入射孤立波对防波堤的最大无量纲波浪力随参数 ξ 的变化状态。可以看出，最大无量纲波浪力随 ξ 均呈先增大后缓慢减小的变化趋势，但各曲线态势略有不同。由于  $\xi = \sqrt{H/d}$ ，当臂长 a 取定值，按 a/d = 5 则水深同时取定值，则随着 ξ 的增大，一定水深下波高按 ξ² 比例因子增大，相应实际最大波浪力 F 应同样按 ξ² 比例因子增大，这说明随着孤立波非线性特征参数 ξ 的增大，V 形防波堤的实际最大总

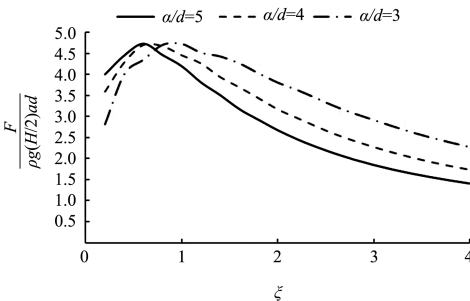
波浪力可能增大。此外，相同 V 形堤臂长条件下，防波堤的最大无量纲波浪力随张角 α 的增大而明显增大，当 α = π 时 V 形防波堤无量纲波浪力幅值达到最大，说明防波堤直接迎浪面的增大将导致最大总波载的增大。也说明相同臂长下小张角的 V 形堤相对更方便锚固，不过其堤后防浪区域范围也将随之缩小。



注：a/d = 5，β = α/2。

图 6 不同防波堤张角 α 下 V 形堤的最大无量纲波浪力随参数 ξ 的变化

图 7 为不同臂长与水深比 a/d 下正入射孤立波对 120° 张角 V 形防波堤的最大无量纲波浪力随参数 ξ 的变化状态。可以看出，当参数 ξ < 0.5 时，随着臂长水深比的增大，无量纲波浪力也有所增加；当 ξ > 1 时，随着臂长水深比的增大，无量纲波浪力有所下降。在 0.5 < ξ < 1 取值范围，无量纲波浪力幅值随臂长水深比呈交错变化。



注：α = 2π/3，β = π/3。

图 7 不同臂长水深比下 V 形堤的最大无量纲波浪力随参数 ξ 的变化

图 8 为不同入射角 β 下孤立波对 120° 张角 V 形堤的最大无量纲波浪力随 ξ 的变化状态。可以看出，在浅水波理论的主要应用范畴内，即当参数 ξ 较小时 (ξ < 1.2) 无量纲波浪力随入射角 β 增

加而有所减小, 说明一定的浅水条件下斜入射孤立波非对称作用于 V 形堤的的最大总波载低于正入射( $\beta=\pi/3$ ) 对称作用于防波堤时的对应值。当  $\xi>1.2$  时, 正入射对应的无量纲波浪力值与其他斜入射的无量纲波浪力幅值呈交错变化。

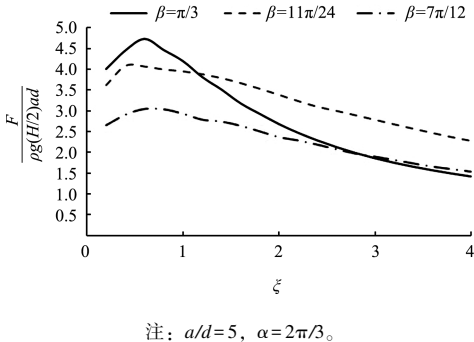


图 8 不同入射角  $\beta$  下孤立波对 V 形防波堤的最大无量纲波浪力随参数  $\xi$  的变化

图 9 为 Airy 微幅波绕射理论对 120° 张角 V 形薄壁防波堤的最大无量纲波浪力和力矩的计算结果,  $f_1$  为按因子  $\rho g(H/2)ad$  无量纲化的波浪力幅值,  $m_1$  为按因子  $\rho g(H/2)ad^2$  无量纲化的波浪力矩幅值。现举例将在同一浅水条件下 120° V 形薄壁堤分别在孤立波和 Airy 微幅波正入射时的最大水平波浪力和力矩进行比较。取波浪入射角  $\beta=\pi/3$  (正入射), 波高  $H=2\text{ m}$ 、水深  $d=5\text{ m}$ 、则  $H/d=0.4$  (符合浅水波一般条件,  $\xi=0.63$ ), 另 V 形薄壁堤臂长  $a=25\text{ m}$ 。根据图 8 和式 (30) 可分别计算得孤立波入射下 V 形薄壁堤最大总波浪力为 5.758 MN, 最大总波浪力矩为 14.390 MN·m。另根据图 9 所提供数据, 取 Airy 线性波波长为  $L=250\text{ m}$  (近似接近孤立波波长), 相应参数  $kd=0.13$  (符合微幅波浅水一般条件), 可计算得 Airy 波入射下 V 形薄壁防波堤最大总波浪力为 2.340 MN, 最大总波浪力矩为 5.719 MN·m。在相同浅水条件和波浪参数下, Airy 微幅波对 V 形薄壁堤的最大总波浪力值约为孤立波对应值的 41%, 最大总波浪力矩值约为孤立波对应值的 40%。此说明在一定浅水条件下, 应用本文的孤立波绕射理论计算 V 形堤的波浪承载将更加安全可靠。

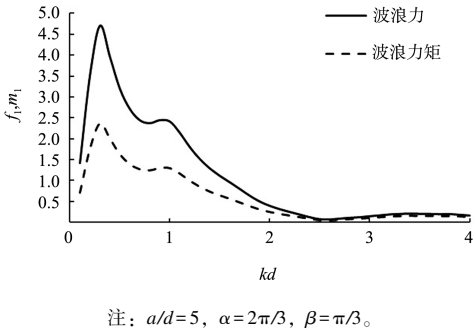


图 9 Airy 微幅波对 V 形堤的最大无量纲波浪力和力矩随参数  $kd$  的变化

3 结论

- 1) 本文提出 V 形薄壁直立防波堤的一阶孤立波绕射解析解, 有效拓展了 Airy 微幅波的对理论。本方法适用于 180° 张角的有限长直立薄壁防波堤的孤立波绕射作用计算, 从而将无限长直立薄壁堤的孤立波反射理论加以有效拓展。通过计算来波正入射下足够长 180° 张角直立薄壁堤的无量纲水平波浪力, 与相同条件下无限长直墙密实堤的孤立波正反射下的单宽无量纲动态水平波浪力结果加以比较, 两者结果吻合良好, 验证了本文方法的合理性和可靠性。
- 2) 利用本文理论计算所得到的 V 形防波堤的最大无量纲波浪力和力矩均明显大于相同浅水条件下 Airy 微幅波波理论的对结果, 说明在特定的浅水条件下, 采用本文的孤立波绕射理论计算方波堤承载将更为合理和安全可靠。
- 3) 孤立波作用于 V 形堤的水平波浪力和力矩具有明显的随时间的脉冲变化特征, 波浪力在峰值出现的相对时间点产生急剧脉冲变化。
- 4) 孤立波入射角与特征参数、V 形堤张角以及臂长水深比等因素的相对变化对 V 形堤的波浪承载均存在一定影响。相同臂长下大张角 V 形堤的绕射波浪力幅值明显大于小张角 V 形堤的对应值。

参考文献:

[1] WIEGEL R L. Diffraction of waves by a semi-infinite breakwater[J]. Journal of the hydraulics division, 1962, 88(1): 27-44. (下转第 57 页)